

基于节点相关性的网络不动点理论研究*

刘 慧 张 军

(北京航空航天大学电子信息工程学院,北京 100083)

(2006 年 6 月 27 日收到,2006 年 10 月 31 日收到修改稿)

现代复杂的通信网络内部存在着广泛的幂律现象,网络节点之间存在相关特性.根据这种相关特性,提出了网络不动点理论.将 Banach 不动点理论引入网络模型,证明了网络不动点理论的正确有效性.证明过程是把通信网络看作由路径预测算法产生的似马尔可夫链的路由节点迭代序列形成的网络空间.由节点相关性可知,此空间中的节点序列相对越长就越能折射出搜索的目标所在,预测准确率也会逐步增加,可以更好地进行目标定位、数据挖掘等.通过某种路由准则的算子从源节点最终映射到的目的节点与 Banach 空间的不动点相对应,即为网络空间的不动点.当网络发展到能为用户提供真正的无处不在的连接时,网络不动点理论的物理特性将非常明显.因为网络规模越大,节点间的群体作用越显著,就越能显现网络不动点理论的物理特性.

关键词:计算机网络,长程相关,不动点,幂律

PACC:0540J,0365D

1. 引 言

现代通信网络集通信技术和计算机技术于一身,将各种各样的物理网络联接起来,形成一个庞大而复杂的网络拓扑结构,实现良好的国际信息交流和资源共享.在技术牵引和应用驱动下,网络规模仍在不断扩大^[1-3].

统计表明,计算机网络中存在着广泛的幂律现象,如业务量的自相似性、数据包延时变化的 $1/f$ 特性及处理器利用率的幂律分布等^[4-6].网络业务呈现的自相似现象使得人们开始思索,在复杂的表象下是否隐藏着某些简洁的秩序与结构,进而去寻找并探讨发展和演化中的某些动态规律及不变特征,以对网络的各种复杂现象产生的物理机理进行合理解释.

Willingers 等^[7]认为,当大量重拖尾分布的 ON/OFF 过程进行叠加时,业务量就会呈现自相似的特性.这类解释没有考虑业务源竞争网络资源(带宽和缓存)表现出的局部相互作用及其对网络整体的影响.相变的概念被引入用于解释数据包传输时间和流密度的波动^[8-11].研究表明,网络中存在着自由流和拥塞相两种相态,随着网络负载的增加,网

络整体逐渐由自由流过渡到拥塞状态,在相变临界点处存在幂律特性.文献^[12]通过分析网络节点数据包排队长度在空间上的互相关函数,发现节点排队长度的互相关特性中存在着明显的相变现象,并且在临界点附近其功率谱有一致的幂律特性.在一维端到端的网络元胞自动机模型中,也发现了传输时间和排队长度的相变现象及其功率谱在临界点处的幂律特性.文献^[13]利用节点排队长度累计量的均方涨落函数,研究了网络中节点在时间上的长程相关特性.随着网络负载的增加,网络节点数据包排队长度在时间上由自由流状态的不相关或短程相关逐渐演变为临界和拥塞时的长程相关,关联范围逐渐增大,整体长程相关特性开始显现.在自由流状态时,节点数据包排队长度不相关或短程相关,并且有一致的数值为 0.5 的幂指数这一典型特征;而在临界状态时,节点数据包排队长度长程相关,这时有大于 0.5 的幂指数为特征.

基于以上网络节点相关性研究,同时因 Banach 空间的压缩映射的不动点原理具有广泛的理论意义和应用价值^[14,15],节点相关特性在通信网络经典分析中占有很重要的地位.本文把通信网络看作是路径预测算法产生的节点迭代序列形成的空间,运用数学推理方式将不动点理论在通信网络空间中以

*国家自然科学基金重点项目(批准号:60532030)、国家自然科学基金(批准号:10377005)和国家安全重大基础研究计划(批准号:61361)资助的课题.

推广,通过某种路由准则的算子从源节点映射到目的节点,该目的节点对应 Banach 空间的不动点,即为网络内部的不动点.当网络发展到能为用户提供真正的无处不在的连接时,网络不动点理论的物理特性将非常明显.网络不动点理论的提出将为进一步研究网络的组织性、动态性、规律性奠定良好的理论基础.

2. 相关特性分析

网络节点行为在空间和时间上均存在长程相关幂律特性,本文主要根据节点在时间上的长程相关幂律特性进行分析,空间上的分析可以采用同样的思路.

