第 56 卷 第 4 期 2007 年 4 月
1000-3290/2007/56(04)/1958-08

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.56, No.4, April, 2007

不确定广义组合大系统的分散输出反馈鲁棒镇定及脉冲分析*

马跃超[1)2)†] 张庆灵[1)]

1)(东北大学系统科学研究所,沈阳 110004)

2)(燕山大学理学院,秦皇岛 066004)

(2005 年 7 月 5 日收到;2006 年 9 月 27 日收到修改稿)

考虑了一类不确定广义组合大系统,利用 Lyapunov 稳定性理论和矩阵范数性质研究了该类系统的分散镇定问题.给出了一种分散输出反馈鲁棒镇定控制器的设计,得到了系统可输出反馈鲁棒镇定的不确定量的范数界.同时分析了广义组合大系统及各个孤立子系统的脉冲控制问题,给出了其闭环系统无脉冲的不确定量的范数界.最后获得了广义组合大系统及各个孤立子系统的闭环系统同时渐近稳定和无脉冲的范数界.

关键词:广义系统,鲁棒镇定,分散控制,脉冲能观

PACC:0545

1. 引 言

系统控制理论目前有了很大的进展[1—3].由于工程实现的可靠性、实用性和经济性,分散控制在大系统理论中越来越受到人们的关注[4—6].广义系统在电力系统、力学、电子网络、宇航系统、机器人系统等方面有广泛的应用,因此对广义系统的研究具有重要的实际意义.镇定是控制理论研究的基本问题之一,近年来许多作者研究了广义系统的鲁棒镇定问题,取得了一些结果[7—13],文献[14]研究了广义大系统的分散控制和鲁棒控制,但与正常系统相比,无论从结果的数量,还是质量上都有一定差距.特别是关于不确定广义组合大系统的分散输出反馈鲁棒镇定问题,结果尚不多见.原因在于不确定广义组合大系统的复杂性和脉冲行为,也在于输出反馈只能利用系统的部分信息.所以研究广义组合大系统的分散输出反馈控制问题有一定的理论意义和实际意义.本文考虑了一类不确定广义组合大系统,利用 Lyapunov 稳定性理论和矩阵理论研究了该类系统的分散输出反馈镇定问题,并给出了鲁棒镇定的不确定量的范数界.本文还考虑了如果广义组合大系统的每个子系统的标称系统都可检测和脉冲能观的前提下,广义组合大系统本身及其各个孤立子系统的脉冲问题,并给出了广义组合大系统及其各个孤立子系统的闭环系统同时渐近稳定和无脉冲的不确定量的范数界.

2. 问题描述和假设

引入如下记号:$\|\cdot\|$ 表示谱范数,$\lambda_{\max}(A)$ 和 $\lambda_{\min}(A)$ 分别表示对称矩阵 A 的最大和最小特征值.

考虑如下 N 个正则子系统组成的广义组合大系统:

$$\begin{aligned} E\dot{x}_i &= Ax_i + \Delta A_i x_i + Bu_i \\ &\quad + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (A_{ij}x_j + \Delta A_{ij}x_j), \\ y_i &= Cx_i \qquad (1 \leqslant i \leqslant N), \end{aligned} \tag{1}$$

其中 $x_i \in R^n$, $u_i \in R^m$, $y_i \in R^q$ 分别是状态、输入和输出 $E, A, \Delta A_i, \Delta A_{ij}, A_{ij} \in R^{n\times n}$, $B \in R^{n\times m}$, $C \in R^{q\times n}$, $\operatorname{rank} E < n$, $\det(sE - A) \neq 0$ $(i, j = 1, 2, \cdots, N, i \neq j)$;$\sum_{j=1, j\neq i}^{N} A_{ij}x_j$ 表示第 i 个子系统互联项,$\sum_{j=1, j\neq i}^{N} \Delta A_{ij}x_j$ 和 ΔA_i 分别表示第 i 个子系统的不确定

---

* 国家自然科学基金(批准号:60574011)资助的课题.

† E-mail:myc6363@126.com

非匹配互联项和不确定非匹配项.显然系统(1)具有相似结构[15].

