

横向随机晶场 Ising 模型的相图和磁化行为研究*

许 玲¹⁾ 晏世雷^{1)†}

¹⁾ 苏州大学物理系, 苏州 215006)

²⁾ 苏州大学薄膜材料江苏省重点实验室, 苏州 215006)

(2006 年 6 月 6 日收到, 2006 年 9 月 2 日收到修改稿)

在有效场理论和切断近似框架内, 选择自旋 $S = 1$ 的二维方格子, 研究横向随机晶场 Ising 模型的相图和磁化行为, 重点是横向随机晶场浓度和晶场比率对相图和磁化的影响. 给出了 $T-D_x$ 空间的相图和 $m-T$ 空间的磁化图. 在晶场稀疏情况下, 负晶场方向存在临界温度的峰值, 正方向可出现重入现象. 晶场比率取 $+0.5$ 和 -0.5 时, 磁有序相范围缩小, 特别是晶场比率取 -0.5 时, 随晶场浓度的降低, 临界温度峰值从横向晶场负方向渡越到正方向. 固定某一负晶场值, 不同晶场比率的磁化行为有明显差异. 同时与纵向稀疏晶场 Ising 模型结果进行有意义的比较.

关键词: 横向随机晶场 Ising 模型, 相图, 磁化行为

PACC: 7510H, 7510J

1. 引 言

长期以来人们发现 Ising 模型在研究各种不同的磁自旋系统中发挥了重要作用, 该模型考虑交换相互作用、偶极相互作用、晶场、量子效应以及许多随机分布后, 得到大量有意义的结果^[1-8]. 被认为是描述铁磁(亚铁磁)材料的重要模型^[9,10], 具有实际意义. 在 1966 年, Blume 和 Capel 在 Ising 模型基础上提出了一个新的重要模型, 通常被称作 Blume-Capel 模型^[11,12], 该模型适用于自旋 $S > 1/2$ 的低维、三维和多层铁磁系统. 除了考虑交换相互作用外, 还考虑纵向(z 方向)晶场作用, 晶场指的是磁性离子的单离子各向异性的等效. 当然各向异性也存在于磁性晶粒或磁性复合晶粒体系中, 如 $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}/\alpha\text{Fe}$ 纳米复合永磁晶粒材料^[13]. 同时该模型也适用于研究 $^3\text{He}-^4\text{He}$ 混合物的临界行为^[14,15]. 从理论方面已有多种方法研究 Blume-Capel 模型, 如平均场近似^[11,12]、常数耦合近似^[16]、高温级数展开^[17]、有限集团近似^[18]、集团变分结合对近似^[19]、有效场理论^[20,21]、重整化群方法^[22-24]和蒙特卡罗模拟^[25,26].

另一方面, 人们在实验中发现过渡金属-稀土薄膜和非晶 Co-非磁性过渡金属 (Co-M, $M = \text{Zr}, \text{Nb}, \text{Ti}$)

薄膜中存在面内宏观单轴各向异性^[27,28]. 因此人们开始从理论上关注横向(x 方向)晶场作用 Ising 模型的相变问题, 在这种情况下, 晶场处于难磁化方向. 1999 年, Eddeqaqi 等利用有效场理论首先研究自旋 $S = 1$ 横向晶场 Ising 模型的相图, 得到有意义的结果^[29]. Jiang 等也利用相同的方法研究横向晶场 Ising 模型的铁磁(亚铁磁)双层系统, 得到一些与过渡金属-稀土(TM-RE)多层膜实验相关的一些结果^[30]. 但这两项工作都是考虑理想状态下横向晶场 Ising 模型, 并未考虑随机因素对相图的影响. 事实上, 人们已在理想 Blume-Capel 模型基础上考虑纵向晶场或键的随机分布, 得到了丰富的相图和磁化特性^[19,20,23,25]. 因此随机因素在研究相图和磁化等方面起着重要作用. 本文利用 Honmura 和 Kaneyoshi 提出的有效场理论^[31], 选择自旋 $S = 1$ 二维方格子, 研究横向随机晶场 Ising 模型的相图和磁化行为, 得到了一些新的结果. 研究发现在晶场稀疏情况下不同晶场浓度在负晶场方向出现临界温度的峰值, 正方向可出现重入现象, 而晶场比率取 $+0.5$ 和 -0.5 时, 磁有序相的范围缩小, 晶场比率取 -0.5 时, 随着浓度的降低, 临界温度的峰值从横向晶场负方向渡越到正方向. 固定某一负晶场值时, 不同晶场比率下的磁化行为也有明显差异, 同时对横向稀疏晶场 Ising 模型的结果与纵向稀疏晶场 Ising 模型的结果

* 江苏省高等学校自然科学重点基金(批准号: 03KJA140117)和薄膜材料江苏省重点实验室开放基金(批准号: K2022)资助的课题.

