

利用单个三粒子最大 GHZ 态或两个 EPR 态隐形 传送任意三粒子 GHZ 态^{*}

李艳玲 冯 健[†]

(聊城大学物理科学与信息工程学院,聊城 252059)

(聊城大学光通信研究所,聊城 252059)

(2006 年 7 月 28 日收到,2006 年 11 月 9 日收到修改稿)

提出利用单个三粒子最大 Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态或两个 Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) 态作为量子信道确定性隐形传送任意三粒子 GHZ 态的两个方案,并将方案推广至隐形传送任意 n ($n \geq 4$) 粒子 GHZ 态的情况. 讨论了量子信道受噪声影响时隐形传态的保真度. 研究发现,当作为量子信道的单个三粒子最大 GHZ 态受到噪声影响时,隐形传态的保真度仅与量子信道的纠缠度有关,而当作为量子信道的两个 EPR 态受到噪声影响时,隐形传态的保真度不仅与量子信道的纠缠度有关,还与待传态的纠缠度有关. 所提出的方案具有节省量子信道纠缠资源的特点.

关键词: 隐形传态, 三粒子 Greenberger-Horne-Zeilinger 态, 量子逻辑门, 保真度

PACC: 0365

1. 引 言

量子信息科学中最引人注目的一个进展,是 Bennett 等于 1993 年提出的单粒子未知量子态隐形传送理论方案^[1]及其在实验上的实现^[2]. 量子隐形传态应用量子纠缠特性实现了信息的传送和处理,其信息容量大、可靠性高,这种方案能完成纯经典方法或纯量子方法所无法完成的量子态传送,已在量子远程克隆、量子远程控制、远程量子计算等方面得到应用.

量子隐形传态的实验实现及其在量子计算和量子信息中的应用前景使其成为研究的热点^[1-29]. 在单粒子未知量子态的隐形传送得到深入研究^[1-6]之后,人们开始转向探讨量子纠缠态的隐形传送,这是因为量子纠缠一方面被用于检验基本量子理论的完备性,另一方面,作为物理资源的量子纠缠态在量子信息领域中起着至关重要的作用,关于量子纠缠特性的研究^[12-14]已成为量子信息学中的前沿课题. 因此,如何有效隐形传送各种量子纠缠态则激发起人

们浓厚的研究兴趣. 对于两粒子纠缠态,文献 [15-17] 提出了以三粒子 Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态作为量子信道的隐形传送方案,文献 [18, 19] 分别研究了以两个 Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) 态、三粒子 W 态作为量子信道的隐形传送方案,文献 [20] 给出了利用两个 EPR 态隐形传送双模连续变量量子态的方案. 特别需要指出的是,最近文献 [21] 从减少量子信道纠缠量的角度提出了利用单个 EPR 态隐形传送两粒子纠缠态的方案. 对于三粒子纠缠态,文献 [22] 的研究结果表明,仅通过随机性局域操作和经典通信进行态的转化,可将任意的三粒子纠缠态转换为 GHZ 态或 W 态的基本形式,这一发现使得任意三粒子纠缠态的隐形传送简化为三粒子 GHZ 态和 W 态的隐形传送,因此,三粒子 GHZ 态和 W 态的隐形传送就成为必须要解决的问题.

关于三粒子 W 态的隐形传送,文献 [23] 提出了利用一个两粒子纠缠态和一个三粒子 GHZ 态作为量子信道的方案,文献 [24] 研究了利用三个两粒子纠缠态作为量子信道的方案. 关于三粒子 GHZ 态的隐形传送,文献 [25, 26] 研究了以三个两粒子纠缠态

^{*} 国家自然科学基金(批准号:10574060)和山东省自然科学基金(批准号:Y2004A09)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: fj@lcu.edu.cn

作为量子信道的方案,文献 [27] 给出了利用一个两粒子纠缠态和一个三粒子 GHZ 态作为量子信道的方案,文献 [28] 则提出了利用两个三粒子 W 态作为量子信道的方案.最近,文献 [29] 研究了利用三个两粒子纠缠态隐形传送一般 $WGHZ$ 态的方案.

