# 有偏压光折变晶体中的高斯孤子\*

陈守满<sup>12</sup><sup>\*</sup> 石顺祥<sup>1</sup> 董洪舟<sup>1</sup>

1) 西安电子科技大学技术物理学院,西安 710071)
 2) 安康学院光电子技术研究室,安康 725000)
 (2006年6月17日收到,2006年7月21日收到修改稿)

利用变分方法求解了小光强光折变非线性薛定谔方程,得到了高斯光束在外加正偏压光折变晶体中的演化特性,以及高斯光束宽度压缩与展宽的动态振荡规律,给出了高斯光束的宽度、振幅和波前曲率的表达式,研究了势。 函数与光束宽度的关系.结果表明,小光强高斯光束在正偏压光折变晶体中传播时,其宽度和振幅将经历周期地变 化或者展宽发散,在一定条件下高斯光束在晶体中可以形状不变地传播,形成"高斯孤子",这些特性在工程实践中 具有很高的实用价值.

关键词:高斯孤子,高斯光束,变分方法,光折变非线性方程 PACC:4265,0340K

# 1.引 言

对描述物理系统的非线性薛定谔方程的研究一 直是热门课题<sup>[1-17]</sup>,利用逆散射法<sup>[12]</sup>、Bäcklund 变 换法<sup>[2-4]</sup>和齐次平衡法<sup>245]</sup>等可以得到一些非线性 薛定谔方程的解析解 绝大部分非线性薛定谔方程 只能利用有限差分法、光束传播法和分步傅里叶变 换法12]等方法进行数值求解 进而研究满足方程的 解随空间或时间变化的演化规律.对于光折变非线 性光学系统中非线性薛定谔方程的研究 文献 6 跲 出利用逆散射法得到的小光强入射时的双曲正割 解 文献 7-10 用数值方法研究了孤子的演化,文 献 11,12 用数值的方法给出了高斯光束在晶体中 的演化,文献 11,12 的结果表明,对于给定的晶体 和高斯光束 选择适当的外加电场 能使此高斯光束 演化成稳定的亮孤子 如果外加电场不合适 高斯光 束在传播过程中就呈现出周期性的压缩和展宽现 象 对于给定的与晶体参量匹配的高斯光束 晶体的 扩散效应会引起高斯光束孤波演化的自偏转.

变分方法是解决复杂物理问题的有力工具,文 献13—15证明了变分方法求解非线性方程是很有 用的.本文利用变分法求解了小光强高斯光束在光 折变晶体中演化的非线性薛定谔方程,给出了表征 高斯光束的主要参数(复振幅、宽度和波前曲率)的 表达式,研究了光束宽度、最大振幅以及波前曲率的 变化规律,定性地分析了光束在光折变晶体中传播 时衍射发散效应和非线性自聚焦效应动态相互作用 的物理过程.结果表明,小光强高斯光束在正偏压光 折变晶体中传播时,高斯光束的宽度和振幅将经历 周期地变化,或者展宽发散,其振幅与宽度的平方根 成反比,在一定条件下,高斯光束也可以在晶体中形 状不变稳定地传播,形成'高斯孤子".这些特性在工 程实践中具有很高的实用价值.

### 2. 非线性方程及其孤波解

在外加正偏压的光折变晶体这类非线性光学系 统中,当相对光强|u|<sup>2</sup>≪1时,光波归一化演化方程 可以简化成<sup>[6]</sup>

$$iu_{\xi} + \frac{1}{2}u_{ss} - \beta u + \beta |u|^2 u = 0$$
, (1)

其中,β为晶体外加电场参数,下标 ε,s分别表示对 纵向(传播维)和横向(衍射维)归一化坐标的微分.

文献 6 给出了用逆散射法得到的双曲正割孤 波解,其表达式为

$$u = r_0 \operatorname{sech}(r_0 \sqrt{\beta s}) \exp[i\beta (r_0^2/2 - 1)\xi], (2)$$

<sup>\*</sup>陕西省教育厅专项基金(批准号:04JK309)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人 E-mail:chenshouman@sohu.com

其中, $r_0 = \sqrt{I(0)I_d}$ 为光束中心光强与暗辐射强度 之比.也就是说,对于外加电场参数为 $\beta$ 的光折变 晶体这类非线性光学系统中,如果用(2)式的孤波入 射,该入射光束会形状不变地传播.通常激光器产生 的是高斯光束,那么对高斯光束入射到上述系统中 的研究具有重要意义.下面就来研究高斯光束在这 样系统中的演化.