称系统

$$Ex_i^{\cdot} = Ax_i + Bu_i,\quad y_i = Cx_i \tag{2}$$

为系统(1)的第 i 个子系统的标称系统,简记为 (E, A, B, C).

称系统

$$Ex_i^{\cdot} = Ax_i + \Delta A_i x_i + Bu_i,\quad y_i = Cx_i \tag{3}$$

为系统(1)的第 i 个孤立子系统,简记为 $(E, A + \Delta A_i, B, C)$.

假设 1 (E, A, B, C) 可检测且脉冲能观.

根据假设 1,存在矩阵 $K \in R^{m \times q}$ 和非奇异矩阵 $T, S \in R^{n \times n}$,使得

$$TES = \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\quad T(A + BKC)S = \begin{pmatrix} A_{(1)} & 0 \\ 0 & I_{n-r} \end{pmatrix}. \tag{4}$$

其中 $r = \mathrm{rank} E$, $A_{(1)}$ 是 Hurwitz 稳定矩阵,于是对任意正定矩阵 $Q \in R^{r \times r}$,Lyapunov 方程

$$A_{(1)}^{\mathrm{T}} P + PA_{(1)} = -Q \tag{5}$$

有唯一正定解 P.记

$$T = \begin{pmatrix} T_{(1)} \\ T_{(2)} \end{pmatrix},\quad T^{-1} = (T_{[1]} \quad T_{[2]}),\quad S = (S_{(1)} \quad S_{(2)}),\quad S^{-1} = \begin{pmatrix} S_{[1]} \\ S_{[2]} \end{pmatrix}, \tag{6}$$

其中 $T_{(1)}, S_{[1]} \in R^{r \times n}$; $T_{(2)}, S_{[2]} \in R^{(n-r) \times n}$; $T_{[1]}, S_{(1)} \in R^{n \times r}$; $T_{[2]}, S_{(2)} \in R^{n \times (n-r)}$.

假设 2

$$\| \Delta A_i \| \leqslant \alpha \quad (1 \leqslant i \leqslant N),$$
$$\| \Delta A_{ij} x_j \| \leqslant \beta \| Ex_j \| \quad (1 \leqslant i, j \leqslant N, i \neq j),$$
$$\| A_{ij} x_j \| \leqslant a \| Ex_j \| \quad (1 \leqslant i, j \leqslant N, i \neq j),$$

其中 α, β 是不确定参数, a 是已知的正数.

假设 3

$$\alpha < \frac{1}{\| T_{(2)} \| \| S_{(2)} \|},\quad al < 1,$$

其中

$$l = \lambda_{\max}(P) \frac{(N-1) \| T_{[1]} \| (\| T_{(1)} \| + \| T_{(2)} \| - \gamma_1 \| T_{(1)} \| \| T_{(2)} \| \| S_{(2)} \|)}{1 - \gamma_1 \| T_{(2)} \| \| S_{(2)} \|},$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{2\lambda_{\max}(P) \| T_{(1)} \| \| S_{(1)} \| + \| T_{(2)} \| \| S_{(2)} \|}.$$

我们的问题是:在什么条件下系统(1)和系统(3)可输出反馈鲁棒镇定;在什么条件下系统(1)和系统(3)的闭环系统无脉冲.

3. 主要结论

定理 1 若系统(1)满足假设 1、假设 2 和假设 3,且不确定参数 $\alpha < \gamma_1$, $\beta < \gamma_2$,其中

$$\gamma_2 = \frac{1 - al}{l},$$

则反馈

$$u_i = Ky_i \quad (1 \leqslant i \leqslant N)$$

是系统(1)的分散输出反馈鲁棒控制;

$$u_i = Ky_i$$

是系统(3)的输出反馈鲁棒控制.