在上述三粒子纠缠态隐形传送方案中,所用量子信道分别至少为三个两粒子纠缠态或一个两粒子纠缠态和一个三粒子 GHZ 态或两个三粒子 W 态,可见,量子信道所需的纠缠量较多.然而,量子纠缠作为一种必须的资源,人们总希望能用较少的资源完成同一任务或使用相同的资源完成尽可能多的任务.那么,如何减少量子信道所需的纠缠量、节约纠缠资源则成为很有意义的课题.文献 [21] 提出了利用单个 EPR 态隐形传送两粒子纠缠态的方案,本文从节省纠缠资源的角度出发,提出利用单个三粒子最大 GHZ 态或两个 EPR 态作为量子信道隐形传送任意三粒子 GHZ 态的新方案,讨论量子信道受噪声影响时隐形传态的保真度,并将方案推广至隐形传送任意 n ($n \geq 4$) 粒子 GHZ 态的情况.

2. 方案一:利用单个三粒子最大 GHZ 态作为量子信道隐形传送任意三粒子 GHZ 态

假设粒子 1、粒子 2、粒子 3 处于某个未知的三粒子 GHZ 态上,

$$|\varphi\rangle_{123} = \alpha|000\rangle_{123} + \beta|111\rangle_{123} \quad (|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1), \quad (1)$$

发送者 Alice 要把这个未知的三粒子 GHZ 态传送给远处的接收者 Bob,但粒子 1、粒子 2、粒子 3 始终要留在 Alice 一方.假设 Alice 和 Bob 仅仅共享如下式所示的单个三粒子最大 GHZ 态作为量子信道:

$$|\psi\rangle_{456} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle_{456} + |111\rangle_{456}), \quad (2)$$

粒子 4 属于 Alice,粒子 5 和粒子 6 属于 Bob.并且,Bob 引入一个初态处于 $|0\rangle$ 的附加粒子 7.于是,Alice 拥有粒子 1、粒子 2、粒子 3 和粒子 4,Bob 拥有粒子 5、粒子 6 和粒子 7.

待传送粒子、信道粒子和附加粒子所组成系统的初态为

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= |\varphi\rangle_{123} |\psi\rangle_{456} |0\rangle_7 \\ &= (\alpha|000\rangle_{123} + \beta|111\rangle_{123}) \\ &\quad \otimes \left[\frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle_{456} + |111\rangle_{456}) \right] \otimes |0\rangle_7. \quad (3) \end{aligned}$$

Alice 对粒子 1 和粒子 4 进行 Bell 基测量(BM_{14}),然后对粒子 2 和粒子 3 也进行 Bell 基测量(BM_{23}),Alice 进行测量的 Bell 基为

$$\begin{aligned} |\phi_{\pm}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle), \\ |\psi_{\pm}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle). \end{aligned} \quad (4)$$

经过两次 Bell 基测量后,Bob 处所有可能的结果如下:

$$\begin{aligned} |\varphi_{1\ 567}\rangle &= (\alpha|00\rangle_{56} + \beta|11\rangle_{56})|0\rangle_7, \\ |\varphi_{2\ 567}\rangle &= (\alpha|00\rangle_{56} - \beta|11\rangle_{56})|0\rangle_7, \\ |\varphi_{3\ 567}\rangle &= (\alpha|11\rangle_{56} + \beta|00\rangle_{56})|0\rangle_7, \\ |\varphi_{4\ 567}\rangle &= (\alpha|11\rangle_{56} - \beta|00\rangle_{56})|0\rangle_7. \end{aligned} \quad (5)$$

对应于不同的测量结果,Bob 处的粒子处于其中一个态上.

Alice 进一步通过经典信道用 4 bit 经典信息将其测量结果传送给 Bob,Bob 根据所获得的经典信息对粒子 5 和粒子 6 作相应的么正变换,再让粒子 5、粒子 6 和粒子 7 一起通过量子 Toffoli 门^[30],从而可得到所要传送的形如(1)式所示的未知三粒子 GHZ 态.对应于不同的测量结果,Bob 对粒子 5 和粒子 6 所作的么正变换不同,其对应关系如表 1 所示.

