第 56 卷 第 3 期 2007 年 3 月
1000-3290/2007/56(03)/1819-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.56,No.3,March,2007


# 远场来流对过冷熔体中球状晶体生长的影响*

陈明文[1)2)]　王自东[2)]　孙仁济[1)]

1)(北京科技大学应用科学学院,北京　100083)

2)(北京科技大学材料科学与工程学院,北京　100083)

(2006 年 5 月 30 日收到;2006 年 8 月 31 日收到修改稿)

利用渐近分析方法研究了远场来流引起的对流对过冷熔体中球状晶体的生长形态的影响.结果表明,由远场来流导致的对流使得正在生长的球状晶体的界面在向着来流的前部朝来流方向相反的方向生长,并且提高了朝来流的相反方向的生长速度,在背风方向衰减;正在衰减的球状晶体的界面在向着来流的前部加速衰减,在背风方向减缓衰减.

**关键词**:球状晶体,远场来流,对流,界画形态

**PACC**:8130F,8110F,6470D

## 1.引　　言

过冷熔体内球状晶体在扩散机制控制下的生长首先被 Mullins 和 Sekerka[1] 研究.他们发现扰动项振幅的变化率满足一个色散关系,扰动项振幅的变化率随时间增加时大于零,则球状晶体生长;随时间增加时小于零,则球状晶体收缩.球状晶体的这种生长变化取决于晶体半径的某个临界值 $R_c$,使得当球状晶体的半径超过 $R_c$ 时,晶体生长是不稳定的;而当球状晶体的半径低于 $R_c$ 时,晶体生长是稳定的.Mullins 和 Sekerka 所作的线性稳定性分析成为固液界面形态稳定性的准则.Coriell 和 Parker[2] 进一步考虑表面扩散对于球状晶体的生长作用.徐鉴君[3] 研究了在小过冷熔体内具有等曲率弯曲界面凝固过程的稳定性.Davis[4] 对于晶体生长的研究作了系统的总结和分析.Cristini 和 Li 等人[5—8] 研究了考虑各向同性表面张力和界面动力学的过冷熔体中球状晶体的线性和非线性扰动分析和自相似演化,他们将远场温度条件 $\lim_{r\to\infty} T = T_\infty$ 用远场热流条件 $J = -(4\pi)^{-1}\int_\Sigma \boldsymbol{n}_\infty \cdot \nabla T \mathrm{d}\Sigma$($\Sigma$ 为远场任意边界,$\boldsymbol{n}_\infty$ 为远场边界的外法向量)代替,发现远场热流和过冷之间的关系与 Mullins 和 Sekerka 的结果类似,也存在球状晶体形态稳定性的关于热流的临界值 $J_c$ 和判别准则.李梅娥等人[9] 用相场法模拟了定向凝固时平界面失稳、界面形态演化.但是这些研究均忽略了熔体的对流对于晶体生长的影响.熔体对流对于晶体生长有着重要的影响.Brattkus 和 Davis[10] 研究了由流动导致缓慢旋转的凝固圆盘的对称和非对称扰动的形态不稳定性,发现非对称的扰动相应于非平行流的效应,由对流导致的形态不稳定性被非平行流所增强.Xu 和 Yu[11,12] 用渐近分析方法研究了对流对枝晶生长的影响,揭示了在对流熔体中枝晶生长的机理.Galenko 等人[13] 用实验方法对过冷液滴在强迫对流影响下的枝晶生长动力学进行了实验研究,发现对正在生长的枝晶所施加的迎风来流提高了朝来流的相反方向生长的枝晶尖端的生长速度.球状晶体可以演化为复杂结构的枝晶,研究熔体对流对球状晶体的形态演化的作用对于理解和认识晶体生长的机理有重要的意义.

本文利用渐近分析方法研究了小的远场来流对在过冷熔体中球状晶体的生长形态的影响.通过将球状晶体的界面作渐近展开,用理论方法揭示熔体对流对于晶体生长的影响.

## 2.数学模型

考虑在过冷熔体中的一个初始半径为 $r_0$ 的球

* 国家重大基础研究项目(批准号:G2000067206-1)资助的课题.

