等离子体中相对论电子的同步曲率辐射特性研究*

刘 炯† 袁业飞‡ 邓小龙

(中国科学技术大学天体物理中心,合肥 230026) (2005年12月16日收到2006年4月24日收到修改稿)

根据同步曲率辐射理论推导了在等离子体环境中,不同磁场条件下的相对论性电子的吸收系数和发射系数表 达式,计算了电子的发射强度,并且在此基础上研究了同步曲率辐射机制的脉泽效应.研究了两种磁场位型,第一 种是强度均匀但弯曲的磁场,第二种是偶极磁场,结果发现了一些偶极磁场下特有的辐射特性.考虑到在天体的环 境下电子具有的不同的能谱分布,分别选用了三种典型的能谱分布(幂率分布,高斯分布,热分布)进行了研究,通 过计算负吸收和脉泽放大效应在发射强度上的表现后,发现在某些天体物理环境中,同步曲率辐射在等离子体中 的确存在脉泽放大效应.这些研究结果对太阳系中行星外层辐射的研究和宇宙中的射电高亮温度等问题的研究可 能提供有益的帮助.

关键词:同步曲率辐射,负吸收,脉泽效应 PACC:9530G

1.引 言

自从 1950 年前后 Alfvén 等人在恒星磁场的研 究以及 Kiepenheuer 在星际磁场的研究中提出宇宙 射电源可能辐射同步辐射以来,同步辐射在天体物 理的研究中得到了广泛的应用,并成为非常重要的 一种辐射机制,虽然同步辐射已经被研究了许多年, 但是这种辐射机制本身则需要假定磁场位型是均匀 和平直的,这是一种比较严格的假定,所以,理论上 同步辐射的应用环境是一种磁场位型平直的理想环 境,然而,在一般的天体物理的环境中磁场不会是均 匀的 特别是在脉冲星周围的磁场 磁场则是明显弯 曲的。在脉冲星的极端强磁场条件下,电子被束缚在 沿着弯曲的磁力线方向上运动.这时电子的辐射就 是曲率辐射,曲率辐射一直以来都被当成是和同步 辐射不同的另一种辐射机制,直到 1995 年,张家铝 和郑广生提出了一种新的辐射机制,称为同步曲率 辐射1-31这种辐射机制解决了在弯曲磁场中以任 一投射角运动的相对论性带电粒子的辐射问题 同 时也自然地统一了同步辐射和曲率辐射,这是一种 带有普遍适用性的辐射理论,其特征频率,辐射谱和

辐射功率公式在适当的参数区域内可自然地退化为 同步辐射或曲率辐射的相应公式,并将其光滑地连 接起来.同步曲率辐射成功地解决了弯曲磁场中辐 射的计算问题,并定量给出了弯曲磁场对辐射的 影响.

Sobolev 在他们的工作中完全肯定同步曲率辐 射机制的正确性^[4],并进一步考虑了一些更具体深 入的问题. Hirotani 等三位学者使用同步曲率辐射具 体计算了外间隙加速器电动力学问题,而且在附录 中将同步曲率辐射公式推广到有方位角漂移的情 况[5].在同步曲率公式提出之前,在研究脉冲星的辐 射机制和木星的射电发射的时候,许多工作^[6,7]仍 然使用同步辐射公式考虑偶极磁场中运动带电粒子 的辐射问题 所以这样的解决方式只是一种近似处 理,使用同步曲率辐射理论则是一种严格的处理方 法,张力和郑广生推导出了同步曲率辐射公式在中 子星条件下的具体表达式^[8] 解决了这一新机制在 脉冲星中的具体应用问题 使人们毋需从同步曲率 辐射的原始公式出发 就可直接对磁场和辐射做精 确处理,他们用同步曲率辐射机制在脉冲星条件下 的具体表达式重新研究了 γ 脉冲星的一系列重要问 题,建立了一个自洽的外间隙模型,解释了一系列

^{*} 国家自然科学基金(批准号:10673010,10233030,10573016)教育部博士点基金和教育部"新世纪优秀人才计划"资助的课题.

[†] E-mail:liujiong@mail.ustc.edu.cn

[‡] E-mail : yfyuan@ustc.edu.cn

发射电子对辐射的再吸收会极大的改变辐射 谱,这被认为是多种射电源低频射电谱偏陡的原因 之一.等离子体效应也会极大的改变辐射谱.自吸收 效应和等离子体对辐射的影响对于确定天体辐射源 的辐射机制和辐射源的物理状态常常是非常重要的 两个因素.