表 1 各种可能的 Bell 基测量结果及 Bob 对粒子 5 和粒子 6 所作的相应么正变换

BM_{14}	BM_{23}	对粒子 5 和粒子 6 所作的么正变换
$ \phi_{+}\rangle_{14}$	$ \phi_{+}\rangle_{23}$	$I_5 \otimes I_6$
$ \phi_{+}\rangle_{14}$	$ \phi_{-}\rangle_{23}$	$I_5 \otimes (\sigma_z)_6$
$ \phi_{-}\rangle_{14}$	$ \phi_{+}\rangle_{23}$	$I_5 \otimes (\sigma_z)_6$
$ \phi_{-}\rangle_{14}$	$ \phi_{-}\rangle_{23}$	$I_5 \otimes I_6$
$ \psi_{+}\rangle_{14}$	$ \phi_{+}\rangle_{23}$	$(\sigma_x)_5 \otimes (\sigma_x)_6$
$ \psi_{+}\rangle_{14}$	$ \phi_{-}\rangle_{23}$	$(-i\sigma_y)_5 \otimes (\sigma_x)_6$
$ \psi_{-}\rangle_{14}$	$ \phi_{+}\rangle_{23}$	$(-i\sigma_y)_5 \otimes (\sigma_x)_6$
$ \psi_{-}\rangle_{14}$	$ \phi_{-}\rangle_{23}$	$(\sigma_x)_5 \otimes (\sigma_x)_6$

例如:若 Alice 的测量结果为 $|\psi_{+}\rangle_{14}, |\phi_{+}\rangle_{23}$,则 Bob 处的粒子 5、粒子 6 和粒子 7 处于量子态

$$|\psi\rangle_{567} = (\alpha|11\rangle_{56} + \beta|00\rangle_{56})|0\rangle_7. \quad (6)$$

Alice 通过经典信道将其测量结果通知 Bob,Bob 根据所获得的经典信息对粒子 5 和粒子 6 作相应的么正变换 $\sigma_x \otimes \sigma_x$,可得到

$$|\psi\rangle_{567} = (\alpha|00\rangle_{56} + \beta|11\rangle_{56})|0\rangle_7. \quad (7)$$

并让处于此态的粒子 5、粒子 6 和粒子 7 一起通过量子 Toffoli 门,从而得到

$$|\varphi_{567}\rangle = \alpha|000\rangle_{567} + \beta|111\rangle_{567}. \quad (8)$$

这样就完成了任意三粒子 GHZ 态的隐形传送.

本节详细介绍了以单个三粒子最大 GHZ 态作为量子信道,在接收者借助于量子 Toffoli 门和附加粒子的条件下,通过量子测量和经典通信隐形传送任意三粒子 GHZ 态的方案.利用方案一传送任意三粒子 GHZ 态只需一个三粒子 GHZ 态作为量子信道,达到了节省量子纠缠资源的目的.

3. 噪声对方案一的影响

在方案一中,我们利用单个三粒子最大 GHZ 态作为量子信道实现了任意三粒子 GHZ 态的精确隐形传送.然而,作为量子信道的纠缠态总会受到噪声的影响,在实验中可用的量子态通常为混合纠缠态,因此很有必要分析量子信道受噪声影响时隐形传态的效果.注意到“白噪声”(white noise)是一类重要的量子噪声,下面讨论白噪声对隐形传态方案一的影响,分析隐形传态保真度与量子信道纠缠度、待传送态纠缠度间的关系.

受白噪声的影响,三粒子最大 GHZ 态退化为混合态^[31]

$$\rho_c = \omega|\psi_{456}\rangle\langle\psi| + \frac{(1-\omega)}{8}I_{456}. \quad (9)$$

(9)式中 $0 < \omega \leq 1$,在文献[31]中被称为“可见度”(visibility), I_{456} 为粒子 4、粒子 5 和粒子 6 所构成系统的单位算符.我们用此混合态作为量子信道传送未知态.按照我们提出的隐形传态方案一,接收者 Bob 得到的态为

$$\begin{aligned} \rho_1 = & \left[|\alpha|^2 \omega + \frac{(1-\omega)}{4} \right] |000\rangle_{567} \langle 000| \\ & + \frac{(1-\omega)}{4} |010\rangle_{567} \langle 010| \\ & + \frac{(1-\omega)}{4} |100\rangle_{567} \langle 100| \\ & + \left[|\beta|^2 \omega + \frac{(1-\omega)}{4} \right] |111\rangle_{567} \langle 111| \\ & + \alpha\beta^* \omega |000\rangle_{567} \langle 111| \\ & + \alpha^* \beta \omega |111\rangle_{567} \langle 000|. \end{aligned} \quad (10)$$

对于多体纠缠态纠缠度的计算已有较深入的研究^[32-34].文献[32]提出了剩余纠缠度(residual entanglement)的概念,

$$\mathcal{I}_{ABC} = \mathcal{I}_{(ABC)} - \mathcal{I}_{AB} - \mathcal{I}_{AC}. \quad (11)$$