状晶体(见图 1),假定熔体视为各向同性的不可压缩的牛顿流体,球状晶体受到远场来流的作用.假定远离固液界面的这个来流速度为常数 $U_\infty$(不妨设 $U_\infty > 0$),方向由上向下.远场温度为 $T_\infty$($T_\infty < T_M$,$T_M$ 为纯物质的凝固平衡温度).远场的过冷度为 $\Delta T = T_M - T_\infty$.

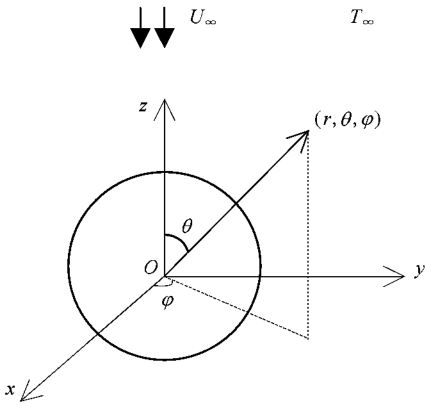


图 1 过冷熔体中球状晶体凝固的几何图

我们选择球坐标系($r,\theta,\varphi$),其原点位于初始为球状晶体的中心.假设 $U$ 表示熔体中流体的对流速度,$T_L$ 和 $T_S$ 分别表示液相和固相的温度.由于远场来流的作用,熔体中产生对流,温度场将受到影响,球状晶体的界面将被扭曲.由于远场来流关于 $\varphi$ 的对称性,可设球状晶体的界面为 $r = R(\theta,t)$,因此熔体的对流速度和温度满足二维的连续性方程、动量方程和热传导方程:

$$\nabla\cdot \boldsymbol{U} = 0,(r > R(\theta,t)), \tag{1}$$

$$(\boldsymbol{U}\cdot\nabla)\boldsymbol{U} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\nabla^2\boldsymbol{U},(r > R(\theta,t)), \tag{2}$$

$$(\boldsymbol{U}\cdot\nabla)T_L = \alpha\nabla^2 T_L,(r > R(\theta,t)), \tag{3}$$

$$\nabla^2 T_S = 0,(r < R(\theta,t)), \tag{4}$$

其中$\nabla$为梯度算子,$\nabla^2$为 Laplace 算子,$P$ 为压力,$\nu$ 为熔体的动力黏性,$\alpha$ 为液相的热扩散系数,$\rho$ 为熔体的密度.本文假定固相和液相的密度相等,并忽略热膨胀引起的密度变化.

相应的界面条件是球状晶体满足在其界面 $r = R(\theta,t)$的质量守恒和切向无滑移性、Gibbs-Thomson 条件和能量守恒条件:

$$\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{n} = 0,\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{\tau} = 0, \tag{5}$$

$$T_L = T_S = T_M\left(1 + 2K\frac{\gamma}{\Delta H}\right), \tag{6}$$

$$\Delta H\frac{\partial R(\theta,t)}{\partial t} = (k_S\nabla T_S - k_L\nabla T_L)\cdot\boldsymbol{n}, \tag{7}$$

其中 $n$ 和 $\tau$ 分别为界面的单位外法向量和单位切向量.$K$ 为界面的局部平均曲率,$\Delta H$ 为单位体积的潜热,$\gamma$ 为表面自由能,$k_L$ 和 $k_S$ 分别为液相和固相的热传导系数.

远场条件:当 $r\to\infty$时

$$\boldsymbol{U}\to -U_\infty\boldsymbol{k}, \tag{8}$$

$$T_L\to T_\infty. \tag{9}$$

从(7)可知,界面的特征速度为

$$V = \frac{k_L\Delta T}{r_0\Delta H},$$

我们将研究球状晶体生长的凝固系统(1)—(9)相对于界面的特征速度而言小的远场来流 $U_\infty$ 对于球状晶体生长形态的影响.