正是基于以上的原因,本文将运用同步曲率辐 射机制 从理论上研究弯曲磁场下的辐射特性.我们 选择了两种典型的磁场位型 第1种是磁力线弯曲 但磁场强度的大小均匀的磁场,这种磁场位型的特 点是磁力线的曲率半径是一个常数,这种假设在大 尺度条件下是对真实磁场的合理的近似,另一种磁 场位型是偶极磁场 这种磁场位型可以比较好地描 述星体环境下的磁场,考虑到在各种天体物理的环 境中电子可能具有的不同的能谱分布,而且天体中 普遍存在着等离子体环境111,我们分别选用了3种 典型的能谱分布 幂率分布 高斯分布 热分布 进行 了研究,得到了包括自吸收系数,发射系数,发射强 度在内的电子的辐射特性,同时探讨了在等离子体 条件下同步曲率辐射机制的脉泽发射的可能性,可 以严格证明 在真空中 同步曲率辐射是没有脉泽放 大现象的^{12]} 但是当考虑到等离子体效应时,自吸 收系数 发射系数 发射强度特性会有相应的改变, 此时 在一定的条件下 同步曲率辐射将会产生负吸 收现象 在发射强度上就表现为脉泽放大,本文将对 此加以详细的讨论.

2. 等离子体中的同步曲率辐射理论简介

2.1. 同步曲率辐射理论简介

当考虑相对论电子在弯曲磁场中的辐射问题 时,使用同步曲率辐射机制是一种更好的选择.真空 中同步曲率辐射的功率谱公式为

$$P_{v}^{(1)} = \frac{\sqrt{3}e^{2}\gamma}{2Q_{2}^{2}r_{c}^{3}} F(x) + Q(x)], \qquad (1)$$

$$P_{v}^{(2)} = \frac{\sqrt{3}e^{2}\gamma}{2r_{c}} [F(x) - Q(x)], \qquad (2)$$

方程中上标(1)代表垂直于磁场和辐射传播方向的 偏振分量,上标(2)代表垂直于偏振方向(上标(1)) 和辐射传播方向的偏振分量.其中

$$F(x) = x \int_{x}^{\infty} K_{5/3}(y) \, \mathrm{d}y , \qquad (3)$$

$$G(x) = xK_{2/3}(x),$$
 (4)

$$x = \frac{\nu}{\nu_c}.$$
 (5)

同步曲率辐射的特征频率

$$\nu_{c} = \frac{3\gamma^{3} c Q_{2}}{4\pi} , \qquad (6)$$

其中

$$Q_2 = \frac{\left[\left(\frac{r_B}{\rho} + 1 - \frac{3\rho}{r_B}\right)\cos^4\alpha + \frac{3\rho}{r_B}\cos^2\alpha + \frac{\rho^2}{r_B^2}\sin^4\alpha\right]^{1/2}}{\rho}$$
(7)

电子的回旋轨道半径为

$$F_{c} = \frac{c^{2}}{\left[(r_{B} + \rho)\Omega_{0}^{2} + r_{B}\omega_{B}^{2}\right]}, \qquad (8)$$

式中 $\omega_B = \frac{eB}{\gamma mc}$ 为电子的相对论性 Lamor 频率. 假设 磁场平直时电子的回旋半径为 : $r_B = \frac{c\beta \sin \alpha}{\omega_B}$. 回旋频 率 $\Omega_0 = \frac{c\beta \cos \alpha}{\rho}$ 是假设电子只沿着曲率半径为 ρ 的

弯曲磁场运动时的回旋频率.其中 c 是光速, e 是电子电荷, m 是电子质量.

2.2. 等离子体中同步曲率辐射的自吸收系数和发射系数

在真空中同步辐射自吸收谱有着单纯幂律谱的 谱形.在讨论很多天体物理问题时,这是很重要的. 但是使用同步曲率辐射,在等离子体中描述一般的 弯曲磁场中的相对论性电子的行为时,在辐射特性 上具有与同步辐射不同的特点,它的自吸收谱具有 怎样的谱型是值得深入探讨的重要问题.各向同性 分布的发射电子的单位长度辐射自吸收系数为

 $K_{\nu} = -\frac{1}{4\pi m\nu^{2}} \int \gamma^{2} P^{(j)}(\nu, \gamma) \frac{d}{d\gamma} \left[\frac{M(\gamma)}{\gamma^{2}} \right] d\gamma (9)$ 其中 *j* = 1 2 分别代表两个偏正方向, *m* 是电子质 量, *γ* 是发射电子的 Lorentz 因子, *N*(γ)为电子能谱 函数, *P*^(j)(ν, γ)为单电子辐射功率谱函数.