文献 [13] 考察节点间的长程相关性是用节点数据包的排队长度在时间上的长程相关特性来折射的.定义给定节点排队长度累计量的均方涨落函数为

$$\Delta Q(\tau) \approx Q(t_0 + \tau) - Q(t_0) \quad (t_0 = 1, 2, \dots), \tag{1}$$

式中, τ 可被看作为一个滑动的窗口.

$$Q(k) = \sum_{t=1}^k q(t). \tag{2}$$

(2) 式为节点在时间段 $[1, k]$ 上数据包排队长度的累积量, $k-1$ 为时间间隔,且 k 为正整数, $q(t)$ 表示 t 时刻数据包排队长度.定义 $\Delta Q(\tau)$ 涨落的均方根为

$$F(\tau) \approx [(\overline{\Delta Q(\tau)^2}) - (\overline{\Delta Q(\tau)})^2]^{1/2}, \tag{3}$$

式中 $\overline{\Delta Q(\tau)}$ 表示 $\Delta Q(\tau)$ 对所有可能的 $t_0 = 1, 2, \dots$ 的平均值. $F(\tau)$ 与自相关函数 $\alpha(\tau)$ 在理论上存在合理的关系.

$$\alpha(\tau) = \overline{q(t_0)q(\tau + t_0)} - \overline{q(t_0)}^2, \tag{4}$$

就有

$$F^2(\tau) = \sum_{i=1}^{\tau} \sum_{j=1}^{\tau} \alpha(j-i). \tag{5}$$

下面通过三种情况说明 $F(\tau)$ 表示长程相关特性的合理性.

1) 若数据包排队长度 $q(t)$ 完全不相干,自相关函数为

$$\alpha(\tau) = \begin{cases} 1 & (\tau = 0), \\ 0 & (\tau = 1), \end{cases}$$

从而有

$$F(\tau) \propto \tau^{1/2}.$$

2) 若 $q(t)$ 短程相关,自相关函数为

$$\alpha(\tau) \propto e^{-\tau/R}, \tag{6}$$

仍有

$$F(\tau) \propto \tau^{1/2}$$

成立, $F(\tau)$ 的渐进行为和时间序列 $q(t)$ 完全不相干一致.这里有限正数 R 为其关联作用的特征范围.

3) 若 $q(t)$ 长程相关,则有

$$F(\tau) \propto \tau^H \quad (H \neq 1/2, 0.5 < H < 1). \tag{7}$$

由文献 [13] 的仿真结果可知,在网络中数据包进入节点后,根据局部路由规则转发出去,又变成另一个节点的输入,如此反复,直至该数据包消亡.节点之间相关行为就是通过这样彼此间相互传递数据包产生的.在数据包从端到端的传递过程中,节点间的局部相互作用逐渐扩散到全局.并且随系统负载的增加,其整体的影响逐渐明显,节点间的整体行为与特性也逐渐涌现.因此,对于单个节点的数据包排队长度,它们在时间上由不相关逐渐演变到长程相关,其长程相关特性表明的是节点间的整体涌现行为与特性,也是节点间相互作用的体现与结果.又因 H 随网络规模的增大而下降,网络规模增大后,节点间局部相互作用导致的整体影响会逐渐显现,网络中节点数增多,数据包从源节点需经过更多的节点才能到达目的节点.单个节点的数据包产生和消亡对网络整体行为的影响降低,数据包平均排队长度的整体特性会更依赖于网络中的其他节点,网络所有节点的群体行为与作用更为明显.

3. 网络不动点理论

3.1. 网络空间

基于上述相关性分析,将算法折射到节点间的相关特性来反映网络整体上呈现的一种物理特性.下面推理网络空间的不动点理论.

(7) 式在网络整体上可近似定量化为

$$F(\tau) = \bar{\omega} \tau^H \quad (0.5 < H < 1), \tag{8}$$

式中 $\bar{\omega}$ 为网络节点平均相关系数.

定理 1 对于各种物理网络组合起来的现代通信网络可看成由链路和节点组成,而链路的功能是传输节点发出的信息.因此若把某一时刻节点数据包根据路由策略到达下一节点所走链路视作节点即时的方向,则节点就是矢量.同一个物理节点由于

不同时刻数据包或链路方向不同形成许多节点矢量,同一个节点矢量的数据包进入、转发到消亡又是时间的函数,在此期间节点方向就是该数据包的转发链路.可定义网络矢量空间 E ,网络中的每一个节点矢量是空间 E 的元素.定理 1 即为网络矢量空间定理.

