

# Mie 理论在生物组织散射特性分析中的应用

王清华<sup>†</sup> 张颖颖 来建成 李振华 贺安之

(南京理工大学信息物理与工程系, 南京 210094)

(2006 年 2 月 6 日收到, 2006 年 3 月 10 日收到修改稿)

根据等效颗粒散射模型, 运用经典的 Mie 理论, 对生物组织的散射相函数、各向异性因子及散射系数进行了数值计算. 计算结果表明, 可见光照射生物组织时, 各向异性因子、散射系数随等效颗粒直径增大而增大, 等效颗粒直径较小时, 各向异性因子、散射系数随入射光波长增大而单调减小. 随着等效颗粒直径增大, 各向异性因子、散射系数随入射光波长变化不再具有单调性. 上述计算结果可合理解释公布的实验结果.

关键词: 生物组织, 散射, Mie 理论, 等效颗粒

PACC: 8700, 4225F

## 1. 引 言

光学在临床疾病诊疗中的快速发展, 促进了人们对生物组织中光传输基本规律的研究, 并逐步形成一个光学与生命科学相交叉的领域——“组织光学”. 光在生物组织中传输时发生明显的散射和吸收现象, 其中散射占主导地位. 对于生物组织光传输和散射特性的研究已发展了多种理论分析方法, 如漫射近似理论、随机游走理论以及蒙特卡罗模拟方法等<sup>[1]</sup>. 这类方法目前普遍采用 Henyey-Greenstein<sup>[2]</sup> 散射相函数(简称 HG 散射相函数)确定光子的散射方向<sup>[3,4]</sup>. HG 散射相函数属于经验公式, 存在着一定局限, 如不能很好地描述生物组织背向散射光问题, 未考虑入射光波长影响等等, 虽然不少学者对此提出了修正<sup>[5]</sup>, 但未能从根本上解决问题. 本文将生物组织的散射等效为特定球形颗粒的散射, 运用经典的 Mie 理论对生物组织散射相函数进行数值计算, 并进一步分析生物组织各向异性因子、散射系数的变化规律.

## 2. 散射相函数、各向异性因子和散射系数

生物组织的散射特性通常用散射相函数、各向异性因子和散射系数来描述. 目前广泛采用的 HG 散射相函数是 Henyey 和 Greenstein 于 1941 年提出的

第一个与一些实验数据吻合较好的经验公式<sup>[2]</sup>, 其空间归一化形式为

$$p_{\text{HG}}(\theta) = \frac{1 - g^2}{4\pi(1 + g^2 - 2g \cos \theta)^{3/2}}, \quad (1)$$

其中  $\theta$  为散射角,  $g$  为各向异性因子. (1) 式表明 HG 散射相函数仅取决于各向异性因子和特定的散射角.

Mie 理论是由麦克斯韦方程经过严格的数学推导得到的球形颗粒对单色光的散射场分布的解析解<sup>[6]</sup>. 将生物组织散射效果从“唯象”的角度等效为球形颗粒的散射, 便可以用 Mie 理论研究生物组织的散射特性. (2) 式为基于 Mie 理论推导出的生物组织散射相函数, 此式自然满足空间归一化条件, 物理意义为特定散射角  $\theta$ , 任意方位角下的散射光强与总散射光强之比. (3) 式为基于 Mie 理论各向异性因子, (4) 式为基于 Mie 理论的散射系数.

$$p_{\text{Mie}}(\theta) = \frac{|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2}{2\pi\alpha^2 Q_s}, \quad (2)$$

各向异性因子

$$g = \frac{4}{\alpha^2 Q_s} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+2)}{n+1} \text{Re}\{a_n a_{n+1}^* + b_n b_{n+1}^*\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \text{Re}\{a_n b_n^*\} \right], \quad (3)$$

散射系数

$$\mu_s = \frac{1}{4} \pi d^2 \rho_s Q_s, \quad (4)$$

<sup>†</sup> E-mail: qhwang@mail.njust.edu.cn

其中  $\rho_s$  为散射体的体密度.