等离子体对辐射谱的影响来自电磁波相速度的变化.这导致真空中推迟时间 $t' = t - R_0(t')c$,在等离子体中变为 $t' = t - \eta R_0(t')c$.因为Liénard-Wiechert

=

势的分母(1 – $\beta \cos \phi$)决定辐射角展宽(其中 $\beta = \eta v/c$, v 是辐射电子的速度, η 是等离子体的折射指数,对 各向同性且足够稀薄的等离子体, $\eta = (1 - v_p^2/v^2)^{\prime 2}$. $v_p = (ne^2/\pi m)^{\prime 2}$ 是热电子数密度为n的等离子体特 征频率, ϕ 是电子速度与观察者视线之间夹角),所 以特征角展宽由 $1/\gamma$ 变为 $1/f\gamma$,其中参数

 $f \equiv (1 + \gamma^2 \nu_p^2 / \nu^2)^{-1/2}$, (10) 其他量例如电子的运动参数 ω_B , r_B , Q_2 不变. 因此, 等离子体中同步曲率辐射功率谱变为(以下变量,上 面有帽子符号"^"的表示等离子体中与真空中有所 不同)

$$\hat{P}_{\nu}^{(1)} = \frac{\sqrt{3}e^2}{2} \frac{\gamma}{Q_2^2 r_c^3} [F(\hat{x}) + G(\hat{x})], \quad (11)$$

$$\hat{P}_{\nu}^{(2)} = \frac{\sqrt{3}e^2}{2} \frac{\gamma}{r_c} f[F(\hat{x}) - O(\hat{x})], \quad (12)$$

其中 $\hat{x} \equiv x/f^3$.因此,在等离子条件下,各向同性分 布发射电子的单位长度辐射自吸收系数为

$$\hat{K}_{v} = -\frac{1}{4\pi m\nu^{2}} \int \gamma^{2} \hat{P}(\nu, \gamma) \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\gamma} \left[\frac{N(\gamma)}{\gamma^{2}} \right] \mathrm{d}\gamma \quad (13)$$

相应的发射系数为

$$\widehat{\epsilon}(\nu) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} N(\gamma) \hat{P}(\nu, \gamma) d\gamma. \qquad (14)$$

为了更加详细地了解自吸收系数和发射系数的 行为,我们将就不同的磁场位型,不同的能谱分布 形态进行研究.在此我们将选择在天体物理环境中 的两种典型磁场:第1种是大尺度情况下的弯曲磁 场,为了简便起见,不失一般性,我们假设磁场强度 的大小是处处相同的.第2种磁场是星体附近的偶 极磁场.高能电子的能谱分布函数则选择幂率分布, 高斯分布和热分布3种情况.

3. 均匀弯曲磁场中等离子体的辐射

首先假设磁场是弯曲的且磁场强度的大小处处 相等,这种假设适用于所考虑的区域的尺度远远小 于磁场的尺度的情况.

3.1. 幂率能谱分布

设电子的能谱分布为

$$N(\gamma) = N_0 \gamma^{-n} , \qquad (15)$$

自吸收系数

$$K_{v} = -\frac{1}{4\pi m \nu^{2}} \int_{0}^{\infty} \gamma^{2} \hat{P}(\nu, \gamma) \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\gamma} \left[\frac{N(\gamma)}{\gamma^{2}}\right] \mathrm{d}\gamma$$

$$=\frac{N_{0}(n+2)}{4\pi m\nu^{2}}\int_{a}^{b}\hat{P}(\nu,\gamma)\gamma^{-(n+1)}d\gamma, \quad (16)$$

可以证明 吸收系数是恒正的^[9] 或者说在幂率能谱 分布下 同步曲率辐射不会产生负吸收现象 图 1 作 为一个例子 ,我们选取 $\gamma = 10-200$,磁场强度 : $B = 10^{-6}$ T ,距离星体中心的距离 : $R = 10^{9}$ cm , 电子 数密度 : 10^{4} /cm³ 电子投射角 $\alpha = 1$.



图 1 等离子体环境中弯曲磁场下同步曲率辐射电子的自吸收 系数随频率的变化 其中 $\gamma = 10$ —200,磁场强度 : $B = 10^{-6}$ T, 距离星体中心的距离 : $R = 10^{9}$ cm,电子数密度 : 10^{4} /cm³,电子投 射角 : $\alpha = 1$

从物理上说:同步曲率自吸收过程,其实就是辐射束使得相对论电子产生感应吸收跃迁的过程,考虑两种状态:状态一电子的动量较小,粒子数为: $N\left(p-\frac{h}{2\pi}K\right)$;状态二电子的动量较大,粒子数为:N(p),在动量空间有自吸收系数为

$$K_{\nu} = \int \left[B_{12} N \left(p - \frac{h}{2\pi} K \right) - B_{21} N \left(p \right) \right] h \nu p^2 dp d\nu ,$$
(17)

其中 B₁₂和 B₂₁为爱因斯坦系数,且 B₁₂ = B₂₁.当电 子的能谱分布为幂率分布时:总有低能的电子数比 高能的电子数多,所以以上的积分始终是正的,没有 负吸收现象发生,但是当电子的能谱分布不是幂律 时,低能的电子数比高能的电子数总是要多的情况 就不会发生,这时就可能会有负吸收现象发生,即 会产生脉泽放大.Melrose 很早就已经指出^[13,14],产 生脉泽放大现象的必要条件是辐射粒子的分布必须 满足粒子数反转的条件.这就说明了在幂律分布的 条件下,是不可能产生脉泽放大效应的.在之后的很 多研究中^[14—16],都是用了单能分布,单能分布只是 一种理想的能谱分布,更加合适的能谱分布是高斯 分布.而且高斯分布可以很自然的提供粒子数反转的条件.高斯分布在物理上也是一种常用的随机分布.在下一节我们将就高斯能谱分布的情况加以讨论.