证明 由于网络中的每个节点可看作存储和转发信息数据包的矢量,根据节点时间和空间上的相关特性,由任意个节点矢量反馈传输的信息之和或把节点矢量信息增加或减少实数倍即负载改变,就可以预测得到网络中另外节点的信息.由此可见,网络空间近似满足矢量加法和矢量与标量(实数域元素)的乘法两种运算,故可认为 E 是矢量空间.

定理 2 实际网络由于经常根据先验知识预测路径,节点之间在数据包信息上是相关的,可以假定网络空间(E, d)规模较大,任意两个不同节点间都存在一定的时间和空间上的相关特性,其中 d 可基于(8)式近似定量化为

$$d(p_x, p_y) = |F(p_x, p_y, \tau)| = |\bar{\omega} \tau_{xy}^H - \bar{\omega} \tau_{xy}^{1/2}|, \quad (9)$$

式中 d 为空间 E 中的度量, p 为空间 E 中的任意节点元素且是时间 t 的函数, p 的下标用以区分不同的节点元素, τ 的下标代表相关节点,则(E, d)是度量空间.定理 2 即为网络度量空间定理.

证明 若空间(E, d)满足度量四公理^[14],则说明其是度量空间.

1)显然有下列不等式存在:

$$d(p_x, p_y) = |\bar{\omega} \tau_{xy}^H - \bar{\omega} \tau_{xy}^{1/2}| \geq 0.$$

2)当且仅当 $p_x = p_y$ 时,由自相关函数可知,此时 $H = 1/2$,所以

$$d(p_x, p_y) = 0.$$

3)显然有下列等式存在:

$$d(p_x, p_y) = |\bar{\omega} \tau_{xy}^H - \bar{\omega} \tau_{xy}^{1/2}| = d(p_y, p_x).$$

4)由同一网络规模下 $\tau_{xy} \approx \tau_{xz} \approx \tau_{yz}$,就有

$$d(p_x, p_y) = |\bar{\omega} \tau_{xy}^H - \bar{\omega} \tau_{xy}^{1/2}| \leq |\bar{\omega} \tau_{xz}^H - \bar{\omega} \tau_{xz}^{1/2}| + |\bar{\omega} \tau_{yz}^H - \bar{\omega} \tau_{yz}^{1/2}| = d(p_x, p_z) + d(p_z, p_y)$$

成立.

由此可知,节点空间(E, d)满足度量四公理,可称为一个度量空间.

定理 3 在矢量空间 E 中定义范数,对于实际网络空间 E 中的每个节点因为互相通信都不同程

度地与其他节点存在关联,则根据(6)式在 E 中定义节点的实值相关函数具有普遍意义,即范数为

$$\begin{aligned} \|p\| &= \|F(p, \tau)\| \\ &= \|\omega e^{-\tau/R}\| \quad (p \neq 0), \quad (10) \\ \|p\| &= 0 \quad (p = 0), \end{aligned}$$

式中 ω 为平均自相关系数,有限正数 R 为其关联作用的特征范围. E 中的范数在 E 中诱导的度量可为

$$d(p_x, p_y) = \|F(p_x, p_y, \tau)\| = \|\bar{\omega} \tau_{xy}^H - \bar{\omega} \tau_{xy}^{1/2}\|, \quad (11)$$

则 E 是一个赋范空间,参数说明如上所述.定理 3 即为网络赋范空间定理.

证明 由以上定义可知,范数具有以下三个性质.

1)范数的第一个性质为

$$\begin{aligned} \|p\| &> 0, \\ \|p\| &= 0 \Leftrightarrow p = 0. \end{aligned}$$

对于网络空间,只有节点不携带任何信息时,它与其他节点完全无关,业务量为零,自相关性也为零.

2)范数的第二个性质为

$$\begin{aligned} \|\alpha p\| &= \|\alpha \omega e^{-\tau/R}\| \\ &= |\alpha| \|\omega e^{-\tau/R}\| \\ &= |\alpha| \|p\|, \end{aligned}$$

式中 α 为任意实数.对于网络空间, α 个同样节点的自相关性等同于一个节点的自相关函数的 α 倍.把自相关性函数乘上标量 α 的范数等于节点范数乘上 α 的绝对值.