证明 系统(1)与 $u_i = Ky_i (1 \leqslant i \leqslant N)$,构成的闭环系统为

$$Ex_i^{\cdot} = (A + BKC)x_i + \Delta A_i x_i + \sum_{j=1, j \neq i}^{N} (A_{ij} x_j + \Delta A_{ij} x_j) \quad (1 \leqslant i \leqslant N). \tag{7}$$

根据假设 1,做非奇异变换

$$\begin{pmatrix} z_{(1)} \\ z_{(2)} \end{pmatrix} = S^{-1} x_i \quad (1 \leqslant i \leqslant N),$$

并在(7)式两端左乘 T 可得

$$\begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{z}_{i(1)} \\ \dot{z}_{i(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{(1)} & 0 \\ 0 & I_{n-r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{i(1)} \\ z_{i(2)} \end{pmatrix} + T\Delta A_i S \begin{pmatrix} z_{i(1)} \\ z_{i(2)} \end{pmatrix} + T \sum_{j=1, j \neq i}^{N} (\Delta A_{ij} + A_{ij}) x_j \quad (1 \leqslant i \leqslant N), \tag{8}$$

(8)式等价于

$$\dot{z}_{i(1)} = A_{(1)} z_{i(1)} + T_{(1)} \Delta A_i S_{(1)} z_{i(1)} + T_{(1)} \Delta A_i S_{(2)} z_{i(2)}$$

$$+T_{(1)}\sum_{j=1,j\neq i}^{N}(\Delta A_{ij}+A_{ij})x_j, \tag{9}$$

$$0=T_{(2)}\Delta A_iS_{(1)}z_{i(1)}+(I_{n-r}+T_{(2)}\Delta A_iS_{(2)})z_{i(2)}$$
$$+T_{(2)}\sum_{j=1,j\neq i}^{N}(\Delta A_{ij}+A_{ij})x_j. \tag{10}$$

由(10)式知,当 $\alpha<[\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\|]^{-1}$时,系统(7)的每个孤立子系统无脉冲.当 $\alpha<\gamma_1$ 时,系统(7)的每个孤立子系统当然无脉冲,且$(I+T_{(2)}\Delta A_iS_{(2)})$可逆.

由(10)式得

$$z_{i(2)}=-(I_{n-r}+T_{(2)}\Delta A_iS_{(2)})^{-1}T_{(2)}\Delta A_iS_{(1)}z_{i(1)}$$
$$-(I_{n-r}+T_{(2)}\Delta A_iS_{(2)})^{-1}T_{(2)}$$
$$\times\sum_{j=1,j\neq i}^{N}(\Delta A_{ij}+A_{ij})x_j. \tag{11}$$

取 $Q=2I$,解 Lyapunov 方程(5)得正定阵 P.

对系统(9)构造正定函数

$$V(z_{1(1)},z_{2(1)},\cdots,z_{N(1)})=\sum_{i=1}^{N}z_{i(1)}^{\mathrm T}Pz_{i(1)},$$

求导后,结合(11)式得

$$\dot V=\sum_{i=1}^{N}z_{i(1)}^{\mathrm T}(A_{(1)}^{\mathrm T}P+PA_{(1)})z_{i(1)}$$
$$+\sum_{i=1}^{N}2z_{i(1)}^{\mathrm T}P[T_{(1)}\Delta A_iS_{(1)}$$
$$-T_{(1)}\Delta A_iS_{(2)}(I_{n-r}+T_{(2)}\Delta A_iS_{(2)})^{-1}T_{(2)}\Delta A_iS_{(1)}]z_{i(1)}$$
$$+\sum_{i=1}^{N}2z_{i(1)}^{\mathrm T}P[T_{(1)}-(I_{n-r}+T_{(2)}\Delta A_iS_{(2)})^{-1}T_{(2)}]$$
$$\times\sum_{j=1,j\neq i}^{N}(\Delta A_{ij}+A_{ij})x_j,$$

$$Ex_i=T^{-1}TESS^{-1}x_i$$
$$=(T_{[1]}\quad T_{[2]})\begin{pmatrix}I_r&0\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}z_{i(1)}\\z_{i(2)}\end{pmatrix}$$
$$=T_{[1]}z_{i(1)}\qquad(i=1,2,\cdots,N).$$