† E-mail: slyan@suda.edu.cn

进行了有意义的比较.

本文给出横向随机晶场 Ising 模型的哈密顿量以及相关表达式的推导, 横向随机晶场浓度和不同晶场比率下的相图和磁化曲线, 并对数值计算结果进行讨论和分析.

2. 理论计算

对于自旋 $S = 1$ 横向随机晶场 Ising 模型的哈密顿函数可表示为

$$H = -J \sum_{ij} S_i^z S_j^z - \sum_i D_{x,i} (S_i^x)^2, \quad (1)$$

其中 S_i^z 和 S_i^x 分别是 i 格点 z 方向和 x 方向的自旋分量, J 是最近邻格点间的交换相互作用, 取 $J > 0$. $D_{x,i}$ 是横向晶场参数, 考虑到横向晶场的随机性, 可以满足如下的随机概率分布:

$$P(D_{x,i}) = t\delta(D_{x,i} - D_x) + (1-t)\delta(D_{x,i} - \alpha D_x), \quad (2)$$

式中 $0 \leq t \leq 1.0$ 及 $-1 \leq \alpha \leq 1$, t 表示横向随机晶场浓度, α 是一个可调参数, 代表晶场比率. 为了解方程 (1), 需将哈密顿改写为与 i 格点相关的有效哈密顿 H_i ,

$$-\beta H_i = \begin{pmatrix} E_i + \frac{D_{x,i}}{2} & 0 & \frac{D_{x,i}}{2} \\ 0 & D_{x,i} & 0 \\ \frac{D_{x,i}}{2} & 0 & -E_i + \frac{D_{x,i}}{2} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

其中 $\beta = 1/k_B T$, E_i 是 i 格点的局域场. 对上述有效哈密顿 H_i 的对角化, 得到 H_i 的三个本征值 λ_1 , λ_2 和 λ_3 , 即

$$\lambda_1 = 2C \cos \frac{\theta}{3} + \frac{2D_{x,i}}{3}, \quad (4)$$

$$\lambda_2 = 2C \cos \frac{2\pi + \theta}{3} + \frac{2D_{x,i}}{3}, \quad (5)$$

$$\lambda_3 = 2C \cos \frac{4\pi + \theta}{3} + \frac{2D_{x,i}}{3}. \quad (6)$$

这样, 配分函数可写为

$$Z = \sum_{n=1}^3 \exp(\beta \lambda_n) = \sum_{n=1}^3 \exp\left(2\beta C \cos \frac{(n-1)2\pi + \theta}{3} + \frac{2\beta D_{x,i}}{3}\right) \quad (7)$$

其中

$$\theta = \arccos\left(\frac{A}{C^3}\right), \quad (8)$$

$$A = -\frac{1}{27} D_{x,i}^3 - \frac{1}{6} x^2 D_{x,i}, \quad (9)$$

$$C = \frac{1}{3} (3x^2 + D_{x,i}^2)^{1/2}. \quad (10)$$

在有效场理论框架内, 引入微分算子技术, 得到格点平均磁化 m 以及四极矩 q 的表达式,

$$m = S_i^z = \prod_{i=1}^z [(S_i^z)^2 \cosh(J\nabla) + S_i^z \sinh(J\nabla) + 1 - (S_i^z)^2] F(x)|_{x=0}, \quad (11)$$

$$q = (S_i^z)^2 = \prod_{i=1}^z [(S_i^z)^2 \cosh(J\nabla) + S_i^z \sinh(J\nabla) + 1 - (S_i^z)^2] G(x)|_{x=0}, \quad (12)$$