3)范数的第三个性质为

$$\begin{aligned} \|p_x + p_y\| &= \|\omega e^{-\tau/R_x} + \omega e^{-\tau/R_y}\| \leq \|\omega e^{-\tau/R_x}\| + \|\omega e^{-\tau/R_y}\| \\ &= \|p_x\| + \|p_y\|. \end{aligned}$$

对于网络空间,任意两个节点相联系的数据包信息之和组成一个新节点矢量,其自关联作用的特征范围较小, R 的下标用于区别不同的节点元素,如图 1 所示.所以,自相关性范数不大于原来各自节点全部

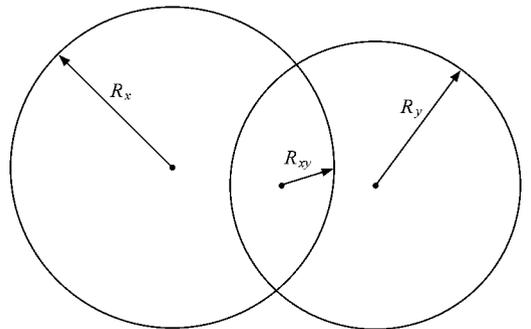


图 1 节点关联作用范围示意图

信息自相关的范数之和。

对于范数诱导的度量 d 满足以下平移不变性^[14]。

1) 范数诱导的度量 d 满足

$$\begin{aligned} d(p_x + a, p_y + a) &= \|F(p_x + a, p_y + a, \tau)\| \\ &= \|\bar{\omega} \tau_{xy}^H - \bar{\omega} \tau_{xy}^{1/2}\| \\ &= d(p_y, p_x). \end{aligned}$$

对于网络空间,节点的信息加上一个实数标量对节点相关性影响不大,可认为它们之间的度量近似不变。也相当于只要网络节点的数据包排队长度累积量无改变,则节点相关性不会有很大改变,在此可以认为上式是成立的。

2) 范数诱导的度量 d 还满足

$$\begin{aligned} d(\alpha p_x, \alpha p_y) &= \|\alpha(\bar{\omega} \tau_{xy}^H - \bar{\omega} \tau_{xy}^{1/2})\| \\ &= |\alpha| \|\bar{\omega} \tau_{xy}^H - \bar{\omega} \tau_{xy}^{1/2}\| \\ &= |\alpha| d(p_y, p_x), \end{aligned}$$

式中 α 为任意实数。同一网络规模下,同样 α 个两节点间的相关度等于一个两节点间的相关度的 α 倍,将相关特性函数乘上 α 的范数等于相关特性函数的范数乘上 $|\alpha|$ 。从而证明了 E 是赋范空间。

定理 4 现实中的通信网络结构不管如何发展,它总是有限维的,而根据有限维的赋范空间都是完备的,完备的赋范空间就是 Banach 空间,可得网络赋范空间 E 是完备的,即为 Banach 空间。定理 4 即为网络 Banach 空间定理。

下面证明有限维的赋范空间是完备的。

证明 证明 E 中的任一柯西序列 (p_m) 都在 E 中收敛,这时 (p_m) 的极限记为 p 。令 $\dim E = n$, $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ 是 E 中的任一列基本通信骨干节点,相当于分群网络的群首。则每个 p_m 的相关信息都能通过如下方式唯一确定:

$$p_m = \alpha_1^{(m)} e_1 + \alpha_2^{(m)} e_2 + \dots + \alpha_n^{(m)} e_n.$$

由于 (p_m) 是柯西序列,故对每个 $\epsilon > 0$,都存在 N ,使得当 $m, r > N$ 时,恒有 $\|p_m - p_r\| < \epsilon$ 。由文献 [14] 知,存在 $c > 0$,使得

$$\begin{aligned} \epsilon > \|p_m - p_r\| &= \left\| \sum_{j=1}^n (\alpha_j^{(m)} - \alpha_j^{(r)}) e_j \right\| \\ &\geq c \sum_{j=1}^n |\alpha_j^{(m)} - \alpha_j^{(r)}|. \end{aligned}$$

对上述不等式两端除以 c 后得到

$$|\alpha_j^{(m)} - \alpha_j^{(r)}| \leq \frac{\epsilon}{c} \sum_{j=1}^n |\alpha_j^{(m)} - \alpha_j^{(r)}| < \epsilon/c.$$