由假设 2,再经计算得

$$\|T_{(1)}\Delta A_iS_{(1)}-T_{(1)}\Delta A_iS_{(2)}(I_{n-r}$$
$$+T_{(2)}\Delta A_iS_{(2)})^{-1}T_{(2)}\Delta A_iS_{(1)}\|$$
$$\leqslant\frac{\alpha\|T_{(1)}\|\|S_{(1)}\|}{1-\alpha\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\|}, \tag{12}$$

$$\|T_{(1)}-(I_{n-r}+T_{(2)}\Delta A_iS_{(2)})^{-1}T_{(2)}\|$$
$$\leqslant\frac{\|T_{(1)}\|+\|T_{(2)}\|-\alpha\|T_{(2)}\|\|T_{(1)}\|\|S_{(2)}\|}{1-\alpha\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\|}$$
$$=l_1. \tag{13}$$

所以

$$\dot V\leqslant-\sum_{i=1}^{N}2\|z_{i(1)}\|^2+\sum_{i=1}^{N}2\lambda_{\max}(P)$$
$$\times\frac{\alpha\|T_{(1)}\|\|S_{(1)}\|}{1-\alpha\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\|}\|z_{i(1)}\|^2$$
$$+\sum_{i=1}^{N}2\lambda_{\max}(P)l_1\|T_{[1]}\|(\beta+\alpha)$$
$$\times\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\|z_{i(1)}\|\|z_{j(1)}\|$$
$$\leqslant-\sum_{i=1}^{N}2\|z_{i(1)}\|^2+\sum_{i=1}^{N}2\lambda_{\max}(P)$$
$$\times\frac{\alpha\|T_{(1)}\|\|S_{(1)}\|}{1-\alpha\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\|}\|z_{i(1)}\|^2$$
$$+\sum_{i=1}^{N}\lambda_{\max}(P)l_1\|T_{[1]}\|(\beta+\alpha)$$
$$\times\sum_{j=1,j\neq i}^{N}(\|z_{i(1)}\|^2+\|z_{j(1)}\|^2)$$
$$\leqslant-\sum_{i=1}^{N}\left[2-\lambda_{\max}(P)\left(2\frac{\alpha\|T_{(1)}\|\|S_{(1)}\|}{1-\alpha\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\|}\right.\right.$$
$$\left.\left.+(N-1)\|T_{[1]}\|l_1(\beta+\alpha)\right)\right]\|z_{i(1)}\|^2.$$

要使 $\dot V$负定,有

$$2-\lambda_{\max}(P)\left(2\frac{\alpha\|T_{(1)}\|\|S_{(1)}\|}{1-\alpha\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\|}\right.$$
$$\left.+(N-1)\|T_{[1]}\|l_1(\beta+\alpha)\right)>0.$$

我们可选取参数 $\delta_1>0$,$\delta_2>0$,使 $\delta_1+\delta_2=2$.为了方便,取 $\delta_1=\delta_2=1$.

令

$$2\lambda_{\max}(P)\frac{\alpha\|T_{(1)}\|\|S_{(1)}\|}{1-\alpha\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\|}<1,$$
$$l(\beta+\alpha)<1\qquad(al<1).$$

取

$$\gamma_1=\frac{1}{2\lambda_{\max}(P)\|T_{(1)}\|\|S_{(1)}\|+\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\|},$$
$$\gamma_2=\frac{1-al}{l}.$$

当 $\alpha<\gamma_1$ 时,就有

$$(N-1)\|T_{[1]}\|l_1(\beta+a)<l(\beta+a).$$

当 $\alpha<\gamma_1$,$\beta<\gamma_2$ 时,$\dot V$负定.因此

$$\lim_{t\to+\infty}(z_{1(1)}\quad z_{2(1)}\quad\cdots\quad z_{N(1)})^{\mathrm T}=0.$$

由(11)式和假设 2 不难得到

$$\lim_{t\to+\infty}(z_{1(2)}\quad z_{2(2)}\quad\cdots\quad z_{N(2)})^{\mathrm T}=0.$$

所以系统(1)的闭环系统渐近稳定.

系统(3)和 $u_i = Ky_i$ 构成的闭环系统为

$$E\dot{x}_i = (A + BKC)x_i + \Delta A_i x_i. \tag{14}$$

采用上述的方法可以证明：当 $\alpha < \gamma_1$，系统(3)的闭环系统渐近稳定.证毕.

推论 1　当 $\alpha < (\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\|)^{-1}$ 时，系统(1)的每个孤立子系统的闭环系统无脉冲.