对于纯态,

$$\mathcal{I}_{ABC} = C_{(ABC)}^2 - C_{AB}^2 - C_{AC}^2. \quad (12)$$

这里 C_{AB} 是纯态 ρ_{ABC} 对 C 约化以后 ρ_{AB} 的共生纠缠度(concurrence), C_{AC} 是纯态 ρ_{ABC} 对 B 约化以后 ρ_{AC} 的共生纠缠度, $C_{(ABC)}$ 是把 B, C 看成一个整体时 $\rho_{(ABC)}$ 的共生纠缠度.对于混合态 $\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$,

$$\mathcal{I}_{ABC} = \mathcal{I}_{(ABC)}^{\min} - \mathcal{I}_{AB} - \mathcal{I}_{AC}. \quad (13)$$

这里 $\mathcal{I}_{(ABC)}^{\min}$ 为对应于 ρ 取不同的谱分解时

$$\mathcal{I}_{(ABC)} = \sum_i p_i \mathcal{I}_{(ABC)}(|\psi_i\rangle)$$

的最小值,

$$\mathcal{I}_{AB} = \mathcal{I}(\rho_{AB}),$$

$$\mathcal{I}_{AC} = \mathcal{I}(\rho_{AC}).$$

据以上定义式经计算可得出:量子信道的纠缠度为

$$\mathcal{I}_c = \omega. \quad (14)$$

(1)式所示的待隐形传送三粒子 GHZ 态的纠缠度为

$$\mathcal{I}_\varphi = 4|\alpha|^2(1-|\alpha|^2). \quad (15)$$

由(1)和(10)式可计算出隐形传态的保真度为

$$F_1 = \langle\varphi|\rho_1|\varphi\rangle = \frac{1+3\omega}{4}. \quad (16)$$

由(14)–(16)式可知:方案一中的量子信道受到白噪声影响时隐形传态的保真度仅与量子信道的纠缠度有关,而与待传送态的纠缠度无关.平均保真度 $\bar{F}_1 = F_1$.这与两粒子情况不同^[21].文献[21]指出,在利用一个两粒子纠缠态作为量子信道隐形传送两粒子纠缠态的方案中,当量子信道受到噪声影响时,隐形传态的保真度不仅与量子信道的纠缠度有关,而且还与待传送态的纠缠度有关.随着量子信道纠缠度的增加,隐形传态的保真度线性增加,当 $\omega = 1$ 即 $\mathcal{I}_c = 1$ 时,保真度 $F_1 = 1$,即用单个三粒子最大 GHZ 态作为量子信道可以实现未知三粒子 GHZ 态的精确传送.

4. 方案二:利用两个 EPR 态作为量子信道隐形传送任意三粒子 GHZ 态

我们用两个 EPR 态

$$|\varphi_{45}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{45} + |11\rangle_{45}), \quad (17)$$

$$|\varphi_{67}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{67} + |11\rangle_{67})$$

作为量子信道,Alice 拥有粒子 4 和粒子 6,Bob 拥有

粒子 5、粒子 7 和初态处于 $|0\rangle$ 的附加粒子 8. 本方案的基本思路如下: Alice 分别对粒子 1 和粒子 4、粒子 2 和粒子 6 进行 Bell 基测量, 让粒子 3 经过 Hadamard 变换(H 门), 再对粒子 3 进行投影测量(基为 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$) 并把所有测量结果通过经典信道传送给 Bob, Bob 根据获得的经典信息对粒子 5 和粒子 7 进行相应的么正变换, 最后 Bob 使粒子 5、粒子 7 和粒子 8 一起通过量子 Toffoli 门, 则可完成三粒子 GHZ 态的精确隐形传送.

下面介绍具体的操作过程.

待传送粒子、信道粒子和附加粒子所组成系统的初态为

$$|\psi\rangle = |\varphi_{123}\rangle |\varphi_{145}\rangle |\varphi_{67}\rangle |0\rangle_8. \quad (18)$$

若 Alice 对粒子 1 和粒子 4 的测量结果为 $|\phi_{+14}\rangle$, 对粒子 2 和粒子 6 的测量结果为 $|\phi_{+26}\rangle$, 则粒子 3、粒子 5、粒子 7 和粒子 8 处于态

$$|\psi_{3578}\rangle = [\alpha |000\rangle_{357} + \beta |111\rangle_{357}] \otimes |0\rangle_8. \quad (19)$$

Alice 再使粒子 3 经过 H 门, 可得到

$$|\psi_{3578}\rangle = \left[\frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle_3 (\alpha |00\rangle_{57} + \beta |11\rangle_{57}) + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle_3 (\alpha |00\rangle_{57} - \beta |11\rangle_{57}) \right] \otimes |0\rangle_8. \quad (20)$$

