# 晶场二级效应与交换作用对 PrF<sub>3</sub> 晶体 磁性及磁光性质的影响\*

夏 天<sup>1</sup>) 张国营<sup>1);</sup> 张学龙<sup>2</sup>) 薛刘萍<sup>1)</sup>

1)(中国矿业大学理学院物理系,徐州 221008)
 2)(上海理工大学医疗器械学院,上海 200093)
 (2006年6月13日收到 2006年8月10日收到修改稿)

研究了晶场二级效应在 PrF<sub>3</sub> 晶体中的作用 ,发现该效应可使 Pr<sup>3+</sup>离子的晶场单态与其他态混合 ,对 PrF<sub>3</sub> 晶体 磁化率产生明显影响.进一步研究了晶体内的交换作用有效场 ,其形式为  $H_{in} = (1.9 - 0.02556T) \times 10^{-5} M$  ,在 100— 300 K 的温度范围内 ,以此计算的 PrF<sub>3</sub> 晶体的倒数磁化率和 Verdet 常数的倒数与实验值符合较好.结果表明 ,在 PrF<sub>3</sub> 晶体中 ,晶场二级效应与离子间的交换作用都不能忽略.

关键词: 晶场二级效应, 交换作用有效场, Verdet 常数,  $PrF_3$  晶体 **PACC**: 7820L, 7520

# 1.引 言

磁光效应因其独特的性质,在光调制、光隔离、 光存储、光复制、光信息处理、磁光传感器、激光陀螺 等高新技术领域获得广泛应用,人们对磁性材料的 磁光特性进行了大量的实验和理论研究<sup>1--61</sup>.

顺磁性晶体 PrF<sub>3</sub> 在可见光范围内具有较强的 磁光效应 ,受到实验和理论工作者的重视<sup>[7 &]</sup>.但在 以往的理论中 ,人们仅考虑晶场一级效应 ,没有考虑 晶场二级效应对晶体磁性和磁光效应的影响 ,计算 结果与实验值有较大偏差<sup>[8 ]</sup>.

在一般情况下,晶场二级效应对晶体性质的影响比较小.例如晶场二级效应对 CeF<sub>3</sub> 晶体磁性的影响小于  $1\%^{[9]}$  但是, $Pr^{3+}$  离子是非 Kramers 离子,其最低能级是非简并的,仅考虑一级效应时,这个非简并能级对晶体磁性和磁光效应无贡献.由于晶场二级效应将使  $Pr^{3+}$ 离子的非简并态与简并态混合,导致非简并态对  $PrF_3$  磁化率产生贡献.由于  $Pr^{3+}$ 离子 晶场基态的占有概率最大,因而晶场二级效应将使 其对晶体磁性产生大的影响.我们的计算结果表明: 考虑晶场二级效应可使  $PrF_3$  晶体的倒数磁化率的 计算结果比仅考虑一级效应有了较大改进.

由于顺磁性晶体中存在随温度变化的交换作用 有效场<sup>[9]</sup>,考虑到 PrF<sub>3</sub>和 CeF<sub>3</sub>晶体结构的相似性及 磁化率的测量事实,我们在 PrF<sub>3</sub>晶体中引入一个与 CeF<sub>3</sub>晶体中形式相似的交换作用有效场.使该晶体 倒数磁化率( $\chi^{-1}$ -*T*)的计算曲线在 100—300 K 温度 范围内与实验值符合较好.在入射光波长为 0.6328  $\mu$ m,温度范围为 100—300 K 时,由考虑晶场二级效 应和交换作用有效场计算得 PrF<sub>3</sub>晶体的 Verdet 常 数的倒数随温度变化的理论曲线与实验曲线符合较 好.比仅考虑一级效应时,改进明显.

## 2. 基本理论与计算

对于顺磁性晶体,当一束平面偏振光平行于磁场并通过介质后,其 Faraday 旋转(FR)角 $\theta$ 正比于样品长度L和外磁场 $H_e$ ,即

$$\theta = VH_eL, \qquad (1)$$

式中 V 为 Verdet 常数,由晶体性质决定.根据电子 跃迁的性质, $\theta$  可分为两个部分,

$$\theta = \theta_{\rm e} + \theta_{\rm m}$$

式中 $\theta_a$ 和 $\theta_m$ 分别为电偶极跃迁和磁偶极跃迁的贡

<sup>\*</sup> 中国矿业大学优秀创新团队资金(批准号 2004.Zch012 )资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: zhang57168@sina.com