Mie 理论给出振幅函数的计算公式为

$$S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [\alpha_n \pi_n + b_n \tau_n], \quad (5)$$

$$S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [\alpha_n \tau_n + b_n \pi_n], \quad (6)$$

(5)(6)式中  $\pi_n$  和  $\tau_n$  是关于连带勒让德函数的函数,而  $a_n$  和  $b_n$  是与贝塞尔函数和汉克尔函数有关的函数.

$$a_n = \frac{\psi_n(\alpha)\psi'_n(m\alpha) - m\psi'_n(\alpha)\psi_n(m\alpha)}{\xi(\alpha)\psi'_n(m\alpha) - m\xi'_n(\alpha)\psi_n(m\alpha)}, \quad (7)$$

$$b_n = \frac{m\psi_n(\alpha)\psi'_n(m\alpha) - \psi'_n(\alpha)\psi_n(m\alpha)}{m\xi_n(\alpha)\psi'_n(m\alpha) - \xi'_n(\alpha)\psi_n(m\alpha)}, \quad (8)$$

(7)(8)式中

$$\psi_n(z) = \left(\frac{\pi z}{2}\right)^{\frac{1}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(z), \quad (9)$$

$$\xi_n(z) = \left(\frac{\pi z}{2}\right)^{\frac{1}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(z), \quad (10)$$

$J_{n+\frac{1}{2}}$  和  $H_{n+\frac{1}{2}}$  分别是半整数阶的贝塞尔函数和第一类汉克尔函数,式中  $\alpha$  为无因次粒径  $\alpha = \frac{\pi d}{\lambda}$ ,  $d$  为颗粒直径,  $\lambda$  是入射光波长,  $m$  是散射颗粒相对于周围介质的折射率,即  $m = \frac{m_{\text{part}}}{m_{\text{med}}}$ . 而  $\pi_n(\cos\theta)$  和  $\tau_n(\cos\theta)$  是关于缔合勒让德函数的函数,只与散射角  $\theta$  有关,具体形式为

$$\pi_n(\cos\theta) = \frac{1}{\sin\theta} P_n^{(1)}(\cos\theta), \quad (11)$$

$$\tau_n(\cos\theta) = \frac{d}{d\theta} P_n^{(1)}(\cos\theta), \quad (12)$$

式中  $P_n^{(1)}(\cos\theta)$  为 1 阶  $n$  次连带勒让德函数.

(2)-(4)式中  $Q_s$  为

$$Q_s = \frac{2}{\alpha^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \chi (|a_n|^2 + |b_n|^2), \quad (13)$$

(13)式是对散射光强在所有方向上进行积分后除以颗粒的投影面积得到,称为散射效率.

### 3. 生物组织的散射特性参数数值分析

Mie 理论数值计算方法经过广大学者的努力已日趋完善,有关算法见文献[6,7],本文重点讨论 Mie 散射理论在组织光学上的应用.用 Mie 理论对生物组织散射特性进行模拟计算时,需结合生物组织的相关特性,否则可能偏离实际.折射率和各向异

性因子在以前的研究中已经有了一定实验数据.文献表明:生物组织内的散射体与周围介质的折射率存在一定的差异,相对折射率  $m$  取值范围约在 1—1.1<sup>[8]</sup>,绝大多数生物组织中各向异性因子  $g$  一般的取值范围为 0.7—0.99<sup>[5]</sup>.

图 1 为相对折射率  $m$  取 1.1,入射光波长  $\lambda$  取 0.6328  $\mu\text{m}$ ,等效颗粒直径  $d$  取 2  $\mu\text{m}$  时的 Mie 散射相函数和 HG 散射相函数曲线图.图 1 中 Mie 散射相函数和 HG 散射相函数计算得到的各向异性因子  $g$  均为 0.963,但散射相函数随散射角变化曲线有显著的差异,Mie 散射相函数曲线随散射角呈现出一系列振荡特性,而 HG 散射相函数曲线随散射角单调下降.对人脑组织的实验表明实测散射相函数有强烈的前向峰值特性,并在后向(即大角度)出现了增加<sup>[9]</sup>,这点与 Mie 散射相函数更加吻合,而 HG 散射相函数对组织的后向散射表征显得欠缺.图 2 为等效颗粒直径  $d$  分别取 0.5, 2  $\mu\text{m}$  时的 Mie 散射相函数,对应的各向异性因子  $g$  分别为 0.745, 0.963,计算表明:等效颗粒直径越大,散射相函数在小角度的数值越大,因而各向异性因子也越大;等效颗粒直径越小,颗粒的后向散射增强,同时散射相函数趋于光滑.因此利用 Mie 散射相函数可以合理解释细胞中各个大小不等的亚细胞器官在不同方向上散射程度的不同.细胞核相对于其它亚细胞器官来说体积较大,它在小角度范围内的散射更为明显,而线粒体等体积较小的亚细胞器官的前向散射特性显著减弱.