3.2. 高斯能谱分布

设电子的能谱分布为

$$N(\gamma) = \frac{N_0}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\gamma-\gamma_0)^2}{2\sigma^2}}, \qquad (18)$$

自吸收系数

$$K_{v} = -\frac{1}{4\pi m \nu^{2}} \int_{0}^{\infty} \gamma^{2} \hat{P}(\nu,\gamma) \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\gamma} \left[\frac{N(\gamma)}{\gamma^{2}}\right] \mathrm{d}\gamma$$
$$= \frac{N_{0}}{4\pi m \nu^{2} \sqrt{2\pi}\sigma} \int_{a}^{b} \hat{P}(\nu,\gamma) \mathrm{e}^{-\frac{(\gamma-\gamma_{0})^{2}}{2\sigma^{2}}}$$
$$\times \left[\frac{2}{\gamma} + \frac{(\gamma-\gamma_{0})}{\sigma^{2}}\right] \mathrm{d}\gamma , \qquad (19)$$

自吸收系数的具体行为以中子星为例如图 2 所示.在 图 2 中我们选取的参数是: $\gamma = 10^{5} - 2 \times 10^{7}$ 磁场强 度:B = 100 T,距离星体中心的距离: $R = 10^{8}$ cm,电 子数密度: 10^{6} /cm³,电子投射角: $\alpha = 0.001$.其中电 子数密度的选取是根据脉冲星辐射理论的 J-G 公式 $n(\gamma) = \frac{\Omega B}{2\pi ce}$,同时选择 30 ms 脉冲星的条件得来的. 可以发现,在高斯能谱分布下,同步曲率辐射可以发

生负吸收现象 因此可以产生脉泽放大.



图 2 等离子体环境中弯曲磁场下同步曲率辐射电子的自吸收 系数 : γ 的平均值是 10⁷ , γ 的方差是 10⁶ .磁场强度 : $B = 10^2$ T 距 离星体中心的距离 : $R = 10^8$ cm , 电子数密度 : 10^6 /cm³ , 电子投射 角 : $\alpha = 0.001$

发射系数

$$\varepsilon(\nu) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty N(\gamma) \hat{P}(\nu, \gamma) d\gamma$$
$$= \frac{N_0}{4\pi\sqrt{2\pi\sigma}} \int_a^b e^{-\frac{(\gamma-\gamma_0)^2}{2\sigma^2}} \hat{P}(\nu, \gamma) d\gamma , \quad (20)$$

利用吸收系数和发射系数的表达式可以得到发射强 度的表达式为

$$I(\nu) = \frac{\varepsilon(\nu)}{K_{\nu}(\nu)} [1 - \exp(-K_{\nu}(\nu)L)]$$

$$\approx \begin{cases} \varepsilon(\nu)L K_{\nu}(\nu)L \ll 1, \\ \frac{\varepsilon(\nu)}{K_{\nu}(\nu)} K_{\nu}(\nu)L \gg 1 \boxplus K_{\nu}(\nu) > 0, \\ \frac{\varepsilon(\nu)}{|K_{\nu}(\nu)|} \varepsilon^{(+K_{\nu}(\nu)|L)}, |K_{\nu}(\mu)|L \gg 1 \boxplus K_{\nu}(\mu) < 0, \end{cases}$$
(21)

得到了自吸收系数和发射系数,如图 3,我们可以求 出发射强度.可以预见在负吸收发生的频率处,发射 强度会因为负吸收而产生一个峰.而且随着参数的 不同,特别是当等离子体的密度很高,相对论电子的 密度也很高时,自吸收甚至可以产生比同步曲率辐 射本身更加强的发射强度,为了说明问题,我们选择 了一个极端条件下的情况.其中磁场的曲率半径为: 10¹⁰ cm,此处的磁场强度为 10 T,等离子体的密度 为 10⁻¹³ g/cm³相对论电子的数密度为:10¹²/cm³.图 4 中的第 1 个峰值就是由于负吸收所引起的脉泽效 应,第2个峰值是同步曲率辐射自身所产生的.