## 3.线性分析

引入无量纲量,选择球状晶体的初始半径 $r_0$ 作为长度尺度,过冷度 $\Delta T$ 为温度尺度,界面的特征速度 $V$ 为速度尺度,时间尺度为 $r_0/V$,$\rho V^2$ 作为压力尺度.我们定义无量纲量

$$\bar{r} = \frac{r}{r_0},\bar{t} = \frac{Vt}{r_0},\bar{T}_L = \frac{T_L - T_M}{\Delta T},$$

$$\bar{T}_S = \frac{T_S - T_M}{\Delta T},\bar{\boldsymbol{U}} = \frac{\boldsymbol{U}}{V},$$

$$\bar{P} = \frac{P}{\rho V^2}, \tag{10}$$

为了书写方便,仍分别用 $r,t,T_L,T_S,\boldsymbol{U}$ 和 $P$ 表示 $\bar{r},\bar{t},\bar{T}_L,\bar{T}_S,\bar{\boldsymbol{U}}$ 和 $\bar{P}$.方程(1)—(9)变为

$$\frac{\partial(r^2\sin\theta U_r)}{\partial r} + \frac{\partial(r\sin\theta U_\theta)}{\partial\theta} = 0, \tag{11}$$

$$\begin{aligned}&U_r\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r}\frac{\partial U_r}{\partial\theta} - \frac{U_\theta^2}{r}\\ &= -\frac{\partial P}{\partial r} + Pr\Big(\nabla^2 U_r - \frac{2}{r^2}U_r\\ &\quad - \frac{2}{r^2}\frac{\partial U_\theta}{\partial\theta} - \frac{2\cot\theta}{r^2}U_\theta\Big),\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}&U_r\frac{\partial U_\theta}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r}\frac{\partial U_\theta}{\partial\theta} + \frac{U_rU_\theta}{r}\\ &= -\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial\theta} + Pr\left(\nabla^2 U_\theta + \frac{2}{r^2}\frac{\partial U_r}{\partial\theta} - \frac{U_\theta}{r^2\sin^2\theta}\right),\end{aligned} \tag{13}$$

$$U_r\frac{\partial T_L}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r}\frac{\partial T_L}{\partial\theta} = S\nabla^2 T_L, \tag{14}$$

$$\nabla^2 T_S = 0, \tag{15}$$

其中 $U_r$ 和 $U_\theta$ 为 $U$ 的径向分量和极距角分量，$Pr=\frac{\nu}{r_0 V}$为 Prandtl 数，$S=\frac{\Delta H}{c_p\rho\Delta T}$定义为 Stefan 数. 界面条件变为

$$U_r=0, U_\theta=0, \tag{16}$$

$$T_L=T_S=2\Gamma K, \tag{17}$$

$$\frac{\partial R(\theta,t)}{\partial t}=\left(\frac{k_S}{k_L}\nabla T_S-\nabla T_L\right)\cdot \boldsymbol{n}. \tag{18}$$

远场条件变为

$$U_r\to-\mu\cos\theta, U_\theta\to\mu\sin\theta\,(r\to\infty), \tag{19}$$

$$T_L\to-1\quad(r\to\infty), \tag{20}$$

其中 $\Gamma=\frac{\gamma T_M}{r_0\Delta H\Delta T}$,参数 $\mu$ 为速度 $U_\infty$ 和 $V$ 的比值，$\mu=U_\infty/V\ll1$.

当存在远场来流的作用时，流场的对流对温度场产生影响，球状晶体界面的生长受此影响将会被扭曲,于是扭曲的界面可视为在未受来流的作用生长的球面作关于 $\mu$ 的渐近展开,即