下面我们讨论在 (E, A, B, C) 可检测且脉冲能观的前提下，系统(1)的脉冲控制问题.

系统(1)可写成下列形式：

$$\begin{bmatrix} E & & & \\ & E & & \\ & & \ddots & \\ & & & E \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & & & \\ & A & & \\ & & \ddots & \\ & & & A \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & & & \\ & B & & \\ & & \ddots & \\ & & & B \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} \Delta A_1 & A_{12} + \Delta A_{12} & \cdots & A_{1N} + \Delta A_{1N} \\ A_{21} + \Delta A_{21} & \Delta A_2 & \cdots & A_{2N} + \Delta A_{2N} \\ & & \ddots & \\ A_{N1} + \Delta A_{N1} & A_{N2} + \Delta A_{N2} & \cdots & \Delta A_N \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix},$$
$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & & & \\ & C & & \\ & & \ddots & \\ & & & C \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}. \tag{15}$$

令

$$\gamma_1^* = \frac{1}{2N\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\|},$$

$$\gamma_2^* = \frac{1 - 2aN(N-1)\|E\|\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\|}{2N(N-1)\|E\|\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\|},$$

就有定理 2.

定理 2　若系统(1)满足假设 1、假设 2 和假设 3，且

$$\alpha < \gamma_1^*,$$

$$\beta < \gamma_2^*,$$

$$2N(N-1)a\|E\|\|T_{(2)}\|\|S_{(2)}\| < 1,$$

则系统(1)在反馈 $u_i = Ky_i (i = 1, 2, \cdots, N)$ 作用下的闭环系统无脉冲.

证明　由定理 1 的证明可知

$$\begin{bmatrix} T & & & \\ & T & & \\ & & \ddots & \\ & & & T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E & & & \\ & E & & \\ & & \ddots & \\ & & & E \end{bmatrix}\begin{bmatrix} S & & & \\ & S & & \\ & & \ddots & \\ & & & S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_r & & & & & \\ & 0 & & & & \\ & & I_r & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & I_r & \\ & & & & & & 0 \end{bmatrix}, \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} T & & & \\ & T & & \\ & & \ddots & \\ & & & T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A + BKC & & & \\ & A + BKC & & \\ & & \ddots & \\ & & & A + BKC \end{bmatrix}\begin{bmatrix} S & & & \\ & S & & \\ & & \ddots & \\ & & & S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{(1)} & & & & & & \\ & I_{n-r} & & & & & \\ & & A_{(1)} & & & & \\ & & & I_{n-1} & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & A_{(1)} & \\ & & & & & & I_{n-r} \end{bmatrix}, \tag{17}$$

$$
\begin{bmatrix} T & & & \\ & T & & \\ & & \ddots & \\ & & & T \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \Delta A_1 & A_{12}+\Delta A_{12} & \cdots & A_{1N}+\Delta A_{1N} \\ A_{21}+\Delta A_{21} & \Delta A_2 & \cdots & A_{2N}+\Delta A_{2N} \\ & & \ddots & \\ A_{N1}+\Delta A_{N1} & A_{N2}+\Delta A_{N2} & \cdots & \Delta A_N \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} S & & & \\ & S & & \\ & & \ddots & \\ & & & S \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix}
T_{(1)}\Delta A_1 S_{(1)} & T_{(1)}\Delta A_1 S_{(2)} & T_{(1)}L_{12}S_{(1)} & T_{(1)}L_{12}S_{(2)} & \cdots & T_{(1)}L_{1N}S_{(1)} & T_{(1)}L_{1N}S_{(2)} \\
T_{(2)}\Delta A_1 S_{(1)} & T_{(2)}\Delta A_1 S_{(2)} & T_{(2)}L_{12}S_{(1)} & T_{(2)}L_{12}S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}L_{1N}S_{(1)} & T_{(2)}L_{1N}S_{(2)} \\
T_{(1)}L_{21}S_{(1)} & T_{(1)}L_{21}S_{(2)} & T_{(1)}\Delta A_2 S_{(1)} & T_{(1)}\Delta A_2 S_{(2)} & \cdots & T_{(1)}L_{2N}S_{(1)} & T_{(1)}L_{2N}S_{(2)} \\
T_{(2)}L_{21}S_{(1)} & T_{(2)}L_{21}S_{(2)} & T_{(2)}\Delta A_2 S_{(1)} & T_{(2)}\Delta A_2 S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}L_{2N}S_{(1)} & T_{(2)}L_{2N}S_{(2)} \\
 & & & & \ddots & & \\
T_{(1)}L_{N1}S_{(1)} & T_{(1)}L_{N1}S_{(2)} & T_{(1)}L_{N2}S_{(1)} & T_{(1)}L_{N2}S_{(2)} & \cdots & T_{(1)}\Delta A_N S_{(1)} & T_{(1)}\Delta A_N S_{(2)} \\
T_{(2)}L_{N1}S_{(1)} & T_{(2)}L_{N1}S_{(2)} & T_{(2)}L_{N2}S_{(1)} & T_{(2)}L_{N2}S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\Delta A_N S_{(1)} & T_{(2)}\Delta A_N S_{(2)}
\end{bmatrix}, \tag{18}
$$