3.3. 热能谱分布

天体中普遍存在着的电子的能谱分布为热分布的环境,一般情况下天体周围的电子不是简并电子, 所以本文假设热电子的能谱分布满足麦克斯韦分布,因为本文一般考虑的是相对论性的电子,为了方便起见我们以 Lorentz 因子代替电子的速度来写相应的表达式



图 3 等离子体环境中弯曲磁场下同步曲率辐射电子的发射系数 : γ 的平均值是 10^7 , γ 的方差是 10^6 .磁场强度 :B = 100 T,距 离星体中心的距离 : $R = 10^8$ cm,电子数密度 : 10^6 /cm³,电子投射 角 : $\alpha = 0.001$



图 4 等离子体环境中弯曲磁场下同步曲率辐射电子的发射强 度随频率的变化 磁场曲率半径 :10¹⁰ cm,磁场强度 :10 T,等离子 体的密度 :10⁻¹³ g/cm³相对论电子的数密度 :10¹²/cm³

$$N = \frac{32n\gamma^2 d\gamma}{\pi^2 (\bar{\gamma})^3} e^{-\frac{4\gamma^2}{\pi (\bar{\gamma})^2}} , \qquad (22)$$

其中 $\frac{1}{\gamma}$ 为热电子的平均 Lorentz 因子 ,所以电子的自 吸收系数为

$$K_{v} = \frac{1}{4\pi m \nu^{2}} \int \hat{P}(\nu, \gamma) \frac{128n\gamma^{3}}{\pi^{3} \bar{\gamma}^{5}} e_{\pi(\bar{\gamma})^{2}}^{\frac{4\gamma^{2}}{2}} d\gamma , \quad (23)$$

发射系数为

发生强度为

$$I(\nu) = \frac{\varepsilon(\nu)}{K_{\nu}(\nu)} [1 - \exp(-K_{\nu}(\nu)L)], \quad (25)$$

发射强度的典型图线如图 5 所示 ,这里我们选用的

参数是磁场的曲率半径为 : 10^7 cm ,此处的磁场强度 为 10^{-2} T ,相对论电子的数密度为 : 10^{12} /cm³ ,热电子 的平均 Lorentz 因子为 : $\hat{\gamma} = 100$.特别需要指出的是 , 在电子的能谱分布为热分布的条件下 ,在一般的星 体环境中(中子星 ,白矮星 ,行星等),多种参数的拟 合结果指出 ,负吸收同样可以发生 ,但是强度非常 小 ,有时完全不会发生 ,所以强度曲线往往出现如图 5 所示的简单结构 .



图 5 等离子体环境中弯曲磁场下同步曲率辐射电子热分布下发 射强度随频率的变化 磁场曲率半径 : 10^7 cm 磁场强度 : 10^{-2} T,相 对论电子的数密度 : 10^{12} /cm³ 热电子的平均洛伦兹因子 : $\hat{\gamma} = 100$

4. 偶极磁场中等离子体的辐射

4.1. 幂率能谱分布

星体的磁场可以近似为偶极磁场,在偶极磁场 的条件下,磁场强度是位置和方位角的函数,偶极磁 场的表达式为

$$B(r,\theta) = B_s \frac{R_s^3}{r^3} \left(\cos\theta e_r + \frac{\sin\theta}{2} e_\theta\right) , \quad (26)$$

这里的 B_s为星体表面的磁场强度 ,R_s 是星体表面的半径.在相应于在距离星体为 r 处的磁力线的曲率半径是

$$\rho = r \sin\theta \frac{(3\cos^2\theta + 1)^{3/2}}{\Im(\cos^2\theta + 1)}, \qquad (27)$$

在这样的磁场条件下,同样对于电子为幂率分布,没 有出现负吸收现象.在脉冲星的厚外间隙模型中,电 子的 Lorentz 因子 γ 和能谱分布函数可以写成: $\chi(\rho) \sim \rho^{(-34)}$ 以及 $\frac{dN}{d\rho} \sim \rho^{94}$,那么经过推导可以得 到吸收系数和发射系数为

$$K_{\nu} = -\int \gamma^{2} P(\gamma) \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\gamma} \left(\frac{N(\gamma)}{\gamma^{2}}\right) \mathrm{d}\gamma$$

$$\sim \int P(B_{\eta}\rho_{\eta}\gamma) \gamma^{-\frac{16}{3}} \mathrm{d}\gamma , \qquad (28)$$

$$\varepsilon = \int N(\gamma) P(\gamma) \mathrm{d}\gamma$$

$$\sim \int P(B_{\eta}\rho_{\eta}\gamma) \gamma^{-13/3} \mathrm{d}\gamma , \qquad (29)$$

又因为其中的磁场和曲率半径都是位置和方位角的 函数 ,所以原则上 ,吸收系数和发射系数可以完全是 位置和方位角的函数 .

4.2. 高斯能谱分布

在偶极磁场的条件下,吸收系数和发射系数的 行为会随着感兴趣区的方位角和位置的不同而产生 相应的变化,计算表明吸收系数和发射系数随着方 位角的不同呈现出两极处为极大值,赤道处为极小 值的样子.这种情况在不同的天体环境中都会出现. 图 6 和图 7 描述了吸收系数和发射系数的典型行为 特点,两个图所采用的参数都选择了类似于木星的 大行星环境下的情况,需要指出的是:图中所考察 的位置处在 10 倍于星体半径的地方,我们是就一个 特定的频率 2.7 × 10⁸ Hz 绘出自吸收系数和发射系 数的图,我们的计算表明,在这个频率处,对应于 图 6 7 中所示的参数,同步曲率辐射没有产生负吸 收放大现象.