方程 (11) 和 (12) 中, z 为晶格配位数, $\nabla = \partial/\partial x$ 是微分算子. 函数 $F(x)$, $G(x)$ 可定义为

$$F(x) = \int P(D_{x,i}) f(x, D_{x,i}) dD_{x,i}, \quad (13)$$

$$G(x) = \int P(D_{x,i}) g(x, D_{x,i}) dD_{x,i}, \quad (14)$$

而函数 $f(x, D_{x,i})$ 和 $g(x, D_{x,i})$ 可写成

$$f(x, D_{x,i}) = \sum_{n=1}^3 \left[\exp\left[2\beta C E_1(n) + \frac{2\beta D_{x,i}}{3}\right] \times \left[\frac{2x}{3C} E_1(n) + \frac{x^3 D_{x,i}}{27BC} E_2(n) \right] \right] Z^{-1}, \quad (15)$$

$$g(x, D_{x,i}) = \sum_{n=1}^3 \left[\exp\left[2\beta C E_1(n) + \frac{2\beta D_{x,i}}{3}\right] \times \left[-\frac{D_{x,i}}{9C} E_1(n) + \frac{4x^4 + x^2 D_{x,i}^2}{54BC} E_2(n) + \frac{2}{3} \right] \right] Z^{-1}, \quad (16)$$

其中

$$B = \frac{1}{9} \left(3x^6 + \frac{3}{4} x^4 D_{x,i}^2 \right)^{1/2}, \quad (17)$$

$$E_1(n) = \cos \frac{(n-1)2\pi + \theta}{3} \quad (18)$$

$$E_2(n) = \sin \frac{(n-1)2\pi + \theta}{3}. \quad (19)$$

显然方程 (11) 和 (12) 为多自旋相关表达式, 在数学上难以处理, 通常引入切断近似, 即

$$S_i^z (S_j^z)^2 \dots S_k^z \approx S_i^z (S_j^z)^2 \dots S_k^z, \quad (20)$$

有 $i \neq j \neq \dots \neq k$. 在切断近似下方程 (11) 和 (12) 可以表示为

$$m = [q \cosh(J\nabla) + m \sinh(J\nabla)] \times [1 - q] F(x) |_{x=0}, \quad (21)$$

$$q = [q \cosh(J\nabla) + m \sinh(J\nabla)] \times [1 - q] G(x) |_{x=0}. \quad (22)$$

联立方程(21)和(22),可得到关于磁化 m 的自治方程

$$m = am + bm^3 + cm^5 + \dots \quad (23)$$

根据 Landau 理论,二级相变线附近 m 很小,因此只需保留线性项,可得到二级相变方程,

$$a = z \sinh(J\nabla) [q_0 \cosh(J\nabla)] \times [1 - q_0]^{-1} F(x) |_{x=0} = 1, \quad (24)$$

同时方程(23)中的系数 b 必须小于零,保证相变是二级相变^[6],即有

$$b = z(z-1)q_1 \sinh(J\nabla) [\cosh(J\nabla) - 1] \times [q_0 \cosh(J\nabla) + 1 - q_0]^{-2} F(x) |_{x=0} + \frac{z(z-1)(z-2)}{3!} \sinh^3(J\nabla) [q_0 \cosh(J\nabla)] \times [1 - q_0]^{-3} F(x) |_{x=0} < 0, \quad (25)$$

而

$$q_0 = [q_0 \cosh(J\nabla) + 1 - q_0] G(x) |_{x=0}, \quad (26)$$

$$q_1 = \frac{h}{1-e}, \quad (27)$$

e 和 h 的表达式为

$$e = z [\cosh(J\nabla) - 1] [q_0 \cosh(J\nabla)] \times [1 - q_0]^{-1} G(x) |_{x=0}, \quad (28)$$

$$h = \frac{z(z-1)}{2!} \sinh^2(J\nabla) [q_0 \cosh(J\nabla)] \times [1 - q_0]^{-2} G(x) |_{x=0}. \quad (29)$$

现在已导出横向随机晶场 Ising 模型相变方程和磁化的一般表达式,可适用于任意配位数晶格,为计算简单,这里仅选取配位数 $z=4$ 的二维方格子.下一节通过解方程(21)~(29),给出数值计算结果及相应的相图和磁化曲线.