其中 $L_{ij}=\Delta A_{ij}+A_{ij}(i,j=1,2,\cdots,N,i\neq j)$.

不难看出(16),(17),(18)式经过相同的一系列交换两行和两列的初等变换,依次变为

$$
D_1 = \begin{bmatrix} I_r & & & & & & & \\ & I_r & & & & & & \\ & & \ddots & & & & & \\ & & & I_r & & & & \\ & & & & 0 & & & \\ & & & & & 0 & & \\ & & & & & & \ddots & \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix}, \tag{19}
$$

$$
D_2 = \begin{bmatrix} A_{(1)} & & & & & & & \\ & A_{(1)} & & & & & & \\ & & \ddots & & & & & \\ & & & A_{(1)} & & & & \\ & & & & I_{n-r} & & & \\ & & & & & I_{n-r} & & \\ & & & & & & \ddots & \\ & & & & & & & I_{n-4} \end{bmatrix}, \tag{20}
$$

$$
D_3 = \begin{bmatrix}
* & \cdots & * & * & * & \cdots & * \\
 & \ddots & & & & & \\
* & \cdots & * & * & * & \cdots & * \\
* & \cdots & * & T_{(2)}\Delta A_1 S_{(2)} & T_{(2)}\square S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\square S_{(2)} \\
* & \cdots & * & T_{(2)}\square S_{(2)} & T_{(2)}\square A_2 S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\square S_{(2)} \\
 & & & & & \ddots & \\
* & \cdots & * & T_{(2)}\square S_{(2)} & T_{(2)}\square S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\Delta A_N S_{(2)}
\end{bmatrix}, \tag{21}
$$

其中 $*$ 表示矩阵(21)式的不相关部分,□表示某个 $A_{ij}+\Delta A_{ij}$.系统(1)的闭环系统无脉冲的充要条件是

$$
D_4 = \begin{bmatrix} I_{n-r} & & & \\ & I_{n-r} & & \\ & & \ddots & \\ & & & I_{n-r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{(2)}\Delta A_1 S_{(2)} & T_{(2)}\square S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\square S_{(2)} \\ T_{(2)}\square S_{(2)} & T_{(2)}\Delta A_2 S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\square S_{(2)} \\ & & \ddots & \\ T_{(2)}\square S_{(2)} & T_{(2)}\square S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\Delta A_N S_{(2)} \end{bmatrix} \tag{22}
$$

可逆.当

$$\left\|\begin{matrix} T_{(2)}\Delta A_1 S_{(2)} & T_{(2)}\square S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\square S_{(2)} \\ T_{(2)}\square S_{(2)} & T_{(2)}\Delta A_2 S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\square S_{(2)} \\ & & \ddots & \\ T_{(2)}\square S_{(2)} & T_{(2)}\square S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\Delta A_N S_{(2)} \end{matrix}\right\| \leqslant \alpha N \| T_{(2)} \| \| S_{(2)} \|$$

$$+ N(N-1)(\beta + a) \| E \| \| T_{(2)} \| \| S_{(2)} \| < 1,$$

系统(1)的闭环系统无脉冲.