图 6 等离子体环境中偶极磁场下同步曲率辐射电子的吸收系数随纬度的变化: γ 的平均值是 100, γ 的方差是 10.表面磁场强度: $B = 10^{-3}$ T,星体半径: $R = 10^{9}$ cm,电子数密度: $10^{4} = cm^{3}$,电子投射角: $\alpha = 1$

对于产生负吸收放大效应的频率和产生负吸收 放大的临界频率(指如果频率小于该频率则产生负 吸收放大,大于该频率则没有负吸收放大效应),发



图 7 等离子体环境中偶极磁场下同步曲率辐射电子的发射系数随纬度的变化: γ 的平均值是 100, γ 的方差是 10.表面磁场强度: $B = 10^{-3}$ T,星体半径: $R = 10^{9}$ cm,电子数密度: 10^{4} /cm³,电子投射角: $\alpha = 1$

射系数的行为仍然如图 7 所述 ,但是自吸收系数的 行为有所不同.图8和图9选择的参数和图6.图7 相同:γ的平均值是100,γ的方差是10.表面磁场 强度 : $B = 10^{-3}$ T,星体半径 : $R = 10^{9}$ cm,电子数密 度 $:10^4 = cm^3$ 电子投射角 $:\alpha = 1$ 所处的位置是 10 倍 星体半径处,分别选择了 2.6×10^7 Hz 和 3.5×10^7 Hz 这两个频率 在前一个频率处产生了比较强烈的负 吸收 后一个频率则是产生负吸收的临界频率,我们 已经计算出,在粒子数密度 $n = 10^4$ 下,等离子体的 屏蔽效应将发生在小于9×10⁵ Hz 处 所以所有的辐 射都不会被等离子体屏蔽.随着 n 的增大,整体的 图线将向高频处移动,从图 8,图 9 中可以看到,在 产生负吸收较强的频率处,在两极处会有更大的负 吸收发生 而在产生负吸收的临界频率处 自吸收系 数在两极处最大 而且在赤道处有极大值 在中纬度 处有最强的负吸收发生.

天体的自吸收系数随纬度的行为将会导致天体 的发射强度的行为也随着纬度而变化,由于自吸收 系数已经是变量,为了准确的计算出发射强度,我们 需要从原初的辐射微分方程着手,

$$\frac{\mathrm{d}I_{v}(r)}{\mathrm{d}r} = -K_{v}(r)I_{v}(r) + \varepsilon_{v}(r), \quad (30)$$

考虑微分方程

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = p(x)y + q(x), \qquad (31)$$

它的通解形式为

$$y(x) = e^{\int p(x) dx} \left(\int q(x) e^{-\int p(x) dx} dx + C \right) , (32)$$

其中 C 微积分常数.需要使用边界条件来决定.所

2期



图 8 偶极磁场下同步曲率辐射电子在 2.6×10^7 Hz 处的自吸收 系数随纬度的变化, γ 的平均值是 100, γ 的方差是 10.表面磁 场强度 : $B = 10^{-3}$ T, 星体半径 : $R = 10^9$ cm, 电子数密度 : 10^4 /cm³, 电子投射角 : $\alpha = 1$



图 9 偶极磁场下同步曲率辐射电子在 3.5×10^7 Hz 处的自吸收 系数随纬度的变化 , γ 的平均值是 100 , γ 的方差是 10. 表面磁场 强度 : $B = 10^{-3}$ T ,星体半径 : $R = 10^9$ cm ,电子数密度 : 10^4 /cm³ ,电 子投射角 :a = 1

以我们得到

$$I_{v}(r) = e^{-\int K_{v}(r) dr} \left(\int \varepsilon_{v}(r) e^{\int K_{v}(r) dr} dr + C \right)$$
,(33)

常数 C 可以使用著名的辐射转移方程来决定.辐射转移方程(以光深为变量)为

$$I_{out} = I_{in} e^{-\tau_0} + \int_0^{\tau_0} e^{-\tau} S_{\nu}(\tau) d\tau , \qquad (34)$$

不难看出:积分常数为 *C* = *I*_{in}.为了在使用计算机 计算时更加方便,我们直接使用位矢做变量得到在 距离星体中心为 *L* 的地方,发射强度为

$$I_{v}(L) = e^{-\int_{0}^{L} K_{v}(r) dr} \left(\int_{0}^{L} \varepsilon_{v}(r) e^{\int_{0}^{r} K_{v}(s) ds} dr + I_{in} \right) ,$$
(35)