$$r=R(\theta,t)=R_0(t)+\mu R_1(\theta,t)+\cdots, \tag{21}$$

我们寻求球状晶体凝固系统的物理量关于小参数 $\mu$ 的渐近展开

$$\{\boldsymbol{U},P,T_L,T_S\}\sim q_0+\mu q_1+\cdots\quad(\mu\to0), \tag{22}$$

其中 $q_0$ 表示未受来流影响的部分：

$$\boldsymbol{U}_0=0, P_0=\text{const}. \tag{23}$$

$$T_{L0}=-1+(R_0(t)-2\Gamma)\frac{1}{r}, \tag{24}$$

$$T_{S0}=-\frac{2\Gamma}{R_0(t)}, \tag{25}$$

而函数 $R_0(t)$满足方程

$$R_0(t)\frac{dR_0(t)}{dt}=1-\frac{2\Gamma}{R_0(t)}. \tag{26}$$

由于球状晶体的初始半径为 $r_0$,所以球状晶体界面的初始条件为

$$R(\theta,0)=1, \tag{27}$$

于是

$$R_0(0)=1. \tag{28}$$

容易求出方程(26)满足初始条件(28)的隐函数解

$$t=\frac{1}{2}(R_0^2(t)-1)+2\Gamma(R_0(t)-1)+4\Gamma^2\ln\left(1+\frac{R_0(t)-1}{1-2\Gamma}\right). \tag{29}$$

一般来说，由于动量方程是非线性的，因此难以求得解析解，但是在小参数 $\mu$ 的情形，将导致线性化的球状晶体的凝固系统. 将(21)—(22)式代入(11)—(13),(16)和(19)式并比较关于 $\mu$ 的一阶项，忽略 $\mu$ 的高次幂项，得到流场一阶修正项的方程

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^2\sin\theta U_{r1})+\frac{\partial}{\partial\theta}(r\sin\theta U_{\theta1})=0, \tag{30}$$

$$\nabla^2U_{r1}-\frac{2}{r^2}U_{r1}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial U_{\theta1}}{\partial\theta}-\frac{2\cot\theta}{r^2}U_{\theta1}-\frac{1}{Pr}\frac{\partial P_1}{\partial r}=0, \tag{31}$$

$$\nabla^2U_{\theta1}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial U_{r1}}{\partial\theta}-\frac{U_{\theta1}}{r^2\sin^2\theta}-\frac{1}{rPr}\frac{\partial P_1}{\partial\theta}=0, \tag{32}$$

界面条件 在界面 $r=R_0(t)$上

$$U_{r1}=0, U_{\theta1}=0, \tag{33}$$

远场条件 当 $r\to\infty$时

$$U_{r1}\to-\cos\theta,\ U_{\theta1}\to\sin\theta, \tag{34}$$

(30)—(34)式类似于均匀来流在小 Reynolds 数情形对球体的绕流问题. 容易求出,在球状晶体界面的附近区域,流场的 Stokes 解为

$$U_{r1}=\left(-\frac{R_0^3(t)}{2r^3}+\frac{3R_0(t)}{2r}-1\right)\cos\theta, \tag{35}$$

$$U_{\theta1}=\left(-\frac{R_0^3(t)}{4r^3}-\frac{3R_0(t)}{4r}+1\right)\sin\theta, \tag{36}$$

$$P_1=\frac{3PrR_0(t)}{2r^2}\cos\theta. \tag{37}$$

在远场,熔体的惯性力远远大于粘性力,方程(2)的惯性项起主要作用. 当考虑惯性项的作用时,利用近似式$(\boldsymbol{U}\cdot\nabla)\boldsymbol{U}\approx-U_\infty(\boldsymbol{k}\cdot\nabla)\boldsymbol{U}$,可以得到线性化的动量方程,求出在远场有效的 Oseen 近似解

$$U_r=-\mu\cos\theta-\mu^2\frac{3}{2}\frac{R_0(t)}{\rho^2}\left(1-e^{-\frac{\rho}{2}(1-\cos\theta)}\right)+\mu^2\frac{3R_0(t)}{4\rho}(1+\cos\theta)e^{-\frac{\rho}{2}(1-\cos\theta)}+\cdots \tag{38}$$

$$U_\theta=\mu\sin\theta-\mu^2\frac{3}{4}\frac{R_0(t)}{\rho}\sin\theta e^{-\frac{\rho}{2}(1-\cos\theta)}+\cdots \tag{39}$$

$$P=P_0+\mu^3\frac{3PrR_0(t)}{2\rho^2}\cos\theta+\cdots \tag{40}$$

其中 $\rho=\mu r$. 但是在晶体生长过程中,熔体的动量传输、能量传输主要发生在固液界面附近的区域,在物理上研究球状晶体的演化只需要计算在球面附近区域有效的流场 Stokes 解对球状晶体界面形态变化的作用.