3. 结果与讨论

图 1(a)~(c) 给出 $T-D_x$ 空间中晶场比率 α 分别取 0.0, +0.5 和 -0.5 时的相图,曲线上的数值是横向随机晶场浓度 t . 在图 1(a) 中, $t=1.0$ 对应的是理想横向晶场作用 Ising 模型的二级相变曲线,计算结果与文献 28]的结果基本一致,唯一差异是二级相变温度趋于零时,在正方向 $D_x/J = 5.8123$ 而不是

5.5021,这显然是文献 28]中的数值计算失误,且文献 28]仅讨论了 $t=1.0$ 时的理想情况.当考虑横向随机晶场时,出现新的相变现象, $\alpha=0$ 表示横向晶场具有稀疏分布,当横向晶场沿正方向增大时,随着 t 的减小,磁有序相的范围扩大,这是因为稀疏分布削弱了横向晶场的作用.图 1(a) 的插图显示,重入现象随着 t 的减小而出现并越来越明显,重入现象与横向正晶场和晶场稀疏浓度 t 有密切关系,重入相变的出现是由于横向正晶场在稀疏情形下趋于零温时非均匀收敛的结果.当稀疏浓度进一步减小到 $t_c \leq 0.45$ 时, $D_x/J \rightarrow +\infty$, 即二级相变线与横轴没有交点,也就是说在低温时体系始终处于磁有序态,此时横向晶场的作用使格点处于 $S=+1$ 或 $S=-1$ 态,而 $S=0$ 态不存在,这样在本征空间内形成 $S=\pm 1$ 态的无限集团.当横向晶场沿负方向增大时,其相变行为与正方向存在明显差异.表现为: 1) 随着横向负晶场的增加,二级相变线首先上升,然后下降,临界温度存在峰值. 2) 随着晶场稀疏的引入,在 $-3.5 < D_x/J < 0$ 范围内,磁有序相的范围减小,而 $D_x/J < -3.5$, 磁有序相的范围增大. 3) 横向晶场取负值时不出现重入现象. 4) 当 $t_c \leq 0.37$ 时, $D_x/J \rightarrow -\infty$. 显然横向正晶场的作用与负晶场的作用使相变存在很大差异,形成差异的可能原因是正和负横向晶场作用下格点的自旋翻转不同.图 1(b) 给出 $\alpha=+0.5$ 的相图,与图 1(a) 的稀疏情况相比,有以下变化: 1) 在横向晶场正方向,任意晶场浓度下都不会出现重入现象. 2) 在横向晶场负方向,随着晶场浓度的降低,相变线的峰值向负晶场方向漂移且变化更急剧. 3) 低温时磁有序相的范围变小(除 $t=1.0$ 外). 4) 在横向晶场的正或负方向,相变线不趋于无穷,任何晶场浓度 t 的相变线均与横轴相交, $S=\pm 1$ 态的无限集团不会形成.这是由于取 $\alpha=+0.5$ 横向晶场的作用比图 1(a) 中稀疏分布强的缘故.图 1(c) 是 $\alpha=-0.5$ 的相图,我们能获得与图 1(b) 中的一些共同信息,但晶场随机浓度在 $1.0 \geq t \geq 0.4$ 范围内相变温度随横向正晶场的增大单调降低,而在 $0.4 > t \geq 0.0$ 区域中,随着横向正晶场的增大,相变温度先上升并达到一个峰值,然后再下降,因此随着晶场浓度的降低,临界温度峰值从横向晶场负方向渡越到正方向,在横向负晶场方向温度的变化与正方向情形相反.此外,我们注意到横向晶场正方向的磁有序相范围比图 1(b) 增大,负方向磁有序相的区域则缩小.相图 1(a)~(c) 的差异是横向晶场、晶

场比率和晶场浓度三个因素共同作用的结果.