献.在可见光范围内, $\theta_m$ 很小,可以忽略.于是, $\theta = \theta_n$ ,由电偶极跃迁引起的单位长度的 FR 为<sup>[10]</sup>

$$\theta_{\rm F} = \frac{\theta}{L} = \frac{N\pi e^2 (\bar{n}^2 + 2)^2}{9\bar{n}hc} \sum_{g,n} \frac{\omega^2}{\omega_{ng}^2 - \omega^2} \times \{ |n|V_-|g||^2 - |n|V_+|g||^2 \} \rho_g,$$
(2)

式中 *N* 是单位体积内稀土离子的数目  $\omega$  是入射光 角频率 , | g 是经晶场和磁场劈裂的 4f<sup>2</sup> 态波函数 , | *n* 是晶场劈裂的 4f5d 组态波函数 ; $\hbar\omega_{ng}$  为激发态 与基态能级之差 ,  $\sum_{g,n}$  表示分别对基态和激发态能 级求和 ; $eV_{\mp} = e(x \mp iy)$ 为左右圆偏振光的电偶极 跃迁矩阵元 ,  $\rho_{g}$  是粒子基态的占有概率 ,其表示为

$$\rho_g = e^{-E_g/k_B T} / \sum_g e^{-E_g/k_B T} = \rho_0 e^{-E_g/k_B T}.$$
(3)

自由态 Pr<sup>3+</sup> 离子进入晶体后,将受到晶体电场 (CF)和外磁场与交换作用有效场的共同作用,使能 级产生分裂.由于 CF 作用比磁场作用强,我们先计 算 CF 劈裂的能级和波函数,然后计算磁场作用后 的能级和波函数.由于 4f5d 组态与 4f<sup>2</sup> 组态的能级 差在 60000 cm<sup>-1</sup>以上,而 PrF<sub>3</sub> 晶体中的晶场作用较 弱 故忽略晶场和磁场对 4f5d 能级的影响.4f5d 组 态的能级我们取了实验值<sup>111</sup>,以下的 CF 能级计算 只对  $4f^2$  组态进行.

2.1. Pr<sup>3+</sup>离子晶场能级的计算

在  $PrF_3$  晶体中,  $Pr^{3+}$  离子体系的晶场 Hamiltonian 可表示为

$$\hat{H}_{c} = \sum_{k,q} A_{kq} < r^{k} > Y_{kq} (\theta, \varphi), \qquad (4)$$

式中  $A_{kq}$  为晶场参数, r 为 4f 电子到核的距离,  $Y_{kq}(\theta, \varphi)$ 为球谐函数.

在 CF 作用下 ,Pr<sup>3+</sup> 离子 4f<sup>2</sup> 组态的晶场能级和 波函数可通过解下列久期方程得到

 $\| \varphi_{a} | \hat{H}_{c} | \varphi_{b} - E_{g}^{(0)} \delta_{ab} \| = 0, \quad (5)$ 式中 $| \varphi_{a} , | \varphi_{b}$ 是自由  $Pr^{3+}$  离子对应的波函数,以  $| 4f^{2} , jm_{j}$ 表示,计算中考虑了 $^{3}H_{5}$ 多重态混合产生 的微弱影响.

由于  $Pr^{3+}$  离子在  $PrF_3$  中的周围环境具有  $C_{3V}$ 对称性<sup>[12]</sup> 其 4f 晶场 Hamiltonian 可简化为

$$\hat{H}_{c} = \sum_{k=2}^{n} A_{k,0} r^{k} Y_{k,0} + \sum_{k=4,6}^{n} r^{k} (A_{k,3} Y_{k,3} + A_{k,-3} Y_{k,-3}) + r^{6} (A_{6,6} Y_{6,6} + A_{6,-6} Y_{6,-6}), \qquad (6)$$

由点电荷模型计算的偶宇称晶场的非零参数见文献 8]. 由 5 武计算得 PrF<sub>3</sub> 中 Pr<sup>3+</sup> 离子的晶场能级见表 1.

表 1 PrF<sub>3</sub> 晶体中 Pr<sup>3+</sup> 离子的 4f<sup>2</sup> 晶场能级( cm<sup>-1</sup> )

4f <sup>2</sup>	- 141.60	- 77.89	- 77.89	2.61	2.61	50.63	58.60	58.60	110.88

注 表 1 中,能级以自由 Pr<sup>3+</sup>离子的<sup>3</sup>H<sub>4</sub> 多重态能级为能量零点.