又将(21),(22)式代入(14),(15),(17)和(18)式得到温度场一阶修正项的方程：

$$S\nabla^2T_{L1}=\frac{(R_0(t)-2\Gamma)}{r^2}U_{r1}, \tag{41}$$

$$\nabla^2 T_{S1} = 0, \tag{42}$$

界面条件 在界面 $r = R_0(t)$ 上

$$T_{L1} = T_{S1} + \left(1 - \frac{2\Gamma}{R_0(t)}\right)\frac{R_1}{R_0(t)}, \tag{43}$$

$$T_{S1} = \frac{\Gamma}{R_0^2(t)}\left(\frac{\partial^2 R_1}{\partial\theta^2} + \cot\theta\frac{\partial R_1}{\partial\theta} + 2R_1\right), \tag{44}$$

$$\frac{\partial R_1}{\partial t} = \left(\frac{k_S}{k_L}\frac{\partial T_{S1}}{\partial r} - \frac{\partial T_{L1}}{\partial r}\right) - \left(1 - \frac{2\Gamma}{R_0(t)}\right)\frac{2R_1}{R_0^2(t)}, \tag{45}$$

其中(45)式中忽略了球状晶体任意一点处切向方向的变化率,$\nabla\cdot\boldsymbol{n}\approx\frac{\partial}{\partial r}$.

利用界面条件(43)—(45)求解方程(41)和(42),得到温度场一阶修正项的有界解

$$T_{L1} = (R_0(t) - 2\Gamma)\times\left[\frac{1}{r^2}h_1(t) + \left(\frac{R_0(t)}{r} - 1\right)\times\left(\frac{R_0^2(t)}{8Sr^2} - \frac{3R_0(t)}{4Sr} + \frac{1}{2S}\left(\frac{R_0(t)}{r} + 1\right)\right)\right]\cos\theta \quad (n = 1), \tag{46}$$

$$T_{L1} = (R_0(t) - 2\Gamma - (n-1)(n+2)\Gamma)\times\frac{R_0^{n-1}(t)}{r^{n+1}}h_n(t)P_n(\cos\theta) \quad (n \neq 1). \tag{47}$$

$$T_{S1} = -(n-1)(n+2)\Gamma\times\frac{r^n}{R_0^{n+2}(t)}h_n(t)P_n(\cos\theta). \tag{48}$$

以及界面一阶修正项

$$R_1(\theta,t) = h_n(t)P_n(\cos\theta), \tag{49}$$

其中 $P_n$ 为 $n$ 阶 Legendre 多项式,

$$h_n(t) = C + \frac{3}{16S}(R_0^2(t) - 1) \quad (n = 1), \tag{50}$$

$$h_n(t) = C\cdot(R_0(T))^{\frac{(n-1)}{2}\left[\frac{k_S}{k_L}n(n+2)+(n+1)(n+2)+2\right]}\times(R_0(t) - 2\Gamma)^{\frac{-(n-1)}{2}\left[\frac{k_S}{k_L}n(n+2)+(n+1)(n+2)\right]} \quad (n \neq 1), \tag{51}$$

其中 $C$ 是积分常数.再次用初始条件(27),得到

$$R_1(\theta,0) = 0, \tag{52}$$

因此 $C = 0$,

$$R_1(\theta,t) = \begin{cases}\frac{3\mu}{16S}(R_0^2(t) - 1)\cos\theta & (n = 1),\\ 0 & (n \neq 1).\end{cases} \tag{53}$$

因此得到在球面附近区域有效的渐近解(21)和(22).这里指出,因为计算温度场的一阶修正项 $T_{L1}$ 使用了在球面附近区域有效的流场 Stokes 解,所以 $T_{L1}$ 不满足远场条件 $T_{L1}\to 0(\mu\to 0)$.可以证明,如果在远场使用 Oseen 近似解计算温度场方程(41)的一阶修正项 $T_{L1}$,那么 $T_{L1}$ 在远场衰减为零.