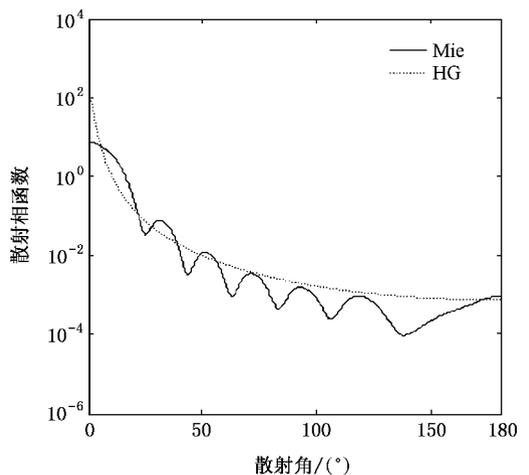


图 1 各向异性因子均为 0.963 时 Mie、HG 散射相函数( $m = 1.1$ ,  $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$ ,  $d = 2\mu\text{m}$ )

图 3 为入射光波长  $\lambda$  取 0.6328  $\mu\text{m}$ ,相对折射率  $m$  分别取 1.01 和 1.1,根据 Mie 理论计算的各向异

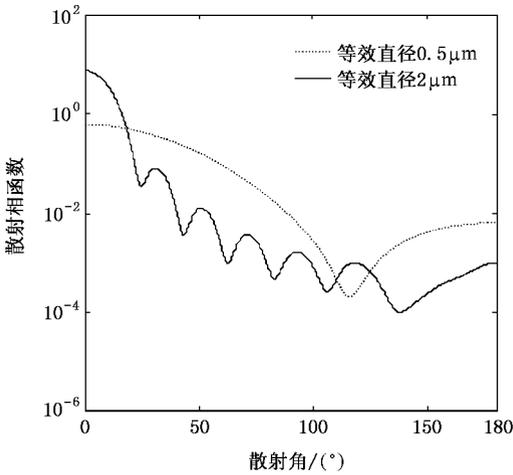


图 2 不同等效颗粒的 Mie 散射相函数(  $m = 1.1, \lambda = 0.6328 \mu\text{m}$  )

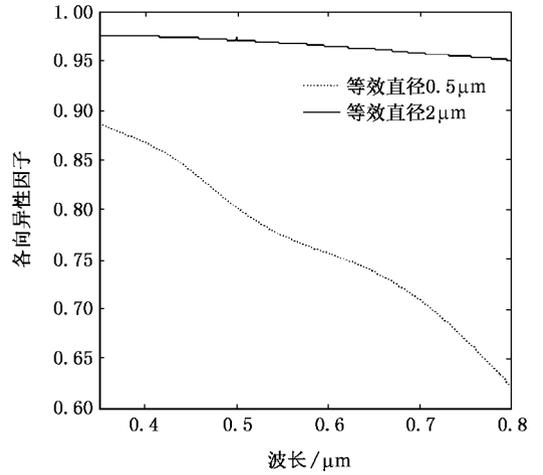


图 4 各向因子随波长变化曲线图(  $m = 1.1$  )

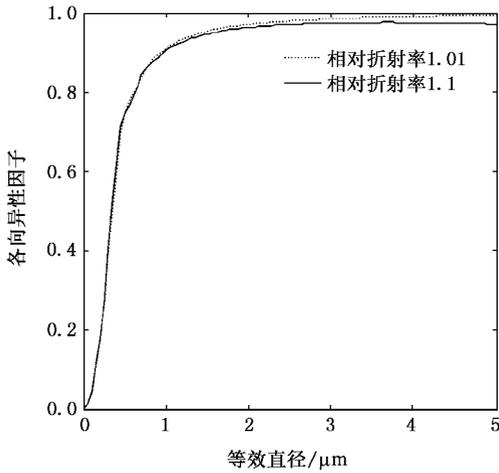


图 3 不同等效直径的各向因子曲线(  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$  )