假设没有来自星体本身的入射能量 即假设 : J_{in} = 0 有

$$I_{v}(L) = e^{-\int_{0}^{L} K_{v}(r) dr} \int_{0}^{L} \varepsilon_{v}(r) e^{\int_{0}^{r} K_{v}(s) ds} dr , \quad (36)$$

图 10 是我们画的发射强度随频率的图线,图 10 中 的第一个峰就是由于等离子体的负吸收效应所产 生.其中我们选择了距离星体中心为 10¹⁰ cm(木星的 半径大约是 6 × 10⁹ cm)此处的磁场是 4 × 10⁻⁴ T,电 子的数密度为 10⁸/cm³,等离子体的密度也为同样的 量级.相对论电子的平均能量为 50 MeV.图 11 是发 射强度随着纬度的变化关系.我们选择频率为 1.8 × 10⁹ Hz,在这个频率处,负吸收比较强烈.



图 10 偶极磁场下高斯分布同步曲率辐射电子的发射强度随随 频率的变化,距离星体中心为 10¹⁰ cm 磁场是 4×10⁻⁴ T,电子的 数密度为 10⁸/cm³ 相对论电子的平均能量为 50 MeV.



图 11 偶极磁场下高斯分布同步曲率辐射电子的发射强度随纬 度的变化,距离星体中心为 10¹⁰ cm,磁场是 4 × 10⁻⁴ T,电子的数 密度为 10⁸/cm³,相对论电子的平均能量为 50 MeV,频率为 1.8 × 10⁹

对比自吸收系数随着纬度的变化可以看出:在 负吸收比较明显的频率处,两极的发射强度可以变 得很强,这种强度的增强正是由于负吸收现象的发 生所至.这种性质可能用来为研究木星两极处强烈 的辐射性质提供帮助.

4.3. 热能谱分布

在能谱分布为热分布的条件下,同步曲率辐射 的吸收系数,发射系数和发射强度的行为与能谱分 布为高斯分布的情况大致相同,发射强度随频率的 变化,以及发射强度随纬度的变化都具有偶极磁场 本身特点.我们选择和第一种磁场一样的参数条件, (即相对论电子的数密度为: 10^{12} /cm³,热电子的平均 Lorentz 因子为: $\hat{\gamma} = 100$)同时假设星体表面半径为 10^8 cm,星体表面磁场为 10^{-2} T,给出图 12 和图 13. 这些可以反映出同步曲率辐射机制在偶极磁场的条 件下的典型行为,同样可以看到辐射强度随着纬度 的改变而改变的情况.这些都是偶极磁场的磁场几 何位型所具有的特点.



图 12 热分布下同步曲率辐射电子的发射强度随随频率的变化 相对论电子的数密度为 :10¹²/cm³ ,热电子的平均洛伦兹因子 为 :ŷ = 100 , 表面半径为 10⁸ cm ,表面磁场为 10⁻¹ T



图 13 热分布下同步曲率辐射电子的发射强度随纬度的变化, 相对论电子的数密度为 $:10^{12}/cm^3$,热电子的平均洛伦兹因子为: $\hat{\gamma} = 100$,表面半径为 10^8 cm,表面磁场为 10^{-1} T

5. 讨论

木星拥有太阳系行星中范围最大、强度最强的 磁场,木星的磁场可以看成是一个偶极磁场,磁力线 的弯曲是明显而且不可忽略的,木星极光的强度是 地球极光强度的上千倍,而且木星极光形成的原理 也有别于地球和土星极光.根据多年来积累的观测 资料显示,一般情况下,极光普遍产生于高能太阳风 微粒(闯入行星大气层的离子),而且,木星极光发生 时常伴有强烈的 X 射线辐射.所以在研究木星的辐 射特性时,应该使用同步曲率辐射机制,在了解到 太阳风粒子的具体特性后,利用本文的公式和方法 可以求解出相应的辐射物理量,这些对于研究木星 的性质是有重要作用的.

空间中的磁场在不同的条件下会呈现出不同的 形态,如果只是用一个常矢量来表示是不够精确的, 就同步曲率辐射机制的特点,研究一些磁场强度不 是常量的条件下的辐射过程的特性是有必要的,以 前还没有做过非均匀磁场下同步曲率辐射的特性研 究.行星,白矮星,中子星的外部磁场是一种近似的 偶极磁场,在这样的磁场中的辐射研究应该用同步 曲率辐射机制,特别是当这些星体周围有物质吸积 过程发生时,周围将会产生等离子体环境,本文给出 的结果将对这些天体辐射性质的研究提供有益的帮 助.同步曲率辐射机制本身并不限制磁场的位型,如 果可以给出星体周围的详细地磁场位型,那么利用 同步曲率辐射机制可以详细精确的研究星体周围相 对论电子的辐射特性.