这就证明了以下 n 个序列都是实数中的柯西序列:

$$(\alpha_j^{(m)}) = (\alpha_j^{(1)}, \alpha_j^{(2)}, \dots) \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

因此它们都是收敛的,记 $\alpha_j = \lim_{m \rightarrow \infty} (\alpha_j^{(m)})$ 。用上述 n 个序列的极限 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 定义极限节点矢量

$$p = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \dots + \alpha_n e_n.$$

显然 $p \in E$, 是 n 个节点通过网络直接或间接通信,最终可根据信息映射到目的节点。此外,还有

$$\begin{aligned} \|p_m - p\| &= \left\| \sum_{j=1}^n (\alpha_j^{(m)} - \alpha_j) e_j \right\| \\ &\leq \sum_{j=1}^n |\alpha_j^{(m)} - \alpha_j| \|e_j\|. \end{aligned}$$

在不等号的右端由于 $\alpha_j^{(m)} \rightarrow \alpha_j$, 故有 $\|p_m - p\| \rightarrow 0$, 即 $p_m \rightarrow p$ 。这就证明了 (p_m) 在 E 中收敛,又由于 (p_m) 是任取的柯西序列,故 E 是完备的,因而空间 E 是 Banach 空间。

3.2. 网络不动点

定义 1 $T: E \rightarrow E$, 即 $Tp_x = p_y$, T 将空间 E 的元素之间建立了映射关系, p_x, p_y 均属于 E , 称 T 为网络算子。

这就说明根据网络节点 p_x 所存储或传输的信息及节点间的相关特性可以由某种算法(这里简化为 T 算子)得到想要的 p_y 的信息。这是可以实现的,例如经常提到的路由算法、定位算法、挖掘算法等^[16-20]。

由以上定理和定义可知,若网络空间 E 中每列节点序列都可看作根据先验知识路由预测的结果,则节点间局部相互作用导致的整体影响逐渐显著,数据包从源节点需经过较多的节点才能到达目的节点。单个节点的数据包产生和消亡对网络整体行为的影响降低,数据包平均排队长度的整体特性会更依赖于网络中的其他节点,相当于网络空间关联的复杂度增大,网络节点的群体行为与作用更为明显。所以,若仍考虑两节点的度量,则映射得到的节点矢量的度量相对变小,

$$d(Tp_x, Tp_y) = |\bar{\omega} \tau_{xy}^H - \bar{\omega} \tau_{xy}^{1/2}|. \quad (12)$$

因为 $0.5 < H' < H < 1$, 则存在一个正实数 $\alpha < 1$, 使得对任取的 $p_x, p_y \in E$ 都有

$$\begin{aligned} d(Tp_x, Tp_y) &= |\bar{\omega} \tau_{xy}^H - \bar{\omega} \tau_{xy}^{1/2}| \\ &\leq \alpha |\bar{\omega} \tau_{xy}^H - \bar{\omega} \tau_{xy}^{1/2}| \\ &= \alpha d(p_x, p_y). \end{aligned}$$

所以,网络算子 T 是空间 E 中的压缩映射^[14], α 称为压缩系数。

定理 5 网络空间 $E=(E, d)$ 是一个非空的完备的度量空间, 即为 Banach 空间, 由相关性和路由策略可知, $T: E \rightarrow E$ 是在 E 中压缩的映射, 压缩系数为 α , 则 T 恰好有一个不动点. 这说明通过 T 算子映射, 某节点根据自身的信息只能映射到它本身, 可以表示为

$$Tp = p. \tag{13}$$

定理 5 即为网络空间的不动点定理.

证明 通过路由策略, 得到一系列网络空间 E 中的节点路径序列 $\{p_0, p_1, p_2, \dots, p_n, \dots\}$ 根据路由算子 T 假如序列之间的关系可简化为类似于马尔可夫链的迭代序列: $p_0, p_1 = Tp_0, p_2 = Tp_1, \dots, p_n = Tp_{n-1}, \dots$. 因为 T 是压缩的, $0 < \alpha < 1$, 所以

$$\begin{aligned} d(p_{m+1}, p_m) &= d(Tp_m, Tp_{m-1}) \leq \alpha d(p_m, p_{m-1}) \\ &= \alpha d(Tp_{m-1}, Tp_{m-2}) \leq \alpha^2 d(p_{m-1}, p_{m-2}) \\ &= \alpha^2 d(Tp_{m-2}, Tp_{m-3}) \leq \dots \\ &\leq \alpha^m d(p_1, p_0). \end{aligned}$$