同时对粒子 3 进行基为 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的投影测量, 若得到 $|0\rangle$, 则 Bob 无需对粒子 5 和粒子 7 进行任何操作, 若得到 $|1\rangle$, 则 Bob 需对粒子 5 和粒子 7 进行相应的么正变换 $I \otimes \sigma_z$, 使得粒子 5、粒子 7 和粒子 8 处于态

$$|\varphi_{578}\rangle = (\alpha |00\rangle_{57} + \beta |11\rangle_{57}) \otimes |0\rangle_8. \quad (21)$$

Bob 再使粒子 5、粒子 7 和粒子 8 一起经过量子 Toffoli 门, 从而得到

$$|\varphi_{578}\rangle = \alpha |000\rangle_{578} + \beta |111\rangle_{578}. \quad (22)$$

于是接收者 Bob 就获得了与 (1) 式所示相同的态, 完成了隐形传态. 对应于传送者不同的测量结果, 接收者所作的相应么正变换也将不同. 表 2 列出了对粒子 1 和粒子 4 的测量结果为 $|\phi_{+14}\rangle$ 时, 接收者对粒子 5 和粒子 7 所做的相应么正变换. 对粒子 1 和粒子 4 的测量为其他结果时与此类似, 这里不再赘述.

本节介绍了以两个 EPR 态作为量子信道, 在接收者借助于量子 Toffoli 门和附加粒子的条件下, 通过量子测量和经典通信隐形传送任意三粒子 GHZ

态的方案. 利用这种方案传送一个任意三粒子 GHZ 态只需用两个 EPR 态作为量子信道, 相对于已有的方案而言, 比较节省量子纠缠资源.

表 2 对粒子 1 和粒子 4 的测量结果为 $|\phi_{+14}\rangle$ 时, 接收者对粒子 5 和粒子 7 所作的相应么正变换

BM ₁₄	BM ₂₆	对经过 Hadamard 变换后粒子 3 的测量	对粒子 5 和粒子 7 的操作
$ \phi_{+14}\rangle$	$ \phi_{+26}\rangle$	$ 0\rangle_3$	$I_5 \otimes I_7$
$ \phi_{+14}\rangle$	$ \phi_{+26}\rangle$	$ 1\rangle_3$	$I_5 \otimes (\sigma_z)_7$
$ \phi_{+14}\rangle$	$ \phi_{-26}\rangle$	$ 0\rangle_3$	$I_5 \otimes (\sigma_z)_7$
$ \phi_{+14}\rangle$	$ \phi_{-26}\rangle$	$ 1\rangle_3$	$I_5 \otimes I_7$
$ \phi_{+14}\rangle$	$ \phi_{+26}\rangle$	$ 0\rangle_3$	$I_5 \otimes (\sigma_x)_7$
$ \phi_{+14}\rangle$	$ \phi_{+26}\rangle$	$ 1\rangle_3$	$(\sigma_z)_5 \otimes (\sigma_x)_7$
$ \phi_{+14}\rangle$	$ \phi_{-26}\rangle$	$ 0\rangle_3$	$(\sigma_z)_5 \otimes (\sigma_x)_7$
$ \phi_{+14}\rangle$	$ \phi_{-26}\rangle$	$ 1\rangle_3$	$I_5 \otimes (\sigma_x)_7$

5. 噪声对方案二的影响

在方案二中, 当两个 EPR 态组成的量子信道受到噪声影响时, 量子信道可看成如下所示的混合纠缠态^[31]的直积:

$$\rho_c = \rho_{c1} \otimes \rho_{c2}, \quad (23)$$

$$\rho_{c1} = p_1 |\phi_{+45}\rangle \langle \phi_{+45}| + \frac{1-p_1}{4} I_{45}, \quad (24)$$

$$\rho_{c2} = p_2 |\phi_{+67}\rangle \langle \phi_{+67}| + \frac{1-p_2}{4} I_{67}, \quad (25)$$