由表 1 可见 ,Pr<sup>3+</sup> 离子的晶场能级中有三条简 并 ,三条非简并 ,且最低晶场能级是非简并的.在一 级效应下 ,该晶场单态对磁化率和磁光效应无贡献. 在外磁场 *H*。的作用下 ,Pr<sup>3+</sup>离子的晶场能级将发生 进一步劈裂 ,简并将完全解除.

### 2.2. 仅考虑一级效应和外磁场时磁化率的计算

外磁场 H。引起的磁场微扰 Hamiltonian 为

 $\hat{H}_{m} = \mu_{B}H_{e}(\hat{L}_{Z} + 2\hat{S}_{Z}),$  (7) 式中  $\mu_{B}$  是玻尔磁子.将  $H_{e} = -1.6 \text{ MA/m}^{[7]}$ 代入(7) 式 通过解久期方程

 $\| \varphi_i | \mu_{\rm B} H_e(\hat{L}_z + 2\hat{S}_z) | \varphi_j - E_g^{(1)} \delta_{ij} \| = 0 ,(8)$ 可得外磁场的微扰能量  $E_g^{(1)}, E_g^{(1)} {}^{(1)}{\rm th} E_g^{(0)}$ 小得多.(8) 式中 |  $\varphi_i$  , |  $\varphi_j$  是  ${\rm Pr}^{3+}$  离子的晶场波函数.当温度  $T > 100 {\rm K}$  时 ,有  $\mu_{\rm B} H_e \ll k_{\rm B} T$  ,这时玻尔兹曼分布可 表示为

$$\rho_{g} = \rho_{0} e^{-(E_{g}^{(0)} + E_{g}^{(1)}) k_{B}T}$$

$$= \rho_{0} e^{-E_{g}^{(0)} / k_{B}T}$$

$$\times \left( 1 - \frac{\mu_{B}H_{e}}{k_{B}T} \varphi_{i} \left| (\hat{L}_{Z} + 2\hat{S}_{Z}) \right| \varphi_{j} \right). \quad (9)$$

在外磁场作用下,单个 Pr<sup>3+</sup> 离子的磁矩为

 $\overline{m} = -\sum_{g} \varphi_i | (\hat{L}_Z + 2\hat{S}_Z) | \varphi_j \rho_g , (10)$ 所以 磁化率可写为

$$\chi_{p} = \frac{N\rho_{0}\mu_{B}^{2}}{k_{B}T} \sum_{g} |\varphi_{i}| (\hat{L}_{Z} + 2\hat{S}_{Z}) |\varphi_{j}|^{2} e^{-E_{g}^{(0)}/k_{B}T}.$$
(11)

用(11)式计算得 PrF3 晶体的倒数磁化率见图 1.

## 2.3. 考虑晶场二级效应和交换作用有效场后磁化 率的计算

在  $PrF_3$  晶体中 在 T > 100 K 的范围内 ,实验表明 其磁化率倒数与温度 T 间服从 Curie-Weiss 定律 <sup>71</sup>,

$$\chi^{-1} = \frac{T - \theta_{\rm P}}{C}.$$
 (12)

式中 C 和 $\theta_{P}$  分别是与温度无关的居里常数和居里 温度.晶场效应和离子间的交换作用对居里温度  $\theta_{P}$ 都有贡献,在有效场模型下, $\theta_{P}$ 主要受到晶场二级 效应的影响<sup>131</sup>.

交换作用有效场是随温度变化的,参照文献9] 中 H<sub>m</sub>的表达形式,我们做了适当的调整,得到了 PrF<sub>3</sub>晶体中有效场的表达形式为

$$H_{\rm in} = \lambda M , \qquad (13)$$

式中

 $\lambda = (1.9 - 0.02556 T) \times 10^{-5}$ , (14) 其单位为 80  $\mu_B^{-1} \cdot \text{mol} \cdot \text{A} \cdot \text{m}^{-1}$ .这时 , $Pr^{3+}$  离子实际受 到总磁场 *H*, 的作用 ,其形式为

 $H_{a} = H_{e} + H_{in} = (1 + \lambda \chi)H_{e}.$  (15) 将(15)式代入(7)式 通过解相应的久期方程可得不 同温度下 ,Pr<sup>3+</sup>离子经晶场和磁场  $H_{a}$ 作用后的能级  $E_{e}$ 和波函数 $|_{g_{i}}$ .