利用三角不等式及几何级数求和公式, 对于 $n > m$, 可得到

$$\begin{aligned} d(p_m, p_n) &\leq d(p_m, p_{m+1}) + d(p_{m+1}, p_{m+2}) \\ &\quad + \dots + d(p_{n-1}, p_n) \\ &\leq (\alpha^m + \alpha^{m+1} + \dots + \alpha^{n-1}) d(p_0, p_1) \\ &= \alpha^m \frac{1 - \alpha^{n-m}}{1 - \alpha} d(p_0, p_1) \\ &\leq \frac{\alpha^m}{1 - \alpha} d(p_0, p_1). \end{aligned}$$

由此可知, 只要 m 充分大 (且 $n > m$) 则 $d(p_m, p_n)$ 便可任意的小. 这就证明了 (p_m) 是一个柯西序列. 由于 E 是完备的, 所以它是收敛的. 设 $p_m \rightarrow p$, 则又由三角不等式及压缩性质可得

$$\begin{aligned} d(p, Tp) &= d(p, p_m) + d(p_m, Tp) \\ &\leq d(p, p_m) + \alpha d(p_{m-1}, p) \rightarrow 0. \end{aligned}$$

由此推出 $d(p, Tp) = 0$, 从而有 $p = Tp$, 所以 p 为映射 T 的不动点, 就是网络路径预测的目标所在.

下面证明目标节点的存在是唯一的. 若有两个不动点 $Tp = p, Tp_s = p_s$, 则

$$d(p, p_s) = d(Tp, Tp_s) \leq \alpha d(p, p_s).$$

由于 $\alpha < 1$, 这意味着 $d(p, p_s) = 0$, 所以 $p = p_s$, 即 T 的不动点是唯一的. 从而证明了定理 4.

引理 1 $T: E \rightarrow E$ 是网络空间 E 的一个映射, 并假定对某一个正整数 m, T^m 是 E 中一个压缩的

映射, 即 T^m 可认为是路由算子的反复作用, 则 T 有唯一的不动点.

证明 由已知条件可知 $B = T^m$ 是 E 中的一个压缩, 又据定理 5 可得 B 有唯一的不动点 p_B , 即

$$Bp_B = p_B, B^n p_B = p_B,$$

对每个 $p \in E, B^n p = p_B, n \rightarrow \infty$. 特别取 $p = Tp_B$, 由于

$$B^n = T^{mn},$$

因而有

$$p_B = \lim_{n \rightarrow \infty} B^n Tp_B = \lim_{n \rightarrow \infty} TB^n p_B = \lim_{n \rightarrow \infty} Tp_B = Tp_B.$$

所以 p_B 也是 T 的不动点. 由于 T 的每个不动点也是 B 的不动点, 所以 T 不能有一个以上的不动点.

以上完成了对网络不动点理论的证明. 由证明过程可知, 网络规模越大就越能体现目标不动点的存在性.

4. 结 论

由网络不动点理论的证明过程可知, 当规模达到一定程度以后, 网络是趋于稳定的. 节点间的运动规律更加清晰、定位信息更加充分, 就越能显现目标不动点的存在性. 网络不动点的理论应用将为网络路由、跟踪、定位、数据挖掘等算法奠定一定的理论基础. 高速发展的通信网络, 其结构呈现分布式、多层次、动静混合等多种形式. 在路径预测算法方面, 无论是传统固定拓扑网络的 Dijkstra 算法, 还是现在流行的 Ad Hoc 网络中的 Anycasting 路由算法、无线 Mesh 网络中线性组合优化路由以及多径路由等算法, 从最终的路由节点序列可知, 这些算法都遵循了网络不动点理论的证明过程, 路由到最终的目标节点, 由目标节点信息再映射就仍为该目标节点. 另外, 挖掘 Web 信息使用的基于马尔可夫模型的浏览路径预测模型, 最终折射出用户的兴趣所在, 同样也是网络不动点理论的体现.

从网络不动点理论出发还可以更好地理解网络的复杂动态行为、更准确地选择路由、更好地挖掘数据, 进而对节点实施更精确的定位. 进一步的深入研究, 将有利于对网络拥塞的理解和相应对策的研究, 有助于复杂网络管理与控制等关键技术的发展, 还可拓展运用于复杂的城市交通流拥塞分析和大规模信息网络中异常基点的搜索与跟踪等研究领域.

