

超短脉冲复宗量辛格高斯光束^{*}

杨振峰¹⁾ 杨振军^{2)†} 胡 巍³⁾

1) 河北科技大学经济管理学院, 石家庄 050018)

2) 河北师范大学物理学院, 石家庄 050016)

3) 华南师范大学传输光学实验室, 广州 510631)

(2006 年 2 月 27 日收到, 2006 年 6 月 10 日收到修改稿)

利用理论解析推导的方法, 在傍轴近似条件下, 给出了一组新的超短脉冲光束的解析解, 称为超短脉冲复宗量辛格高斯光束. 此脉冲光束解的每个频率分量都是复宗量高斯光束, 时间脉冲的形状为辛格函数. 对这种超短脉冲光束及其在自由空间中的传输过程进行了较为细致的研究, 讨论了超短脉冲复宗量辛格高斯光束的轴上光强、光强的横向分布、脉冲极性反转、脉冲延迟等性质.

关键词: 脉冲光束, 缓变包络近似, 脉冲传输

PACC: 4255B, 4280W

1. 引 言

随着激光技术的飞速发展, 目前已经可以产生各种激光光束和激光脉冲. 就激光脉冲而言, 已经可以产生接近单周期的激光脉冲^[1-3]. 其中对超短脉冲光束的研究引起了广泛的关注^[4-19]. 由于脉冲时间非常短, 所以与原来的长脉冲有很多不同的性质. 首先是通常的缓变包络近似开始失效, 包络的概念不再存在; 其次, 由于时间空间的耦合而引起许多新的现象, 如时间微分效应, 还有脉冲延时效应, 脉冲极性反转、空间诱导群速度色散、空间奇异性等^[4-13], 所以对超短脉冲的研究方法也需要加以改进^[9-15].

Porras 给出了一组新的超短脉冲光束解析解^[9], 称为脉冲高斯光束 (pulsed Gaussian beams). 这种脉冲光束是在傍轴条件下得到的, 其空间部分的光强呈高斯形分布, 而时间部分可以是任意的. 而且这种脉冲光束的时间和空间部分始终是耦合在一起的, 从而产生了脉冲时间延迟、形变、频移等性质. 对于这种超短脉冲光束, 在脉冲宽度极短的情况下 (一般为不足一个光学振荡周期), 应该用复解析信号理论

(complex analytical signal) 代替经常使用的复数表达式 (即 $e^{-i\omega t}$, 加复振幅包络的表示方式), 否则将会出现空间奇异性, 复解析信号理论能够很好的消除奇异性的出现^[9-12].

由于超短脉冲传输的复杂性, 已找到的脉冲光束的解析解很少. 本文在傍轴近似条件下, 给出了一组新的超短脉冲光束的解析解, 称为超短脉冲复宗量辛格高斯光束 (ultrashort pulsed complex argument Sinc-Gaussian beams). 此脉冲光束解的每个频率分量都是复宗量高斯光束, 时间脉冲的形状为辛格函数. 文中对这种超短脉冲光束及其在自由空间中的传输过程进行了较为细致的研究, 讨论了超短脉冲复宗量辛格高斯光束的轴上光强、光强的横向分布、脉冲极性反转、脉冲延迟等性质.

2. 超短脉冲复宗量辛格高斯光束

由麦克斯韦方程组和波动方程出发, 引入移动坐标 $\xi = z$, $\tau = t - z/c$, 可以得到真空中的脉冲光束传输方程

$$\left(\nabla_{\perp}^2 + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - \frac{2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \tau}\right) E(r, z, \tau) = 0, \quad (1)$$

其中 ∇_{\perp}^2 是横向拉普拉斯算子, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. 对上式

^{*} 国家自然科学基金面上项目 (批准号: 60278013), 国家高技术研究发展计划专项经费, 河北省教育厅科学研究计划 (批准号: 2006111), 河北省自然科学基金 (批准号: F2006000183), 河北省科学技术研究与发展指导计划 (批准号: D6213525) 资助的课题.