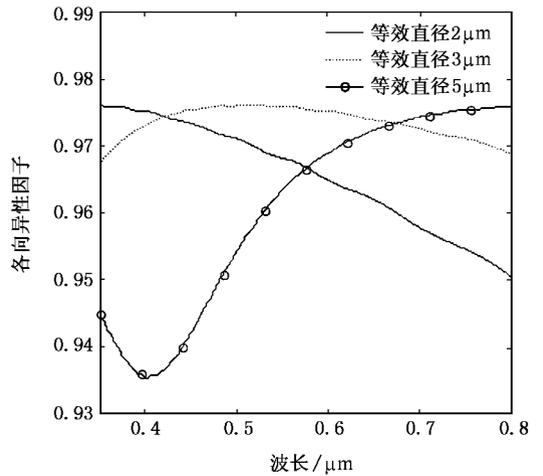


图 5 各向因子随波长变化曲线(  $m = 1.1$  )

性因子随等效颗粒直径的变化关系曲线. 从中看出对于生物组织的相对折射率的取值区间而言, 折射率对各向异性因子的影响不大; 各向异性因子随等效颗粒直径增大而增大; 当各向异性因子取 0.7—0.99 时, 相应的等效颗粒直径大致为 0.4—5  $\mu\text{m}$ .

图 4, 图 5 基于 Mie 理论绘制了不同大小等效颗粒的各向异性因子随波长变化的关系曲线. 图 4 表明在等效颗粒直径取值为 0.5—2  $\mu\text{m}$  时, 各向异性因子随入射波长增大而单调减小, 这正与婴儿脑组织实验数据变化趋势符合<sup>[9]</sup>. 图 5 表明在等效颗粒直径取值较大时(如 > 3  $\mu\text{m}$ ), 各向异性因子随入射波长增大出现增大情形, 这正与成人脑组织实验数据变化趋势符合<sup>[9]</sup>. 这样的现象启发我们认为成人脑组织的等效颗粒较婴儿的要大.

图 6 为基于 Mie 理论绘制的散射系数随等效直径的变化曲线图, 计算中散射体体密度取  $2 \times$

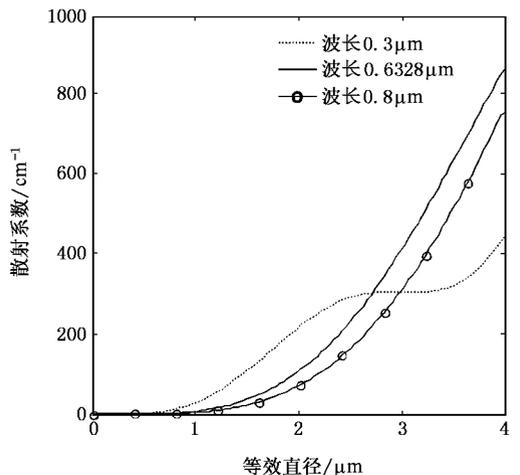


图 6 散射系数随等效直径变化曲线(  $m = 1.1$  )

$10^9 \text{ cm}^{-3}$ . 图 6 表明在可见光波长范围, 散射系数随等效颗粒直径增大而增大.

图 7, 图 8 为基于 Mie 理论绘制的散射系数随波长变化关系曲线. 计算中散射体体密度也取  $2 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$ . 图 7 表明: 直径较小等效颗粒的散射系数随波长的增大而减小, 这与婴儿脑组织实验数据相符<sup>[9]</sup>. 图 8 表明: 当等效颗粒相对较大时散射系数的变化随波长不再具备单调性. 因此散射系数谱中蕴含等效颗粒大小的信息.

## 4. 结 论

1) Mie 散射相函数较 HG 散射相函数更能准确反映生物组织散射光的空间分布规律, 可以合理解释亚细胞器官大小不同导致的散射空间分布差异: 细胞核相对于其他亚细胞器官来说体积较大, 它在小角度范围内的散射明显, 而线粒体等体积较小的亚细胞器官的前向散射特性则显著减弱.

2) 各向异性因子、散射系数与等效颗粒直径大小密切相关: 一定波长的可见光照射生物组织时, 各向异性因子、散射系数随等效颗粒直径增大而增大.

3) 等效颗粒直径较小时, 各向异性因子、散射系数随入射光波长增大而减小, 等效颗粒直径较大时, 各向异性因子、散射系数随入射光波长变化不具单调性. 因此 Mie 理论可作为生物组织散射谱分析的一种理论工具.