从上述分析可知,在远场来流的作用下球状晶体的界面表示为

$$r = R(\theta,t) = R_0(t) + \frac{3\mu}{16S}(R_0^2(t) - 1)\cos\theta, \tag{54}$$

其界面生长速度为

$$\frac{\partial R(\theta,t)}{\partial t} = \dot{R}_0(t) + \frac{3\mu(R_0(t) - 2\Gamma)}{8SR_0(t)}\cos\theta. \tag{55}$$

从(55)式可以看出,当 $0<\theta<\pi/2$ 时,如果 $R_0(t)>2\Gamma$,则 $\dot{R}_0(t)>0$,$\partial R(\theta,t)/\partial t>\dot{R}_0(t)$ 如果 $R_0(t)<2\Gamma$,则 $\dot{R}_0(t)<0$,$\partial R(\theta,t)/\partial t<\dot{R}_0(t)$.这意味着远场来流导致的对流使得正在生长的球状晶体的界面在向着来流的前部向与来流方向相反的方向生长,并且提高了朝来流的相反方向的生长速度;正在衰减的球状晶体的界面在向着来流的前部加速衰减.当 $\pi/2<\theta<\pi$ 时,如果 $R_0(t)>2\Gamma$,则 $\dot{R}_0(t)>0$,$\partial R_1(\theta,t)/\partial t<0$ 如果 $R_0(t)<2\Gamma$,则 $\dot{R}_0(t)<0$,$\partial R_1(\theta,t)/\partial t>0$.这意味着在背风方向对流使得正在生长的球状晶体的界面减缓生长,正在衰减的球状晶体的界面减缓衰减.注意到现在所考虑的球状晶体的凝固系统,初始半径为 $r_0$ 的球状晶体的球心是相对静止的,因此远场来流引起的对流促进了球状晶体的界面生长和收缩.从(54)和(55)式看出,如果给定远场来流速度和过冷度,就可以得到球状晶体的演化界面,并可以计算出界面的生长速度.这里我们以临界晶核半径 $R^*$ 作为球状晶体的初始半径 $r_0$,取 $k_S = k_L$,对不同的过冷条件分别取 $S = 1$ 和 $S = 2$,对不同强度的远场来流 $U_\infty = 0.05$ V(即 $\mu = 0.05$),$U_\infty = 0.1$ V(即 $\mu = 0.1$),$U_\infty = 0.15$ V(即 $\mu = 0.15$)计算球状晶体界面,并且与当 $U_\infty = 0$ 时球状晶体的界面演化对比,如图 2 和图 3 所示,球状晶体的界面在向着来流的前部向与来流方向相反的方向生长,在背风方向衰减.随着远场来流速度的增加,球状晶体前部的生长或衰减的速率增加.