[†] 通讯联系人, E-mail: zjyang@vip.163.com

做傅里叶变换并利用傍轴近似条件

$$\left| \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} E(r, \xi, \omega) \right| \ll \left| k(\omega) \frac{\partial}{\partial \xi} E(r, \xi, \omega) \right|,$$

可以得到脉冲光束在频率域中的传输方程

$$\left(\nabla_{\perp}^2 - 2ik(\omega) \frac{\partial}{\partial \xi} \right) E(r, z, \omega) = 0, \quad (2)$$

(2) 式即是对不同频率的傍轴方程. 在频率域中(2)式的解析解为^[9]

$$E(r, z, \omega) = -\frac{iz_R}{q} \exp\left[-i\frac{kr^2}{2q} - ikz\right] P(\omega), \quad (3)$$

其中 $q = z + iz_R$, $iz_R = kw_0^2/2$ 为高斯光束瑞利距离, w_0 是光束束宽, $P(\omega)$ 是频率域空间初始时 ($z = 0$) 的轴上光强. 从而得到解析解

$$E(r, z, \tau) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{iz_R}{q} \exp\left[-i\omega\left(\tau - \frac{r^2}{2cq}\right)\right] P(\omega) d\omega, \quad (4)$$

即

$$E(r, z, \tau) = -\frac{iz_R}{q} P\left(\tau - \frac{r^2}{2cq}\right). \quad (5)$$

对于辛格脉冲,

$$P(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{T_p}\right) \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (6)$$

其中 T_p 为初始时刻的脉冲长度, φ 为初始相位.

辛格脉冲的傅里叶谱则可由下式得到

$$P(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}\left(\frac{t}{T_p}\right) \times \cos(\omega_0 t + \varphi) \exp(i\omega t) dt, \quad (7)$$

由(3)–(5)式, 可以得到超短脉冲复宗量辛格高斯光束的表达式为

$$E(r, z, \tau) = -\frac{iz_R}{q} \frac{T_p}{\tau - (r^2/2cq)} \times \text{sinc}\left[\frac{\tau - (r^2/2cq)}{T_p}\right] \times \exp\left(-ik_0 \frac{r^2}{2q}\right) e^{-i\omega_0 \tau + \varphi}. \quad (8)$$

3. 超短脉冲复宗量辛格高斯光束的性质

为简化分析过程, 我们令初始相位 $\varphi = 0$, 取 $m = T_p/T_0$ 为脉冲周期数, 对时间用光波的振荡周期 T_0 归一, 对横向空间变量用光束宽度 w_0 归一, 对脉冲光束的传播方向用瑞利距离 z_R 归一. 即

$$(m, r', z', q', \tau') = \left(\frac{T_p}{T_0}, \frac{r}{w_0}, \frac{z}{z_R}, \frac{q}{z_R}, \frac{\tau}{T_0} \right),$$

则(8)式可以重写为

$$E(r', z', \tau') = -\frac{i}{q' \tau' - (r'^2/2\pi q')} \times \text{sinc}\left[\frac{\tau' - (r'^2/2\pi q')}{m}\right] \times \exp\left(-i\frac{r'^2}{2q'}\right) e^{-i2\pi\tau'}. \quad (9)$$

下面对(9)式的基本性质进行一些定性的分析. 通常情况下, 我们比较关注脉冲光束轴上光强随传输距离的变化以及不同传输距离时脉冲光束光强的横向分布. 图1给出了脉冲复宗量辛格高斯光束轴上光强随传输距离的变化示意图. 从图中可以看出, 轴上光强随传输距离的增大而平滑的下降, 直至无穷小. 这与我们熟知的脉冲高斯光束类似. 图2给出了脉冲复宗量辛格高斯光束在初始位置以及一个和三个瑞利距离处的横向光强分布示意图. 从图中可以看出, 脉冲光束的横向分布始终保持高斯型不变, 只是随着传输距离的变大, 轴上光强不断减小, 且光束展宽.