满足 Curie-Weiss 定律的顺磁性磁化率倒数的 形式可由下式给出:

 $\chi^{-1} = H_e/M = (H_a - \lambda M)M = \chi_p^{-1} - \lambda$ (16) 其中  $\chi_p^{-1} = H_a/M$  是形式上满足 Curie 定律的磁化 率倒数.根据顺磁性量子理论<sup>[14]</sup>,同时考虑晶场二 级效应的磁化率  $\chi_p$ 表达式为

$$\chi_{\rm P} = N \sum_{i} \{ B_i^{(1)} \} / kT + 2B_i^{(2)} \} \cdot \rho_g , (17)$$

$$B_{i}^{(1)} = \mu_{\rm B} \ \varphi_{i} \left| \hat{L}_{Z} + 2\hat{S}_{Z} \right| \varphi_{i} \quad , \qquad (18)$$

$$B_{i}^{(2)} = \mu_{\rm B}^{2} \sum_{j} \frac{\varphi_{i} \left| \hat{L}_{Z} + 2\hat{S}_{Z} \right| \varphi_{j}^{2}}{E_{j}^{(0)} - E_{i}^{(0)}} , \quad (19)$$

 $B_i^{(1)}$ 和 $B_i^{(2)}$ 分别描述一级效应和二级效应对晶体磁 化率的贡献.根据(16)(17)(18)和(19)式计算得  $PrF_3$ 晶体磁化率随温度变化的结果见图 1.

#### 2.4. Verdet 常数的计算

由(1)(2)和(15)式可得 Verdet 常数的计算公 式为

 $V = \theta_{\rm F}/H_{\rm e} = \theta_{\rm F}(1 + \lambda\chi)/H_{\rm a}.$  (20) 由(20)式可见,晶场二级效应和交换作用对 Verdet 常数的影响,主要通过磁化率  $\chi$  来体现.在入射光 波长为 0.6328  $\mu$ m 时,由(20)式算得的 Verdet 常数 随温度的变化曲线见图 2.





图 2 Verdet 常数倒数随温度 *T* 的变化(●考虑二级效应与交换 场的计算结果 ,——实验曲线<sup>71</sup>)

## 3. 结论与讨论

由图 1 可见,在 100—300 K 温度范围内,仅考 虑晶场一级效应,计算得 PrF<sub>3</sub> 晶体  $\chi^{-1}$ -*T* 曲线与同 时考虑一级效应和二级效应计算的曲线相比较,差 别较大.在 300 K 时,晶场二级效应对 PrF<sub>3</sub> 晶体磁化 率倒数的影响,高达 65%.这说明 PrF<sub>3</sub> 晶体中晶场 二级效应不能忽略.分析其中的原因主要有以下两 点:1) PrF<sub>3</sub> 晶体中 Pr<sup>3+</sup>离子是非 Kramers 离子,基多 重态<sup>3</sup> H<sub>4</sub> 在晶场的作用下将劈裂为三个非简并能级 和三个二重简并的能级,仅考虑一级效应时,只有三 个简并能级对磁化率有贡献.考虑二级效应后,三个 非简并能级将对磁化率产生影响,其中最重要的是 最低能级为单态,它的占有数比重较大,因此二级效 应对磁化率的影响较大.2)一般情况下,当 $E_i^{(0)} = E_j^{(0)} \gg kT$ 时,二级效应可以忽略,但 $\Pr^{3+}$ 离子基多 重态<sup>3</sup>H<sub>4</sub> 经晶场劈裂后的能级间隔( $E_i^{(0)} = E_j^{(0)}$ )较 小,最低二能级之差仅有63.71 cm<sup>-1</sup>,晶场二级效应 会导致状态强烈混合,甚至使二级效应强于一级效 应.因此对该晶体晶场二级效应是不能忽略的.

从图 1 中还可以看到,同时考虑二级效应和交换作用后,计算得到的结果与实验值符合较好.这说明  $PrF_3$  晶体中存在  $Pr^{3+} - - F^{-} - - Pr^{3+}$  电子间的交换作用,并且这种作用随温度的升高而微弱增强<sup>[9]</sup>.

由图 2 可见,考虑二级效应与交换作用后,在 100—300 K 温度范围内,计算得到的 PrF<sub>3</sub> 晶体 Verdet 常数随温度的变化曲线与实验符合较好,斜率基本一致.尽管如此, $V^{-1}$ -*T* 理论值与实验值之间仍有小的偏差,其可能的原因如下:在计算  $V^{-1}$ -*T* 理论曲线时,奇宇称晶场的贡献没有考虑.奇宇称晶场的主要作用,是使  $Pr^{3+}$ 离子的基组态 4f<sup>2</sup> 和激发组态 4f5d 波函数产生交叠,导致电子在基组态能级间的跃迁.由于 4f5d 与 4f<sup>2</sup> 组态能级差较大,这一项的贡献可能不大; $Pr^{3+}$ 离子激发组态 4f5d 的晶场能级劈裂对 Faraday 旋转可能会有微弱的贡献.