- [1] Albert R , Barabási A 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 47
- [2] Park K 2000 *Self-Similar Network Traffic and Performance Evaluation* (New York : Wiley-Interscience)
- [3] Yuan J , Ren Y , Shan X M 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 398 (in Chinese) [袁 坚、任 勇、山秀明 2000 物理学报 **49** 398]
- [4] Carlson J M , Doyle J 1999 *Phys. Rev. E* **60** 1412
- [5] Willingers W , Paxson V 1998 *Not. Am. Math. Soc.* **45** 961
- [6] Harchol-Balter M , Crovella M , Murta C 1999 *J. Paral. Distr. Compt.* **59** 204
- [7] Willingers W , Taqqu M S , Shennans R *et al* 1997 *IEEE ACM Trans. Net.* **5** 71
- [8] Tretyakov A Y , Takayasu H , Takayasu M 1998 *Physica A* **253** 315
- [9] Fuks H , Lawniczak A T 1999 *Math. Compt. Sim.* **51** 101
- [10] Takayasu M , Takayasu H , Fukuda K 2000 *Physica A* **277** 248
- [11] Liu F , Ren Y , Shan X M 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1175 (in Chinese) [刘 锋、任 勇、山秀明 2002 物理学报 **51** 1175]
- [12] Yuan J , Ren Y , Liu F *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1221 (in Chinese) [袁 坚、任 勇、刘 锋等 2001 物理学报 **50** 1221]
- [13] Liu F , Shan X M , Ren Y *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 373 (in Chinese) [刘 锋、山秀明、任 勇等 2004 物理学报 **53** 373]
- [14] Kreyszig E 1978 *Introductory Functional Analysis with Applications* (New York : Wiley)
- [15] Guo Y Q 2000 *J. Qinghai Univ. (Natural Science)* **18** 58 (in Chinese) [郭羽琦 2000 青海大学学报 (自然科学版) **18** 58]
- [16] Al-Akaidi M , Alchaita M 2005 *IEEE International Conference on Communications (Vol.5)* (Istanbul : IEEE Communications Society) p133
- [17] Yang Y Y 1996 *IEEE IPPS (Vol.10)* (Honolulu : ICS) p796
- [18] Jin M S , Liu H X , Wang Z 2005 *J. Heilongjiang Inst. Sci. Techn.* **15** 167 (in Chinese) [金民锁、刘红祥、王 佐 2005 黑龙江科技学院学报 **15** 167]
- [19] Zhang T , Liu C K , Zhang J 2006 *Chin. J. Compt.* **29** 371 (in Chinese) [张 涛、柳重堪、张 军 2006 计算机学报 **29** 371]
- [20] Liu Y Q , Yan W 2005 *Chin. J. Compt.* **28** 1608 (in Chinese) [刘永强、严 伟 2005 计算机学报 **28** 1608]

Research on network fixed point theory based on the correlation of nodes^{*}

Liu Hui Zhang Jun

(School of Electronic and Information Engineering , Beijing University of Aeronautics and Astronautics , Beijing 100083 , China)

(Received 27 June 2006 ; revised manuscript received 31 October 2006)

Abstract

Power laws are ubiquitous in the complex communication networks of today. Network nodes are correlated. According to the correlation, network fixed point theory is proposed and analyzed. Banach fixed point theory was used to explain the operation of networks. In this way, the validity of network fixed point theory is proved. The iterative node sequences of Markov-like chains are generated by algorithms of routing. Communication network can be considered as a space formed by the node sequences. Based on the correlation of nodes, the more nodes in the sequence, the more accurately reflected the searching object node. The property makes location finding and data mining more accurate in communication. The object node mapped from the source node by some routing rule corresponds to Banach fixed point. The fixed point in network space is the object node. The physical character of network fixed point theory will be highly evident, when the network can provide ubiquitous connection for users. The reason is that when the network scale becomes greater, the colony action of nodes is more obvious, and network fixed point theory can show its physical character better. It has great significant theoretical and practical meaning for the organic and dynamic characters and congestion analysis of complex traffic communication network.

Keywords : computer network , long range dependence , fixed point , power-law

PACC : 0540J , 0365D

* Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60532030), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10377005) and the Major Program for Basic Research of National Security , China (Grant No. 61361).