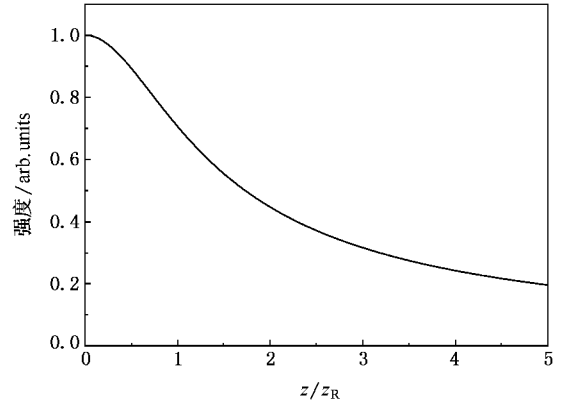


图1 脉冲复宗量辛格高斯光束传输过程中轴上光强的变化示意图

注意到脉冲复宗量辛格高斯光束的表达式(8)中有系数 $(-iz_R/q)$, 所以存在相移 $\psi(z) = \tan^{-1}(z/z_R)$, 其相移与脉冲高斯光束的戈维相移(Gouy phase shift) $\psi(z) = \tan^{-1}(z/z_R)$ 相同. 相移导致了脉冲光束传输时轴上脉冲形状的变化. 对于脉冲高斯光束, 脉冲光束传输时会出现脉冲极性反转的现象^[10]. 图3给出了脉冲复宗量辛格高斯光束在传输时轴上 ($r = 0$) 脉冲形状变化示意图. 从图中可以看到脉冲复宗量辛格高斯光束的相移导致脉冲的形状发生了显著的变化, 脉冲极性反转. 戈维相移对实验中制造超短

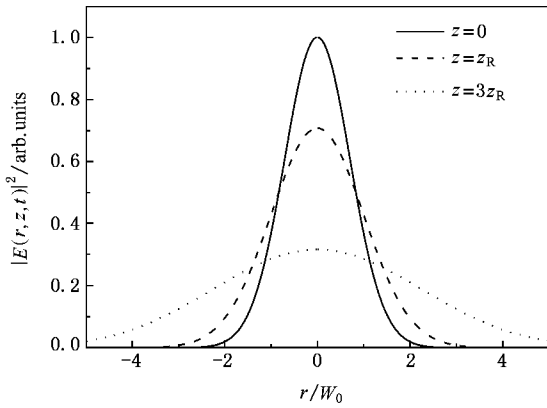


图 2 脉冲复宗量辛格高斯光束在不同传输距离时横向光强分布示意图

脉冲有着重要的作用^[8].