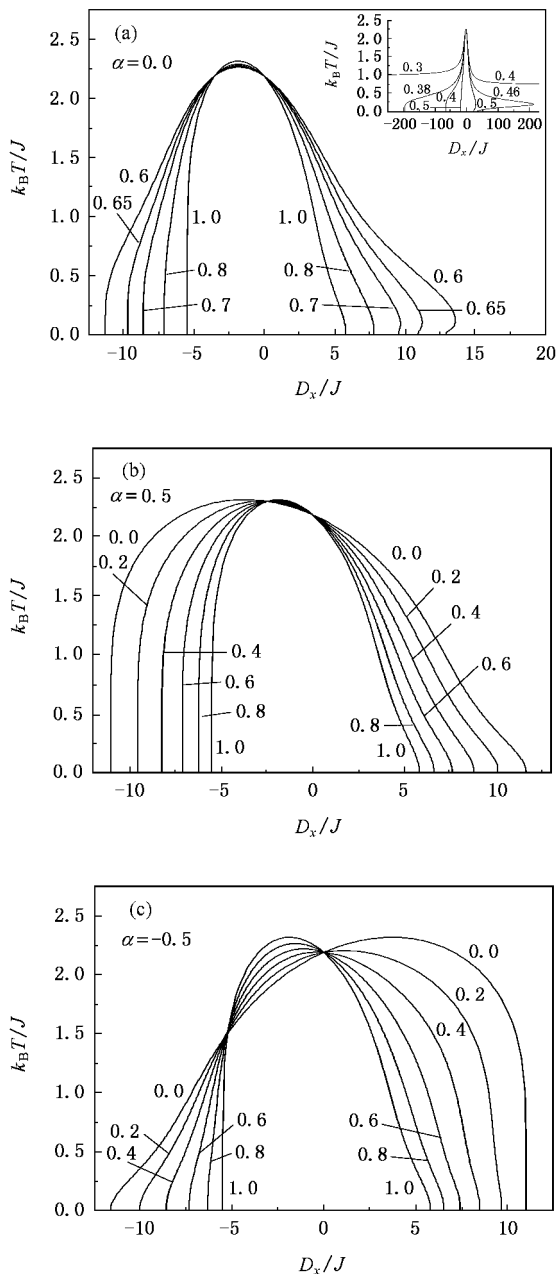


图 1 (a)–(c)临界温度随横向晶场的变化关系,曲线上的值为晶场浓度值,分别对应于横向晶场比率 α 为(a)0.0 (b)+0.5; (c)-0.5

磁化行为是横向随机晶场 Ising 模型中的另一重要问题,图 2(a)–(c)是固定一个负的横向晶场值 $D_x / J = -3.5$, α 分别取 0.0, +0.5 和 -0.5 时磁化随温度的变化关系,曲线上是晶场浓度的数值.图 2(a)显示出低温条件下随晶场浓度的减小,磁化增强,当 $t = 0.0$ 时,磁化达到最大,表明在低温时横向晶场的大小与磁化大小成反比,另一方面,不同晶场

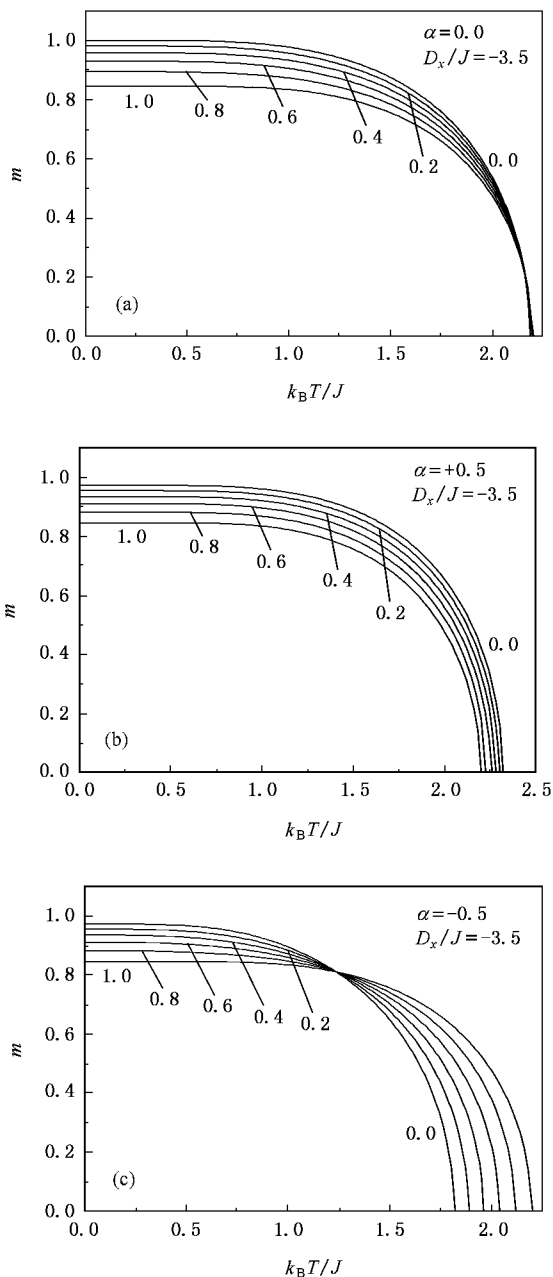


图 2 (a)–(c)横向晶场固定于 $D_x / J = -3.5$ 时磁化随温度的变化关系,曲线上的值为晶场浓度值,分别对应于横向晶场比率 α 为(a)0.0 (b)+0.5 (c)-0.5