### 3. 非线性方程的高斯型解

假设方程(1)具有高斯型解,其表达式为

$$u(s,\xi) = r(\xi) \exp\left[-\frac{s^2}{2\sigma^2(\xi)} + iu(\xi)s^2\right]$$
(3)

其中  $r( \epsilon)$ 为高斯光束的复振幅  $r_{o}( \epsilon)$ 为光束宽度 ,  $u( \epsilon)$ 为光束的波前曲率.

通过构造欧拉-拉格朗日方程把(1)式表达为一 个变分问题

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial L}{\partial X_{\xi}} \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial L}{\partial X_{s}} \right) - \frac{\partial L}{\partial X} = 0 , \qquad (4)$$

式中的 X 代表 u 或  $u^*$  ,上标 \* 表示复共轭 ,下标  $\xi$  和 s表示与该变量有关的微分 ,其中拉格朗日密 度由

$$L = \frac{i}{2} \left( u \frac{\partial u^{*}}{\partial \xi} - u^{*} \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u}{\partial s} \right|^{2} + \beta |u|^{2} - \frac{\beta}{2} |u|^{4}$$
(5)

给出.若取 *X* = *u*<sup>\*</sup> 方程(4)就变成(1)式.对(5)式施 行变分

$$\delta \iint L \mathrm{d}s \mathrm{d}\xi = 0. \tag{6}$$

把(3) 武代入(5) 武中并积分

$$L = \int_{-\infty}^{\infty} L ds$$
  
=  $\frac{\sqrt{\pi}}{2} \left\{ i\sigma \left[ r \frac{dr^*}{d\xi} - r^* \frac{dr}{d\xi} \right] + |r|^2 \sigma^3 \frac{dw}{d\xi} - \frac{\sqrt{2}}{2} \beta |r|^4 \sigma + 2\beta |r|^2 \sigma + \frac{|r|^2}{2\sigma} (1 + 4w^2 \sigma^4) \right\}.$  (7)

利用(6)式分别对高斯光束参数求变分得到

$$\frac{\delta L}{\delta r^{*}} = 0 \Longrightarrow$$

$$\frac{d}{d\xi} (i\sigma r) = -i\sigma \frac{dr}{d\xi} + r\sigma^{3} \frac{dw}{d\xi} - \sqrt{2}\beta |r|^{2} r\sigma$$

$$+ 2\beta r\sigma + \frac{r}{2\sigma} (1 + 4w^{2}\sigma^{4}), \quad (8)$$

$$\frac{\delta L}{\delta r} = 0 \Longrightarrow$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi} (-\mathrm{i}\sigma r^*)$$

$$= \mathrm{i}\sigma \, \frac{\mathrm{d}r^*}{\mathrm{d}\xi} + r^* \, \sigma^3 \, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\xi} - \sqrt{2}\beta |r|^2 r^* \, \sigma$$

$$+ 2\beta r^* \, \sigma + \frac{r^*}{2\sigma} (1 + 4w^2 \sigma^4), \qquad (9)$$

$$\frac{D}{\sigma} = 0 \Longrightarrow$$

$$i \left[ r \frac{\mathrm{d}r^*}{\mathrm{d}\xi} - r^* \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\xi} \right] + 3 |r|^2 \sigma^2 \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\xi}$$

$$- \frac{\sqrt{2}}{2} \beta |r|^4 + 2\beta |r|^2 + \frac{|r|^2}{2\sigma^2}$$

$$\times \left( 12w^2 \sigma^4 - 1 \right) = 0 \qquad (10)$$

$$\frac{\delta L}{\delta w} = 0 \Longrightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi} (|r|^2 \sigma^3) = 4|r|^2 w \sigma^3. \quad (11)$$