在温度 *T* < 100 K 的范围内 从图 1 和图 2 可以看 出 计算得到的理论曲线和实验曲线偏差很大.但目前 还没有一种有效理论来解释此类晶体在低温时的磁性 和磁光效应的行为 这需要进一步探索和研究.

- [1] Koerdt C, Rikken G L J A, Petrov E P 2003 Appl. Phys. Lett. 82 1538
- [2] Kamada O, Higuchi S 2001 IEEE Trans. Magn. 37 2013
- [3] Zhang G Y, Zhang X L, Cheng Y, Xue L P, Han K 2005 Acta Phys. Sin. 54 407 (in Chinese)[张国营、张学龙、程 勇、薛刘 萍、韩 奎 2005 物理学报 54 407]
- [4] Zhang G Y, Cheng Y, Zhang X L, Xia T, Xue L P 2006 Acta Phys. Sin. 55 2601(in Chinese)[张国营、程 勇、张学龙、夏 天、薛刘萍 2006 物理学报 55 2601]
- [5] Liu G Q, Chen S. Tsai 1998 Acta Phys. Sin. 47 997(in Chinese) [刘公强、Chen S. Tsai 1998 物理学报 47 997]
- [6] Wen X W, Li G J, Qiu G X, Li Y P, Ding L, Sui Z 2005 Acta Phys. Sin. 54 1847 in Chinese )[温晓文、李国俊、仇高新、李 永平、丁 磊、隋 展 2005 物理学报 54 1847]
- [7] Leycuras C, Le Gall H 1984 J. Appl. Phys. 55 2161

- [8] Xu Y , Duan M Q 1992 Phys. Rev. B 46 11636
- [9] Zhang G Y, Xia T, Cheng Y, Xue L P, Zhang X L 2006 Acta Phys. Sin. 55 3091 (in Chinese)[张国营、夏 天、程 勇、薛 刘萍、张学龙 2006 物理学报 55 3091]
- [10] Crossley W A, Cooper R W, Page J L, Van Stapele R P 1969 Phys. Rev. 18 896
- [11] Martin W C, Zalubas R, Hagan L 1978 Atomic Energy Levels-The Rare-Earth Elements (Natl. Bur. Stand., Washington D. C.)
- [12] Ralph W G, Wyckoff 1960 Crystal Structure (New York, Interscience, 2nd Ed) p60
- [13] Liu G Q , Yuan B , Zhang N G , Gong X Y 1995 J. Appl. Phys. 78 4054
- [14] Jiang ST, Li W 2003 Condensed Matter Magnetic Physics (Beijing: Science Press)(in Chinese)[姜寿亭、李 卫 2003 凝聚态磁性 物理(北京 科学出版社)]

Xia Tian<sup>1</sup>) Zhang Guo-Ying<sup>1</sup><sup>†</sup> Zhang Xue-Long<sup>2</sup>) Xue Liu-Ping<sup>1</sup><sup>†</sup>

1) Department of Physics , College of Sciences , China University of Mining and Technology , Xuzhou 221008 , China )

2 & College of Medical Mechanism , Shanghai University of Science and Technology , Shanghai 200093 , China )

(Received 13 June 2006; revised manuscript received 10 August 2006)

#### Abstract

In the PrF<sub>3</sub> crystal , the lowest crystal field state of  $Pr^{3+}$  ion is a single state , which has no contribution to the susceptibility and the Verdet constant of the crystal in first-order effect. The secondary crystal field-effect admixes the state with other states and makes the state have a great contribution to the magnetic properties of PrF<sub>3</sub> crystal. In this paper , the effect of secondary crystal field-effect on the magnetic and magnetio-optic properties of PrF<sub>3</sub> crystal is presented. Furthermore , the effective field of exchange interaction between the ions is investigated , which has the form is  $H_{in} = (1.9 - 0.02556 T) \times 10^{-5} M$ . By means of the effective field , the inverses of the magnetic susceptibility and Verdet constant of PrF<sub>3</sub> crystal as functions of temperature are calculated , and the results are in good agreement with the measured ones. The results show that the crystal field 's second-order contribution and exchange interaction between ions shouldn 't be ignored.

Keywords : crystal field 's second-order contribution , exchange interaction , Verdet constant ,  $PrF_3$  crystal PACC : 7820L , 7520

<sup>\*</sup> Project supported by the Excellent Innovation Group Foundation of CUMI( Grant No. 2004.Zch012 ).

<sup>†</sup> E-mail: zhang57168@sina.com