脉泽对于解释许多射电天体的(河外射电源,射 电脉冲星)射电高亮温度现象可以提供重要的帮助. 本文指出在电子的能谱分布为幂率分布的情况下, 同步曲率辐射没有负吸收放大效应,但是在能谱分 布为高斯分布的情况下,同步曲率辐射就会有脉泽 现象发生.但是新的计算表明,这种性质并不是高斯 型的能谱分布所特有的,在很多类型能谱分布都可 以使同步曲率辐射产生脉泽现象,对于能谱分布都可 以使同步曲率辐射产生脉泽现象,对于能谱分布是 单能分布的情况,在等离子体环境中同样有脉泽的 现象发生^[12,13].对于热分布情况,我们的拟合表明, 脉泽同样可以发生但是因为强度很小,往往不会在 强度曲线上给出明显的一个峰.对于多种能谱分布 的研究有利于更加详细地了解辐射的脉泽现象.张 家铝和袁业飞已经完成了同步曲率辐射的量子力学 推广^[17,18]利用量子理论作更深入的研究也是必要的.在脉冲星的环境下,脉泽还会由于等离子体的不稳定性以及磁场本身的几何特点所带来的漂移产生,由于同步辐射,回旋辐射和曲率辐射以及等离子体的不稳定性,考虑到相应的契仑柯夫效应,脉泽

同样会发生,国际上现在也在做更多的研究^[19],然 而同步曲率辐射在等离子体环境中,由于等离子体 的不稳定性和契仑柯夫效应所带来的脉泽现象还没 有研究过,这是值得考虑和研究的.

- [1] Cheng K S , Zhang L J 1996 Astrophys. J 463 271
- [2] Sobolev Ya 2001 KosNT 7S 89
- [3] Hirotani K , Harding Alice K , Shibata S 2003 Astrophys . J 591 334
- [4] Field, George B 1961 Astron. J. 70 283
- [5] Chang D B , Leverett D , Jr. Astrophys. J. 136 567
- [6] Zhang L , Cheng K S 1997 Astrophys . J. 487 370
- [7] Xia T S , Zhang J L 2001 Astron . Astrophys . 371 93
- [8] Deng X L , Xia T S , Liu J 2005 Astron . Astrophys . 443 747
- [9] Yang J M, Liu J, Zhang J L 2003 Journal of USTC. 33 158 (in Chinese)[杨建明、刘 炯、张家铝 2003 中国科学技术大学学 报 33 158]
- [10] Melrose D B 1978 Astrophys. J. 225 557

- [11] Luo Q, Melrose D B 1992 PASAu 10 45
- [12] Crusius A, Schlickeiser R 1988 Astro. Astrophys. 196 327
- [13] Cawthorne T V 1985 MNRAS 216 795
- [14] Zhang J L , Yuan Y F 1998 Astrophys . J 493 826
- [14] Zhang J L , Cheng K S 1995 Phys. Lett. A 208 47
- [15] Lyutikov M , Blandford R D , Machabeli G 1999 MNRAS 305 338
- [16] Zhang J L, Cheng G S 1995 Chinese Astron. Astrophys. 36 435 (in Chinese)[张家铝、郑广生 1995 天文学报 36 435]
- [17] Yuan Y F, Zhang J L 1997 Sci. in China A 27 954 (in Chinese) [袁业飞、张家铝 1997 中国科学(A辑) 27 954]
- [18] Wang W, Zhang J, Zhao G 2006 Acta Phys. Sin. 55 287 (in Chinese) [王 薇、张 杰、赵 刚 2006 物理学报 55 287]

Characteristics of the synchrotron radiation from relativistic electrons in plasma *

Liu Jiong[†] Yuan Ye-Fei[‡] Deng Xiao-Long

(Center for Astrophysics , University of Science and Technology of China , Hefei , 230026 , China)
 (Received 16 December 2005 ; revised manuscript received 24 April 2006)

Abstract

According to synchrotron radiation theory, we derive the absorption coefcient, emission coefficient, and the emission intensity from relativistic electrons in the plasma under the different kinds of magnetic fields. Furthermore, we study the maser effect of the synchrotron radiation. The effects of two kinds of magnetic fields are investigated, the first kind is a curved magnetic field, but its strength is homogenous. The other is a dipole magnetic field. We find some special characteristics in the dipole magnetic field. Because of the uncertainty of the energy distribution spectrum of electrons, we choose three typical energy distribution spectra, namely the power law spectrum, Gauss spectrum and thermal spectrum. By calculating the emission intensity, we find the maser effect of synchron-curvature radiation under several kinds of astronomical condition. It is clearly shown that the maser emission of the synchrotron radiation does exist in plasma environment. These results could give some explanations for the atmospheric radiation of planets and might be helpful to solve the problems of the high brightness temperature of some radio sources.

Keywords : synchrotron radiation , negative absorption , maser PACC : 9530G

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10673010, 10233030, 10573016), the Specialized Research Fund of the Doctoral Program of Higher Education of China and the Program for New Century Excellent Talents in University.

[†] E-mail:liujiong@mail.ustc.edu.cn

[‡] E-mail : yfyuan@ustc.edu.cn