式中 $|\phi_{+}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)$, $0 < p_1 \leq 1$, $0 < p_2 \leq 1$, I 为两粒子系统的单位算符. 对于两粒子纠缠态, 其纠缠度定义为^[22]

$$\epsilon = -2 \sum_{\lambda_i < 0} \lambda_i, \quad (26)$$

式中 λ_i 为两体纠缠态转置密度矩阵的本征值. 根据定义式 (26), 可计算出两个量子信道的纠缠度分别为

$$\epsilon_{c1} = \frac{3p_1 - 1}{2}, \quad (27)$$

$$\epsilon_{c2} = \frac{3p_2 - 1}{2}.$$

利用 (23)–(25) 式所示的混合纠缠态作为量子信道, 按照以上所提出的隐形传态方案二, 接收者可得到

$$\rho_2 = \frac{(1+p_1)(1+p_2)}{4} |\alpha|^2 |000\rangle_{578} \langle 000|$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(1 + p_1 \chi(1 - p_2))}{4} |\alpha|^2 |010_{578} 010| \\
& + \frac{(1 - p_1 \chi(1 + p_2))}{4} |\alpha|^2 |100_{578} 100| \\
& + \frac{(1 - p_1 \chi(1 - p_2))}{4} |\alpha|^2 |111_{578} 111| \\
& + \frac{(1 - p_1 \chi(1 - p_2))}{4} |\beta|^2 |000_{578} 000| \\
& + \frac{(1 - p_1 \chi(1 + p_2))}{4} |\beta|^2 |010_{578} 010| \\
& + \frac{(1 + p_1 \chi(1 - p_2))}{4} |\beta|^2 |100_{578} 100| \\
& + \frac{(1 + p_1 \chi(1 + p_2))}{4} |\beta|^2 |111_{578} 111| \\
& + p_1 p_2 \alpha \beta^* |000_{578} 111| \\
& + p_1 p_2 \alpha^* \beta |111_{578} 000|. \tag{28}
\end{aligned}$$

此态的保真度为

$$\begin{aligned}
F_2 = \langle \varphi | \rho_2 | \varphi \rangle &= \frac{1 + p_1 + p_2 + p_1 p_2}{4} \\
& + (2p_1 p_2 - p_1 - p_2) |\alpha|^2 |\beta|^2. \tag{29}
\end{aligned}$$

由(15)(27)(29)式可得

$$\begin{aligned}
F_2 = \frac{4 + 2\epsilon_{e1} + 2\epsilon_{e2} + \epsilon_{e1}\epsilon_{e2}}{9} \\
+ \frac{1}{18} (4\epsilon_{e1}\epsilon_{e2} - \epsilon_{e1} - \epsilon_{e2} - 2) \mathcal{F}_\varphi. \tag{30}
\end{aligned}$$

从(30)式可知:第一,当两个量子信道均受到噪声影响时,隐形传态的保真度与待传送态及量子信道的纠缠度均有关,这与白噪声对方案一的影响不同.在第3节中我们发现,信道受白噪声影响时,隐形传态的保真度仅与信道的纠缠度有关.第二,当 $\epsilon_{e1} = \epsilon_{e2} = 1$ 时, $F_2 = 1$,与待传送未知态的纠缠度无关,即用两个 EPR 态作为量子信道可实现未知三粒子 GHZ 态的精确传送.

对于所有可能的输入态,由(30)式计算可得此方案的平均保真度为

$$\bar{F}_2 = \frac{3 + 7p_1 p_2 + p_1 + p_2}{12}. \tag{31}$$

6. n 粒子 GHZ 态的隐形传送

以上提出的两个方案均可推广到隐形传送任意 $n(n \geq 4)$ 粒子 GHZ 态的情况.待传送的未知 n 粒子 GHZ 态可表示为

$$\begin{aligned}
|\varphi_{A_1 A_2 A_3 \dots A_n}\rangle &= (\alpha |0000\dots + \beta |1111\dots)_{A_1 A_2 A_3 \dots A_n} \\
& (\quad (|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1)). \tag{32}
\end{aligned}$$

假设传送者和接收者共享的信道为一个 n 粒子最大 GHZ 态,

$$\begin{aligned}
|\varphi_{B_1 B_2 \dots B_n}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0000\dots \\
& + |1111\dots\rangle)_{B_1 B_2 B_3 \dots B_n}. \tag{33}
\end{aligned}$$

粒子 B_1 属于传送者,粒子 B_2 、粒子 B_3 、...、粒子 B_n 为接收者所有.传送者对其拥有的粒子 A_1 和粒子 B_1 进行联合 Bell 基测量,再对其拥有的其他粒子进行联合 Bell 基测量或 Hadamard 变换和基为 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 的投影测量.若 n 为偶数时,则需对粒子 A_2 、粒子 A_3 、...、粒子 A_n 中的一个经过 Hadamard 变换并对其进行计算基的投影测量,再将剩下的 $(n - 2)$ 个粒子两两组合进行 Bell 基测量;若 n 为奇数时,则只需对剩下的 $(n - 1)$ 个粒子两两组合进行 Bell 基测量.传送方通过经典信道把测量结果传送给接收方,接收方根据获得的经典信息对其拥有的粒子进行相应的么正变换,然后让这些粒子作为控制粒子与处于 $|0\rangle$ 的附加粒子(目标粒子)一起经过 $(n - 1)$ 粒子控制非门^[30],就可完成形如(32)式的 $n(n \geq 4)$ 粒子 GHZ 态的隐形传送.