浓度下的磁化曲线趋于零时几乎交于温度轴同一点,表明它们具有相同的临界温度,图 2(b)展示了正常的磁化随温度的变化关系,随着晶场浓度的减小,低温时磁化增强,而磁化趋于零时较小的晶场浓度对应的临界温度较高,这情形说明较大的横向晶场对系统的磁化具有抑制作用.从图 2(c)中,不同晶场浓度 t 的磁化曲线随温度的变化关系具有复杂性,注意到在温度为 $k_B T / J = 1.25$ 时存在一个几乎

相同的磁化点,这样温度大于 $k_B T/J = 1.25$ 时,出现反常情形,即晶场浓度越小,磁化下降越快,临界温度也越低,这与图 2(b)的情形截然不同.图 2(a)~(c)的磁化差异来自于所对应的不同相图 1(a)~(c)原因类似于相图 1(a)~(c)中的分析.

最后,我们对方格子横向稀疏晶场 Ising 模型与纵向稀疏晶场 Ising 模型(或 Blume-Capel 模型)所得结果作一比较^[19],两个模型的结果存在很大差异,主要有:1)纵向随机晶场 Ising 模型在负晶场方向出现三临界点(TCP),而横向稀疏晶场 Ising 模型则不存在 TCP.2)随着稀疏浓度的减小,纵向晶场 Ising 模型在负晶场方向出现重入现象,正晶场方向无重入现象,而横向晶场 Ising 模型在负晶场方向不出现重入现象,正晶场方向在较小的稀疏浓度下存在重入现象.3)纵向稀疏晶场 Ising 模型在正晶场方向临界温度单调上升,磁有序相范围扩大,纵向负晶场方向的临界温度下降,而横向稀疏晶场 Ising 模型的临界温度随正晶场的增加而下降,磁有序相范围减小,在横向负晶场方向可出现临界温度的峰值然后再下降.4)纵向稀疏晶场 Ising 模型在负晶场方向的一定稀疏浓度范围内临界温度趋于零时,晶场在基态出现简并,而横向稀疏晶场 Ising 模型则不出现简并.

上述差异说明单轴晶场与自旋(z)轴的取向关系密切,纵向晶场 Ising 模型中晶场在易磁化方向,晶场与自旋方向(z 方向)平行,而横向晶场 Ising 模型中晶场在难磁化方向,晶场与自旋方向(z 方向)垂直,因此,具有不同结果是必然的.

4. 结 论

我们已研究横向随机晶场 Ising 模型的相图和磁化行为,取得有意义的结果,当横向晶场稀疏时,晶场正方向在一定稀疏浓度下出现重入现象,负方向出现临界温度峰值,稀疏浓度较小时,横向晶场分别趋于正无穷或负无穷,但两种情况下稀疏浓度的取值范围不同,这来自于正负横向晶场作用下自旋翻转的不同.横向晶场比率取 $\alpha = +0.5$ 和 $\alpha = -0.5$,无论晶场浓度 t 取何值,在 $T - D_x$ 空间中二级相变线均不趋于无穷,磁有序相范围则减小,特别是 $\alpha = -0.5$ 时,随晶场浓度 t 的减小,临界温度峰值从横向晶场负方向渡越到正方向,与此对应的磁化行为同样有很大差异.本文给出的结果对深入理解具有稀土局域铁磁系统的相图和磁化行为有所帮助.