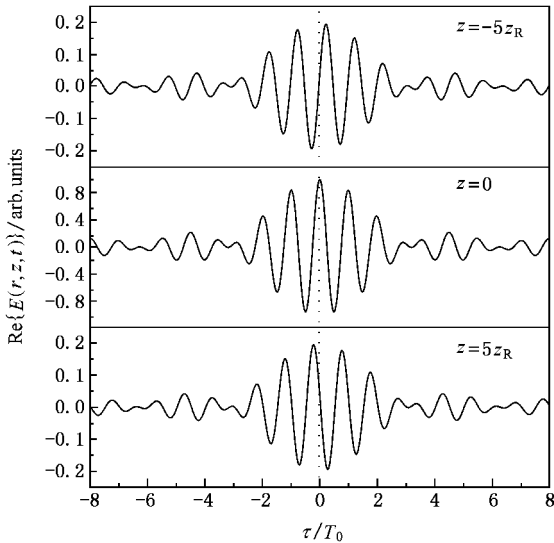


图 3 脉冲复宗量辛格高斯光束在轴上传输时实部的脉冲形状变化示意图

等衍射脉冲光束(如,脉冲高斯光束)的传输中,会出现轴外脉冲的时间延迟等效应,这是由于表达式(9)中复数时间 τ' 中有时间移动 $\Delta\tau = \frac{r'^2}{2\pi q'}$ 因子的存在导致的.我们注意到脉冲复宗量辛格高斯光束也同样具有这样的效应.图 4 给出了脉冲复宗量辛格高斯光束传输一个瑞利距离后的时间延迟.图 4 中顶端描绘的是 $r = 0$ 处的时间波形,中间描绘的是 $r = 1.5w_0$ 处的时间波形,底端描绘的是 $r = 3w_0$ 处的时间波形.可以看到离轴越远,脉冲的时间延迟越大.上述情况是在 $z > 0$ 时,脉冲的时间延迟向脉冲后沿;如果是 $z < 0$,那么脉冲的时间延迟则向脉冲前沿.

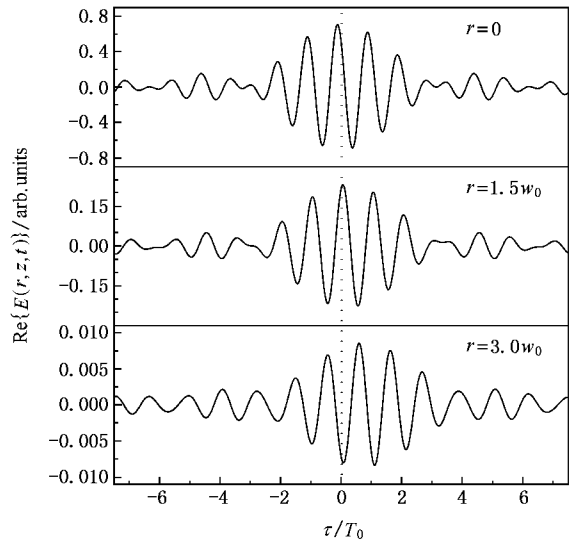


图 4 脉冲复宗量辛格高斯光束传输一个瑞利距离时的时间延迟示意图

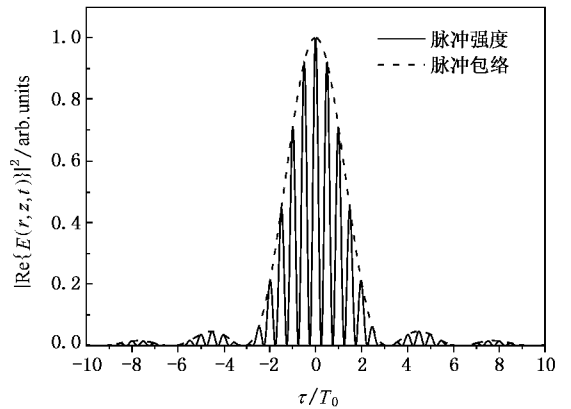


图 5 初始位置脉冲复宗量辛格高斯光束的脉冲强度分布示意图

图 5 给出的是脉冲复宗量辛格高斯光束在初始位置时的脉冲强度分布.与文献[1]中的图 4 比较,我们发现这与 Morgner 等人在实验中得到的辛格脉冲强度分布很类似,可见我们得到的脉冲复宗量辛格高斯光束的解析表达式具有一定的实际意义.

4. 结 论

在傍轴近似条件下,给出了一组新的超短脉冲光束的解析解,称为超短脉冲复宗量辛格高斯光束.此脉冲光束解的每个频率分量都是复宗量高斯光束,时间脉冲的形状为辛格函数.对这种超短脉冲光束及其在自由空间中的传输过程进行了较为细致的

研究,讨论了超短脉冲复宗量辛格高斯光束的轴上光强、光强的横向分布、脉冲极性反转、脉冲延迟等性质.超短脉冲复宗量辛格高斯光束的性质与超短

脉冲高斯光束的性质基本类似,这为寻找超短脉冲光束的普遍性质提供了理论依据.