若传送者和接收者共享的信道为 $(n - 1)$ 个 EPR 态,

$$\begin{aligned}
|\varphi_{B_1 B_2 \dots B_{(2n-2)}}\rangle &= \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)_{B_1 B_2} \right]^{\otimes (n-1)}. \tag{34}
\end{aligned}$$

粒子 B_1 、粒子 B_3 、...、粒子 $B_{(2n-3)}$ 属于传送方,粒子 B_2 、粒子 B_4 、...、粒子 $B_{(2n-2)}$ 属于接收方.传送方对其拥有的粒子进行 $(n - 1)$ 次联合 Bell 基测量,再对剩下的一个粒子进行 Hadamard 变换以及基为 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 的投影测量,并把所有的测量结果通过经典信道传送给接收方.接收方根据获得的经典信息对其拥有的粒子进行相应的么正变换,并让这些粒子作为控制粒子与处于 $|0\rangle$ 的附加粒子(目标粒子)一起经过 $(n - 1)$ 粒子控制非门,就可完成形如(32)式所示的 n 粒子 GHZ 态的隐形传送.

7. 结 论

本文从节约量子信道纠缠资源的角度出发,提出了两种隐形传送任意三粒子 GHZ 态的方案,并将方案推广至隐形传送任意 $n(n \geq 4)$ 粒子 GHZ 态的情况.在方案一中,我们采用单个三粒子最大 GHZ

态作为量子信道,发送方进行两次 Bell 基测量后将测量结果通过经典信道传送给接收方,接收方根据所得经典信息实施相应的么正变换,并借助于附加粒子和量子 Toffoli 门,即可确定性地实现任意三粒子 GHZ 态的精确隐形传送.在方案二中,我们采用两个 EPR 态作为量子信道,发送方进行两次 Bell 基测量,一次 Hadamard 变换和一次投影测量后,将所有的测量结果通过经典信道传送给接收方,接收方根据所得经典信息实施相应的么正变换,并借助于附加粒子和量子 Toffoli 门,同样可确定性地实现任意三粒子 GHZ 态的精确隐形传送.

考虑到噪声对作为量子信道的纠缠态的影响,我们进一步分析了所提出的两个方案中量子信道受噪声影响时隐形传态的保真度.结果表明:在利用单

个三粒子最大 GHZ 态作为量子信道的方案一中,噪声的影响使得隐形传态的保真度仅与量子信道的纠缠度有关,而与待传送态的纠缠度无关,而在采用两个 EPR 态作为量子信道的方案二中,噪声的影响使得隐形传态的保真度不仅与量子信道的纠缠度有关,而且与待传送态的纠缠度有关.上述关于噪声环境中纠缠转换的结果对纠缠操纵研究具有积极的意义.

在已有的三粒子纠缠态隐形传送方案中^[23-29],所采用的量子信道分别至少为三个两粒子纠缠态或一个两粒子纠缠态和一个三粒子 GHZ 态或两个三粒子 W 态.与之相比较,我们提出的两个方案具有如下特点:在量子逻辑门和附加粒子的辅助下,可以用较少的量子纠缠资源完成任意三粒子 GHZ 态的隐形传送,达到了节省量子纠缠资源的目的.