(8)式两边乘以 r<sup>\*</sup>和(9)式两边乘以 r 后再相加和 相减得到

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi} \left( \sigma |r|^{2} \right) = 0 , \qquad (12)$$

$$- \mathrm{i} \left[ r \frac{\mathrm{d}r^{*}}{\mathrm{d}\xi} - r^{*} \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\xi} \right]$$

$$= |r|^{2} \sigma^{2} \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\xi} - \sqrt{2}\beta |r|^{4} + 2\beta |r|^{2}$$

$$+ \frac{|r|^{2}}{2\sigma^{2}} (1 + 4w^{2}\sigma^{4}). \qquad (13)$$

由(12) 武得到

 $\sigma(\xi) | r(\xi) |^2 = \text{const} = \sigma_0 | r_0 |^2.$  (14) 由(11)(14)式得到

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\xi} = 2w\sigma. \tag{15}$$

用(10) 式减去(13) 式得到

$$\sigma^{2} \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\xi} + \frac{\sqrt{2}}{4}\beta |r|^{2} + 2w^{2}\sigma^{2} - \frac{1}{2\sigma^{2}} = 0. \quad (16)$$

把 15 ) 武代入(16 ) 武中得到

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}\xi^2} = \frac{1}{\sigma^3} - \frac{\sqrt{2}}{2\sigma}\beta |r|^2.$$
 (17)

利用(14)式消去(17)式中的|r|<sup>2</sup>并积分一次 得到

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\xi}\right)^2 = -\frac{1}{\sigma^2} + \frac{\sqrt{2}\beta\sigma_0 |r_0|^2}{\sigma} + C$$
$$= P(\sigma). \tag{18}$$

上式中 *C* 为积分常数 ,由初始条件确定.把  $P(\sigma)$ 定义为势函数 ,显然要求  $P(\sigma) \ge 0.$ 如果光束 初始条件为  $\sigma(0) = \sigma_0 \left. \frac{d\sigma}{d\xi} \right|_{\xi=0} = 0$  ,那么  $C = \frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_0^2}$ 

(19)

如果求出了宽度 *σ*( *ε* )的表达式利用( 15 )式可 以得到波前曲率 *u*( *ε* )的表达式 ,即

$$u(\xi) = \frac{1}{2} \frac{\mathrm{dln}[\sigma(\xi)]}{\mathrm{d}\xi}.$$
 (20)

设高斯光束的复振幅 r( ε) = | r( ε) | exp[ i∮( ε)],其 中 ∉ ε)为复振幅的相位 ,利用( 13 ) ( 14 )和( 17 )式 得到

$$|r(\xi)| = \sqrt{\frac{\sigma_0 |r_0|^2}{\sigma(\xi)}},$$
 (21)

$$\frac{\mathrm{d}\phi(\xi)}{\mathrm{d}\xi} = -\frac{1}{2\sigma^2(\xi)} + \frac{5\sqrt{2}\beta\sigma_0 |r_0|^2}{8\sigma(\xi)} - \beta. (22)$$

由(21)(22)式看出,高斯光束的振幅与其宽度 的平方根成反比,复振幅的相位与光束的宽度以及 晶体外加电场大小有关.

### 4. 高斯光束的动态宽度

通过分析 ,如果方程  $P(\sigma) = 0$  有两个正零值 点 ,即  $\sigma_1 = \frac{\sigma}{\sqrt{2\beta\sigma_0^2} |r_0|^2 - 1}$  和  $\sigma_2 = \sigma_0$  ,很显 然  $\sqrt{2\beta\sigma_0^2} |r_0|^2 > 1$  若要保证  $P(\sigma) \ge 0$  ,即要求  $\sigma$  取  $\frac{\sigma_0}{\sqrt{2\beta\sigma_0^2} |r_0|^2 - 1}$ 与  $\sigma_0$ 之间的值.