- [1] Morgner U , Kartner F X , Cho S H *et al* 1999 *Opt. Lett.* **24** 411
- [2] Yamane K , Zhang Z , Oka K *et al* 2003 *Opt. Lett.* **28** 2258
- [3] Shverdin M Y , Walker D R , Yavuz D D *et al* 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 033904
- [4] Brabec T , Krausz F 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3282
- [5] Wang Z , Zhang Z , Xu Z *et al* 1997 *IEEE J. Quant. Electron.* **33** 566
- [6] Wang Z , Xu Z , Zhang Z 1997 *Opt. Lett.* **22** 354
- [7] Kaplan A E 1998 *J. Opt. Soc. Am. B* **15** 951
- [8] Lindner F , Paulus G G , Walther H *et al* 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 113001
- [9] Porras M A 1998 *Phys. Rev. E* **58** 1086
- [10] Porras M A 1999 *J. Opt. Soc. Am. B* **16** 1468
- [11] Fu X Q , Guo H , Hu W *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1693 (in Chinese) [傅喜泉、郭 弘、胡 巍等 2001 物理学报 **50** 1693]
- [12] Yang Z J , Hu W , Fu X Q *et al* 2003 *Acta. Phys. Sin.* **52** 1920 (in Chinese) [杨振军、胡 巍、傅喜泉等 2003 物理学报 **52** 1920]
- [13] Hu W , Lu G S , Yang Z J *et al* 2003 *Acta. Phys. Sin.* **52** 570 (in Chinese) [胡 巍、卢光山、杨振军等 2003 物理学报 **52** 570]
- [14] Wang Z Y , Lin Q , Wang Z Y 2003 *Phys. Rev. E* **67** 016503
- [15] Peng R W , Fan D Y 2005 *Acta. Phys. Sin.* **54** 2680 (in Chinese) [彭润伍、范滇元 2005 物理学报 **54** 2680]
- [16] Ge D , Cai Y J , Lin Q 2005 *Chin. Phys.* **14** 128
- [17] Zhao W , Liu H J , Wang Y S *et al* 2005 *Chin. Phys.* **14** 359
- [18] Chen M , Sheng Z M , Zhang J 2006 *Chin. Phys.* **15** 568
- [19] Zheng L , Wang C , Li S H *et al* 2006 *Chin. Phys.* **15** 697

Ultrashort pulsed complex argument Sinc-Gaussian beams^{*}

Yang Zhen-Feng¹⁾ Yang Zhen-Jun^{2)†} Hu Wei³⁾

1) *School of Economics and Management , Hebei University of Science and Technology , Shijiazhuang 050018 , China)*

2) *College of Physics , Hebei Normal University , Shijiazhuang 050016 , China)*

3) *Laboratory of Light Transmission Optics , South China Normal University , Guangzhou 510631 , China)*

(Received 27 February 2006 ; revised manuscript received 10 June 2006)

Abstract

By using slowly-varying envelope approximation , a family of solutions of the paraxial wave equation are found in theory , which represents a new family of ultrashort pulsed beams called ultrashort pulsed complex argument Sinc-Gaussian beams . These pulsed beams with a certain frequency have a nearly complex argument Gaussian profile , a sinc function temporal shape . The ultrashort pulsed complex argument Sinc-Gaussian beams and their propagation properties in free space are studied detailedly , such as intensity on the axis , transversal intensity distribution of the pulsed beams , polarity reversal , pulse time delay , etc . .

Keywords : pulsed beam , slowly-varying envelope approximation , pulse propagation

PACC : 4255B , 4280W

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60278013) , the National High Technology Development Program of China , and the Natural Science Foundation of Hebei Education Department (Grant No. 2006111) , the Natural Science Foundation of Hebei Province (Grant No. F2006000183) and the Research and Development of Science Technology of Hebei Province (Grant No. 06213525) .

[†] Corresponding author. E-mail : zjyang@vip.163.com