- [1] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C *et al* 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [2] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K *et al* 1997 *Nature* **390** 575
- [3] Li W L, Li C F, Guo G C 2000 *Phys. Rev. A* **61** 034301
- [4] Feng X L, Gong S Q, Wang Z Y *et al* 2000 *Chin. Phys. Lett.* **17** 703
- [5] Bose S, Knight P L, Plenio M B *et al* 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 5158
- [6] Su X Q, Guo G C 2004 *Prog. Phys.* **24** 268 (in Chinese)[苏晓琴、郭光灿 2004 物理学进展 **24** 268]
- [7] Dai H Y, Li C Z, Chen P X 2003 *Chin. Phys.* **12** 1354
- [8] Lin X, Li H C 2005 *Chin. Phys.* **14** 1724
- [9] Fan H Y, Liang X T 2005 *Commun. Theor. Phys.* **44** 833
- [10] Xue Z Y, Yi Y M, Cao Z L 2005 *Commun. Theor. Phys.* **44** 1021
- [11] Zhao Z, Chen Y A, Zhang A N *et al* 2004 *Nature* **430** 54
- [12] Li C F, Guo G C 2000 *Prog. Phys.* **20** 407 (in Chinese)[李传锋、郭光灿 2000 物理学进展 **20** 407]
- [13] Feng J, Wang J S, Gao Y F *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2083 (in Chinese)[冯 健、王继锁、高云峰等 2001 物理学报 **50** 2083]
- [14] Feng J, Wang J S, Gao Y F *et al* 2001 *Phys. Lett. A* **288** 125
- [15] Shi B S, Jiang Y K, Guo G C 2000 *Phys. Lett. A* **268** 161
- [16] Deng F G, Li C Y, Li Y S *et al* 2005 *Phys. Rev. A* **72** 022338
- [17] Li M, Yao C M 2001 *Acta Photon. Sin.* **30** 918 (in Chinese)[李敏、姚春梅 2001 光子学报 **30** 918]
- [18] Feng X L, Wang Z Y, Xu Z Z 2001 *Chin. J. Lasers* **B 10** 157
- [19] Cao Z L, Song W 2005 *Physica A* **347** 177
- [20] Song T Q 2004 *Commun. Theor. Phys.* **41** 362
- [21] Mary M C, Matteo G A P 2005 *Phys. Lett. A* **337** 10
- [22] Dür W, Vidal G, Cirac J I 2000 *Phys. Rev. A* **62** 062314
- [23] Zheng Y Z, Gu Y J, Guo G C 2002 *Chin. Phys.* **11** 537
- [24] Zheng Y Z, Dai L Y, Guo G C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2678 (in Chinese)[郑亦庄、戴玲玉、郭光灿 2003 物理学报 **52** 2678]
- [25] Yang C P, Guo G C 1999 *Chin. Phys. Lett.* **16** 628
- [26] Liu J M, Guo G C 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 456
- [27] Lu H 2001 *Chin. Phys. Lett.* **18** 1004
- [28] Yang H Q, Xie S S, Lu Z K *et al* 2006 *Acta Opt. Sin.* **26** 300 (in Chinese)[杨洪钦、谢树森、陆祖康等 2006 光学学报 **26** 300]
- [29] Huang Y C, Liu M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4517 (in Chinese)[黄永畅、刘 敏 2005 物理学报 **54** 4517]
- [30] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press) pp177—185
- [31] Sen A, Sen U, Wieśniak M *et al* 2003 *Phys. Rev. A* **68** 062306
- [32] Coffman V, Kundu J, Wothers W K 2000 *Phys. Rev. A* **61** 052306
- [33] Yu C S, Song H S 2005 *Phys. Rev. A* **71** 042331
- [34] Lee S, Joo J, Kim J 2005 *Phys. Rev. A* **72** 024302

Teleportation of arbitrary three-particle GHZ state using single three-particle maximal GHZ state or two EPR states^{*}

Li Yan-Ling Feng Jian[†]

(*School of Physics Science and Information Engineering, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China*)

(*Institute of Optical Communication, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China*)

(Received 28 July 2006; revised manuscript received 9 November 2006)

Abstract

Two schemes, using respectively the single three-particle maximal Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) state and the two Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) states as quantum channels, for deterministic teleportation of arbitrary three-particle GHZ state are proposed. These schemes are also generalized into the case of teleportation of arbitrary n -particle GHZ state ($n \geq 4$). The fidelity of teleportation when the quantum channels are affected by noise is discussed. It is found that when using single three-particle GHZ state which is affected by noise as quantum channel, the fidelity of teleportation is only related to the entanglement of the channel. However, when using two EPR states which is affected by noise as quantum channels, the fidelity of teleportation is related to the entanglement of both the channels and the unknown state to be delivered. Compared with previous proposals, our schemes require a reduced number of entangled states as quantum channels to achieve the same task.

Keywords : teleportation, three-particle Greenberger-Horne-Zeilinger state, quantum logical gate, fidelity

PACC : 0365

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10574060) and the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant No. Y2004A09).

[†] Corresponding author. E-mail: fj@lcu.edu.cn