4.1. 高斯孤子

当 $\sqrt{2}\beta\sigma_0^2 |r_0|^2 = 2$ 时,有  $P(\sigma) \equiv 0$ ,此时  $\sigma = \sigma_1$ =  $\sigma_2 = \sigma_0 = [\sqrt{2}(\beta |r_0|^2)]^2$ ,表示高斯光束的宽度 保持不变,由(21)式可知其振幅也保持不变,此时在 晶体中维持"高斯孤子".也就是说,对于给定的光折 变晶体系统(给定  $\beta$ ),振幅为 $|r_0|$ 的高斯光束入射 到该系统中,如果入射光束的宽度为

 $\sigma_0 = [\sqrt{2} (\beta |r_0|^2)]^{1/2}$ 

时,该光束就会在晶体中形状不变地传播.反过来, 对于一束确定的高斯光束(已知 $|r_0|$ 和 $\sigma_0$ ),可以通 过调整外加电场参数,使得

$$\beta = \sqrt{2} (\sigma_0^2 |r_0|^2)$$

### 则该高斯光束在晶体中就可以形状不变地传播.

対于 P(  $\sigma$  )=0 的情形 ,利用( 20 ) ( 21 )和( 22 ) 式可得到 | r(  $\xi$  ) | = | r<sub>0</sub> | = r<sub>0</sub> ,w(  $\xi$  ) = 0 , $\phi$ (  $\xi$  ) =  $\frac{3\sqrt{2}\beta |r_0|^2 \xi}{8} = -\beta \xi + \phi_0$  ,则解为  $u(s,\xi) = r_0 \exp\left(-\frac{\sqrt{2}\beta r_0^2 s^2}{4}\right)$  $\times \exp\left[i\left(\frac{3\sqrt{2}\beta r_0^2 \xi}{8} - \beta \xi + \phi_0\right)\right].(23)$ 

上式表明,在一定的条件下,小光强高斯光束在 晶体中传播时其强度包络的振幅和宽度保持不变, 我们称为"高斯孤子".该"高斯孤子"的归一化场、强 度包络与双曲正割孤子归一化场、强度包络的比较 如图1所示.从图1可以看出,高斯孤子的半峰全宽 (FWHM)略大于双曲正割孤子的半峰全宽,它们的 归一化场包络曲线包围的面积比约为0.949,归一 化强度包络曲线包围的面积比约为1.054.图2给出 了用光束传输方法,将(23)武作初始输入条件,数值



图 1 变分法得到的'高斯孤子'与双曲正割确切解的比较



#### 图 2 " 高斯孤子" 在晶体中的演化

给出这种"高斯孤子"的在晶体中的演化,从演化结 果看出,该"高斯孤子"要经历一个过程才形成形状 基本不变稳定地传播的光束(略有震荡).图1和图 2 表明,用变分法得到的近似解(即"高斯孤子")与 (2)式表示的双曲正割确切解是比较符合的.当然, "高斯孤子"要更准确地与双曲正割确切孤子符合, 还需要作进一步修正.从双曲正割孤子无量纲的强 度的半峰全宽 FWHM≈1.76( $r\sqrt{\beta}$ )和"高斯孤子"无 量纲的强度的半峰全宽 FWHM≈1.98( $r\sqrt{\beta}$ )关系中 很容易找到近似修正因子,即将高斯孤子的场宽度 压缩到原来的 8/9,修正后的"高斯孤子"与文献 11] 中的数据符合比较好.更准确的修正因子有待进一 步研究.

4.2. 高斯光束的演化

对于其他情形,势函数  $P(\sigma)$ 与 $\sigma$ 的定性关系 如图 3 所示.

当  $0 < \sqrt{2} \beta \sigma_0^2 |r_0|^2 < 1$  时 , $\sigma_1 < 0$  ,对应的  $P(\sigma)$ 与  $\sigma$  的关系如图 3( a )所示 ,此时光束逐渐被展宽直 到发散.

当 $\sqrt{2}\beta\sigma_0^2 |r_0|^2 = 1$ 时 ,*P*( $\sigma$ )只有一个零值点 ,此时光束也逐渐被展宽直到发散.

当 $\sqrt{2}\beta r_0^2 |r_0|^2 > 1$ ,且 $\sqrt{2}\beta r_0^2 |r_0|^2 \neq 2$ 时,如图 3



(b)所示.当 $1 < \sqrt{2}\beta\sigma_0^2 |r_0|^2 < 2$ 时, $\sigma_2 < \sigma_1$ ,初始时 非线性自聚焦作用小于衍射发散作用,光束被展宽, 当光束展宽到最大宽度 $\sigma_1$ 时,在非线性的作用下停 止展宽,紧接着把光束压缩到初始宽度 $\sigma_0$ ,因此光 束宽度在 $\sigma_0$ 和 $\sigma_1$ 之间振荡.当 $\sqrt{2}\beta\sigma_0^2 |r_0|^2 > 2$ 时,  $\sigma_2 > \sigma_1$ ,初始时非线性自聚焦作用大于衍射发散作 用,光束被压缩.当光束被压缩到最小宽度 $\sigma_1$ 时,在 衍射发散作用下停止压缩,紧接着把光束展宽到初 始宽度 $\sigma_0$ ,光束宽度也是在 $\sigma_0$ 和 $\sigma_1$ 之间振荡.