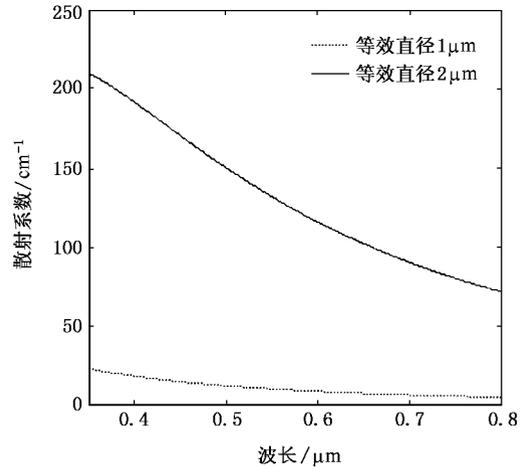


图 7 散射系数随波长变化曲线 ( $m = 1.1$ )

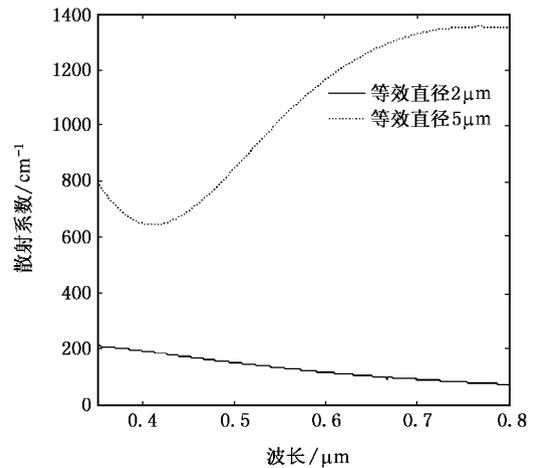


图 8 散射系数随波长变化曲线 ( $m = 1.1$ )

[ 1 ] Lai J C, Li Z H, He A Z 2004 *Acta Laser Biology Sinica* **13** 167 (in Chinese) [ 来建成、李振华、贺安之 2004 激光生物学报 **13** 167 ]  
 [ 2 ] Henyey L G, Greenstein J L 1941 *Astrophys. J.* **93** 70  
 [ 3 ] Baranoski G V G, Krishnaswamy A, Kimmel B 2005 *Visual Comput.* **21** 265  
 [ 4 ] Nick P, Glenn H C 2005 *SPIE*. **5695** 136  
 [ 5 ] Niemz M H 2005 *Laser-Tissue tissue interactions fundamentals and applications* Zhang Z X ( Trans. X Beijing :Science Press ) p20 ,21

( in Chinese ] Niemz M H 2005 激光与生物组织的相互作用——原理及应用 张镇西译(北京 科学出版社)第 20 21 页 ]  
 [ 6 ] Bohren C F, Huffman D R 1983 *Absorption and scattering of light by small particles*( New York : John Wiley & Sons )p82  
 [ 7 ] Wu P, Han Y P, Liu D F 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2677 ( in Chinese ) [ 吴 鹏、韩一平、刘德芳 2005 物理学报 **54** 2677 ]  
 [ 8 ] Beauvoit B, Chance B 1998 *Mol. Cell. Biochem.* **184** 445  
 [ 9 ] Pieter van der Zee, Essenpreis M, Delpy D T 1993 *SPIE* **1888** 454

# Application of Mie theory in biological tissue scattering characteristics analysis

Wang Qing-Hua<sup>†</sup> Zhang Ying-Ying Lai Jian-Cheng Li Zhen-Hua He An-Zhi

( *Department of Information Physics and Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China* )

( Received 6 February 2006 ; revised manuscript received 10 March 2006 )

## Abstract

Based on equivalent particle scattering model, Mie theory is introduced to calculate the scattering phase function, anisotropy factor and scattering coefficient of biological tissue. Numerical results show that the anisotropy factor and scattering coefficients increase with the increasing of the equivalent particle's diameter when the tissue is irradiated by visible light; the anisotropy factor and scattering coefficients decrease monotonously with the increasing of incident light wavelengths when the equivalent particle's diameter is relatively small; the anisotropy factor and scattering coefficients have no monotonicity with respect to the wavelengths when the equivalent particle's diameter is big. The above numerical results explain the published experiments well.

**Keywords** : biological tissue, scattering, Mie theory, equivalent particle

**PACC** : 8700, 4225F

---

<sup>†</sup> E-mail : qhwang@mail.njust.edu.cn