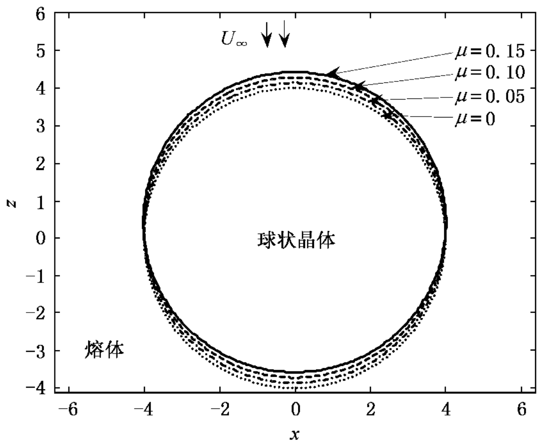


图 2　不同强度的远场来流导致过冷熔体中球状晶体的生长（$R_0(t) = 4$，$k_S = k_L$，$S = 1$）

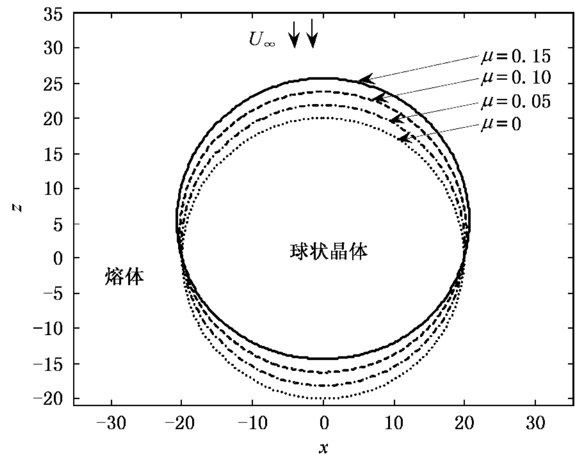


图 3　不同强度的远场来流导致过冷熔体中球状晶体的生长（$R_0(t) = 20$，$k_S = k_L$，$S = 2$）

## 4. 结　　论

我们用渐近分析方法研究了远场来流引起的对流对球状晶体在过冷熔体中的生长形态的影响. 远场来流使得熔体产生对流，熔体的对流又对温度场产生扰动，从而对球状晶体的界面生长产生影响. 对流使得正在生长的球状晶体的界面在向着来流的前部向与来流相反的方向生长，在球状晶体后部衰减. 熔体的对流促进了球状晶体的界面的生长和衰减. 随着远场来流速度的增加，球状晶体前部的生长或衰减的速率增加.

作者感谢加拿大 McGill 大学和南开大学徐鉴君（Xu Jian-Jun）教授指导性的帮助.


[1] Mullins W W，Sekerka R F 1963 *J. Applied Physics* **34** 323

[2] Coriell S R，Parker R L 1966 *J. Applied Physics* **37** 1548

[3] Xu J J 2007 *Introduction to kinetics of solidification and stability theory of the interface* （Science Press）（in Chinese）［徐鉴君 2007 凝固过程动力学与交界面稳定性理论（科学出版社）］

[4] Davis S H 2001 *Theory of solidification* （Cambridge University Press United Kingdom）

[5] Cristini V，Lowengrub J 2002 *J. Crystal Growth* **240** 267

[6] Cristini V，Lowengrub J 2004 *J. Crystal Growth* **266** 552

[7] Li S W，Lowengrub J S，Leo Perry H，Cristini V 2004 *J. Crystal Growth* **267** 703

[8] Li S W，Lowengrub J S，Leo Perry H，Cristini V 2005 *J. Crystal Growth* **277** 578

[9] Li M E，Yang G C，Zhou Y H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 454（in Chinese）［李梅娥、杨根仓、周尧和 2005 物理学报 **54** 454］

[10] Brattkus K，Davis S H 1988 *J. Crystal Growth* **87** 385

[11] Xu J J 2004 Dynamical theory of dendritic growth in convective flow Kluwer Academic Publishers Boston USA

[12] Yu D S，Xu J J 1999 *J. Crystal Growth* **198/199** 49

[13] Galenko P K，Funke O，Wang J，Herlach D M 2004 *Materials Science and Engineering* A **375-377** 488

# Effect of far field flow on the spherical crystal in the undercooled melt *

Chen Ming-Wen[1)2)] Wang Zi-Dong[2)] Sun Ren-Ji[1)]

1)(*School of Applied Sciences*, *University of Science and Technology Beijing*, *Beijing* 100083, *China*)

2)(*Materials Science and Engineering School*, *University of Science and Technology Beijing*, *Beijing* 100083, *China*)

(Received 30 May 2006; revised manuscript received 31 August 2006)

Abstract

The influence on the growth morphology of the spherical crystal in the undercooled melt imposed by the far field flow is studied by the asymptotic method. It is shown that the far field flow leads to convection in the melt such that the front interface of a growing spherical crystal grows into the undercooled melt in the opposite direction to the flow and enhances the growth rate in the same direction, while the back interface of the growing spherical crystal decays. On the other hand, the front interface of a shrinking spherical crystal further decays, and the back interface of the shrinking spherical crystal decays slower.

**Keywords**: spherical crystal, far field flow, convection, stability

**PACC**: 8130F, 8110F, 6470D

* Project supported by the National Major Fundamental Research Program of China (Grant No. G2000067206-1).