对(19) 武积分得到

$$\pm \frac{\xi}{\sigma_0} + \xi_0 = -\frac{\sqrt{-a\sigma^2(\xi) + b\sigma(\xi) - \sigma_0^2}}{a} + \frac{b}{2a^{3/2}} \operatorname{arcsin}\left(\frac{2a\sigma(\xi) - b}{\sqrt{b^2 - 4a\sigma_0^2}}\right) \text{,(24)}$$

其中  $a = \sqrt{2}\beta\sigma_0^2 |r_0|^2 - 1$ ,  $b = \sqrt{2}\beta\sigma_0^3 |r_0|^2$ ,积分常数  $\xi_0 = \frac{b}{2a^{3/2}}\frac{\pi}{2}$ .上式中的'±",取正号时光束处于展宽 半振荡周期,取负号时光束处于被压缩半振荡周期. 图 4 分别给出了  $1 < \sqrt{2}\beta\sigma_0^2 |r_0|^2 < 2 \pi\sqrt{2}\beta\sigma_0^2 |r_0|^2 > 2$ 两种情况下的光束宽度随着传播距离变化的关系,从 图中结果看出光束宽度在  $\sigma_0$ 和  $\sigma_1$ 之间振荡,与前述 定性分析和文献 11 数值模拟结果一致.



图 3  $P(\sigma)$ 与  $\sigma$  的定性关系 (a) 对应  $0 < \sqrt{2}\beta r_0^2 |r_0|^2 < 1$  的情况 ; (b) 对应  $\sqrt{2}\beta r_0^2 |r_0|^2 > 1$  的 情况

把  $\sigma_1 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{2}\beta\sigma_0^2 |r_0|^2 - 1}$ 和  $\sigma_2 = \sigma_0$ 代入(24)式得到振 荡周期

$$T_{\varepsilon} = \frac{b\sigma_0 \pi}{a^{3/2}} = \frac{\sqrt{2}\beta \sigma_0^4 |r_0|^2 \pi}{(\sqrt{2}\beta \sigma_0^2 |r_0|^2 - 1)\sqrt{\sqrt{2}\beta \sigma_0^2 |r_0|^2 - 1}}.$$
(25)

### 5.结 论

本文利用变分法研究小光强高斯光束在外加正 偏压光折变晶体中演化,给出了表征高斯光束主要 参数(光束宽度,振幅和波前曲率)的解析表达式,定 性地分析了势函数与光束宽度的关系,描述了衍射



图 4 光束宽度与传播距离的关系(图中坐标为归一化坐标 ) (a)对应  $1 < \sqrt{2\beta_0^2} |r_0|^2 < 2$ ,先展宽后压缩 ;(b)对应  $\sqrt{2\beta_0^2} |r_0|^2 > 2$ ,先压缩后展宽

发散效应与非线性自聚焦效应的动态平衡过程.研 究表明,高斯光束在正偏压光折变晶体中传播时,其 宽度和振幅将经历周期地变化或者展宽发散,选择 合适的初始条件就可以在光折变晶体中维持"高斯 孤子".利用宽度和振幅周期地变化特性可以对高斯 光束进行整形;调整光束参数或者改变晶体外加电 场可以在晶体中形成高斯孤子,在工程实践中具有 很高的实用价值.