- [1] Yan S L , Yang C Z 1996 *Sol. Stat. Commun.* **100** 851
- [2] Yan S L , Yang C Z 1998 *Phys. Rev. B* **57** 3512
- [3] Gao Z , Xu J H , Wang Z L 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 2131 (in China) [高 瞻、徐坚宏、王振林 1999 物理学报 **48** 2131]
- [4] Ni J , Gu B L 2000 *Chin. Phys.* **9** 469
- [5] Wu M Y , Ye A J , Li Z B , Zeng W G 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1168 (in Chinese) [吴木营、叶爱军、李志兵、曾文光 2000 物理学报 **49** 1168]
- [6] Deng L L , Yan S L 2002 *Chin. Phys.* **11** 383
- [7] Jiang W , Wei G Z , Du A , Zhang Q 2002 *Chin. Phys.* **11** 823
- [8] Rachadi A , Benyoussef A 2004 *Phys. Rev. B* **69** 064423
- [9] Honda S , Nawate M , Yoshima M 1987 *IEEE Trans. Magn.* **23** 2987
- [10] Endl G , Bielmeier B , Hoffmann H 1991 *Colloquium. Digest of 13th Int. Colloq. Magn. Films and Surf.* p155
- [11] Blume M 1966 *Phys. Rev.* **141** 517
- [12] Capel H W 1966 *Physica* **32** 966
- [13] Feng W C , Gao R W , Han G B , Zhu M G , Li W 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3171 (in Chinese) [冯维存、高汝伟、韩广兵、朱明刚、李 卫 2004 物理学报 **53** 3171]
- [14] Maritan A , Cieplak M , Swift M R , Toigo F , Banavar J R 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 221
- [15] Buzano C , Maritan A , Pelizzola A 1994 *J. Phys. : Condens. Matter* **6** 327
- [16] Takanaka M , Takahashi K 1979 *Phys. Stat. Sol. B* **93** K85
- [17] Saul D M , Wortis M , Stauter D 1974 *Phys. Rev. B* **9** 4964
- [18] Laaboudi B , Kerouad M 1997 *Physica A* **241** 729
- [19] Lara D P , Plascak J A 1998 *Physica A* **260** 443
- [20] Yan S L , Deng L L 2002 *Physica A* **308** 301
- [21] Zhu H X , Yan S L 2004 *Commun. Theor. Phys.* **42** 789
- [22] Berker A N , Wortis M 1976 *Phys. Rev. B* **14** 4946
- [23] Burkhardt T W , Knops H J P 1977 *Phys. Rev. B* **15** 1602
- [24] Branco N S , Boechat B M 1997 *Phys. Rev. B* **56** 11673
- [25] Deserno M 1997 *Phys. Rev. E* **56** 5204
- [26] Puha I , Diep H T 2001 *J. Magn. Magn. Mater.* **224** 85
- [27] Witt H J , Witmer C M M , Dirne F W A 1987 *IEEE Trans. Magn.* **23** 2123
- [28] Suran G , Ounadjela K , Machizaud F 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 3109
- [29] Eddeqaqi N C , Saber M , El-Atri A , Kerouad M 1999 *Physica A* **272** 144
- [30] Jiang W , Wei G Z , Du A 2002 *J. Magn. Magn. Mater.* **250** 49
- [31] Honmura R , Kaneyoshi T 1979 *J. Phys. C : Solid State Phys.* **12** 3979

Phase diagrams and magnetization behaviors of transverse random crystal field Ising model^{*}

Xu Ling¹⁾ Yan Shi-Lei^{1)†}

¹⁾ Department of Physics, Suzhou University, Suzhou 215006, China)

²⁾ Jiangsu Key Laboratory of Thin Films, Suzhou University, Suzhou 215006, China)

(Received 6 June 2006 ; revised manuscript received 2 September 2006)

Abstract

Within the framework of the effective field theory (EFT) and cutting approximation, the spin-1 transverse random crystal field Ising model is investigated for a square lattice. We discuss in detail the influence of transverse random crystal field concentration and crystal field ratio on the phase diagram and magnetization behavior. We give phase diagrams in $T-D_x$ space and magnetization curves in $m-T$ space. Under crystal field dilution condition, there exists the peak value of critical temperature in the direction of negative crystal field and reentrant phenomena in the direction of positive critical field. While choosing crystal field ratio $\alpha = +0.5$ and $\alpha = -0.5$, the range of magnetic ordered phase shrinks. In particular, we found, with decreasing of concentration, the peak value of critical temperature undergoes a crossover from negative to positive direction of transverse crystal field when the ratio $\alpha = -0.5$. The magnetization behaviors have apparent difference for a given negative crystal field value when the crystal field ratio is different. We give a meaningful comparison with the results of Ising model with longitudinal dilution crystal field.

Keywords : transverse random crystal field Ising model, phase diagram, magnetization behavior

PACC : 7510H, 7510J

^{*} Project supported by the Natural Science Key Foundation of the Education Bureau of Jiangsu Province, China (Grant No. 03KJA140117), and the Thin Film Materials Key Laboratory Open Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. K2022).

[†] E-mail : slyan@suda.edu.cn