- [1] Agrawal G P, Jia D F, Yu Z H (Trans) 2002 Nonliner Fiber Optics & Applications of Nonlinear Fiber Optics (Beijing: Electronics Industry Press), 33—37, 94—95 [Agrawal G P 著, 贾东方、余 震虹(译) 2002 非线性光纤光学原理及应用(北京:电子工 业出版社) 33—37, 94—95 ]
- [2] Chen L J, Liang C H 1997 Theories and Applications of Solitons (Xi'an: Xidian University Press) 15—61,83—85(in Chinese) [陈陆君、梁昌洪 1997 孤立子理论及应用(西安:西安电子科 技大学出版社)15—61,83—85]
- [3] Zhang J F, Xu C Z, He B G 2004 Acta Phys. Sin. 53 3652 (in Chinese)[张解放、徐昌智、何宝钢 2004 物理学报 53 3652]
- [4] Fan E G 2000 Acta Phys. Sin. 49 1409 (in Chinese)[范恩贵 2000 物理学报 49 1409]
- [5] Fan E G, Zhang H Q 1998 Acta Phys. Sin. 47 353 (in Chinese)
  [范恩贵、张鸿庆 1998 物理学报 47 353]
- [6] Christodoulides D N, Carvalho M I 1995 J. Opt. Soc. Am. B 12 1628
- [7] Singh S R, Christodoulides D N 1995 Opt. Comm. 118 569

- [8] Liu J S, Zhang D Y 2001 Acta Phys. Sin. 50 880 (in Chinese) [刘劲松、张都应 2001 物理学报 50 880]
- [9] Ouyang S G, Jian D S, She W L 2004 Acta Phys. Sin. 53 3033 (in Chinese)[欧阳世根、江德生、佘卫龙 2004 物理学报 53 3033]
- [ 10 ] Liu J S , Zhang H L , Zhang G Y 2006 Chin . Phys . 15 394
- [11] Zhang D Y, Liu J S, Liang C H 2001 Acta Opt. Sin. 21 647 (in Chinese) [张都应、刘劲松、梁昌洪 2001 光学学报 21 647]
- [12] Zhang D Y, Liu J S, Liang C H 2002 Acta Opt. Sin. 22 139 (in Chinese) [张都应、刘劲松、梁昌洪 2002 光学学报 22 139]
- [13] Anderson D , Lisak M 1985 Phys. Rev. A 32 2270
- [14] Georges T , Favre E 1993 J. Opt. Soc. Am. B 10 1880
- [15] Chen L J, Liang C H, Wu H S 1992 Acta Phys. Sin. 41 1745 (in Chinese) [陈陆君、梁昌洪、吴鸿适 1992 物理学报 41 1745]
- [16] Hou C F , Pei Y B , Zhou Z X et al 2005 Chin . Phys . 14 349
- [17] Chen S M, Shi S X, Dong H Z 2006 Acta Phys. Sin. 55 4695 (in Chinese)[陈守满、石顺祥、董洪舟 2006 物理学报 55 4695]

## Guassian soliton in biased photorefractive crystal \*

Chen Shou-Man<sup>1,2</sup>)<sup>†</sup> Shi Shun-Xiang<sup>1</sup>) Dong Hong-Zhou<sup>1</sup>)

 $1\$  ) School of Technological Physics , Xidian University , Xi'an 710071 China )

2 ) Optoelectronic Technology Laboratory , Ankang College , Ankang  $\ 725000$  , China )

( Received 17 June 2006 ; revised manuscript received 21 July 2006 )

#### Abstract

Using a variational approach, the low intensity photorefractive nonlinear Schrödinger equation is solved. The evolution properties of Guassian beam propagating in photorefractive crystal biased with positive electric field are obtained. The dynamic variation of the beam width spread or compression is investigated by analyzing the potential function description for the variation of beam width. Solutions of the low intensity Guassian beam propagating in the positively biased photorefractive crystal are obtained for the beam width , beam amplitude , and the curvature of wave front. The results show that the amplitude and width of Guassian beam will exhibit a periodical oscillatory or deconcentration behavior when propagating in the positively biased photorefractive crystal. Under certain condition , the Guassian beam can steadily propagate with invariant shape , forming a Guassian soliton. These properties have a high practical value in engineering.

Keywords : Guassian soliton , Guassian beam , variational approach , photorefractive nonlinear equation PACC : 4265 , 0340K

<sup>\*</sup> Project supported by the Special Fund of Education Department of Shaanxi Province , China ( Grant No. 04JK309 ).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail :chenshouman@sohu.com