选取参数 $\delta_3 > 0, \delta_4 > 0, \delta_3 + \delta_4 = 1$，为了方便，取 $\delta_3 = \delta_4 = 1/2$，当 $2N(N-1)a \| E \| < 1$ 时，令

$$N\alpha \| T_{(2)} \| \| S_{(2)} \| < \frac{1}{2},$$

$$N(N-1)(\beta + a) \| E \| \| T_{(2)} \| \| S_{(2)} \| < \frac{1}{2}.$$

取

$$\gamma_1^* = \frac{1}{2N \| T_{(2)} \| \| S_{(2)} \|},$$

$$\gamma_2^* = \frac{1 - 2aN(N-1) \| E \| \| T_{(2)} \| \| S_{(2)} \|}{2N(N-1) \| E \| \| T_{(2)} \| \| S_{(2)} \|},$$

则当 $\alpha < \gamma_1^*$，$\beta < \gamma_2^*$ 时就有

$$\left\|\begin{matrix} T_{(2)}\Delta A_1 S_{(2)} & T_{(2)}\square S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\square S_{(2)} \\ T_{(2)}\square S_{(2)} & T_{(2)}\Delta A_2 S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\square S_{(2)} \\ & & \ddots & \\ T_{(2)}\square S_{(2)} & T_{(2)}\square S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\Delta A_N S_{(2)} \end{matrix}\right\| < 1,$$

即

$$\begin{bmatrix} I_{n-r} & & & \\ & I_{n-r} & & \\ & & \ddots & \\ & & & I_{n-r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{(2)}\Delta A_1 S_{(2)} & T_{(2)}\square S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\square S_{(2)} \\ T_{(2)}\square S_{(2)} & T_{(2)}\Delta A_2 S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\square S_{(2)} \\ & & \ddots & \\ T_{(2)}\square S_{(2)} & T_{(2)}\square S_{(2)} & \cdots & T_{(2)}\Delta A_N S_{(2)} \end{bmatrix}$$

可逆. 所以，系统(1)的闭环系统无脉冲. 证毕.

由定理 1 和定理 2 可得定理 3.

定理 3 若系统(1)满足假设 1、假设 2 和假设 3，且

$$\alpha < \min(\gamma_1, \gamma_1^*),$$
$$\beta < \min(\gamma_2, \gamma_2^*)$$

则在输出反馈

$$u_i = Ky_i \qquad (i = 1,2,\cdots,N)$$

作用下，系统(1)和系统(3)的闭环系统均渐近稳定且无脉冲.

值得注意的是，我们适当地选择反馈律 K、正定阵 Q 及调整参数 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ 就可以得到满意的不确定参数的范数界.

4. 数值仿真

给出下列由两个子系统组成的不确定广义组合大系统：

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \dot{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u_1 + \Delta A_1 x_1 + \Delta A_{12} x_2 + \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x_2, \tag{23}$$

$$y_1 = (-2 \quad 1),$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \dot{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} x_2 + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u_2 + \Delta A_2 x_2 + \Delta A_{21} x_1 + \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x_1, \tag{24}$$

$$y_2 = (-2 \quad 1),$$

其中

$$\| \Delta A_i \| \leqslant \alpha,$$
$$\| \Delta A_{ij} x_j \| \leqslant \beta \| E x_j \|,$$
$$x_i = (x_{i1} \quad x_{i2})^{\mathrm{T}} \quad (i,j = 1,2, i \neq j).$$

脉冲控制的不确定量范数界的确定步骤如下：

1)存在 s 使

$$\operatorname{rank}\begin{pmatrix} sE - A \\ C \end{pmatrix} = 2,$$

$$\operatorname{rank}\begin{pmatrix} E & A \\ 0 & E \\ 0 & C \end{pmatrix} = 3 = 2 + \operatorname{rank} E.$$

所以系统的两个子系统的标称系统是正则、可检测和脉冲能观的.

2)取

$$K = 1,$$

$$A + BLC = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$A_{(1)} = -1,$$
$$T = S = T^{-1} = S^{-1} = I_2,$$

就有

$$T_{(1)} = (1 \quad 0),$$
$$T_{(2)} = (0 \quad 1),$$
$$T_{[1]} = S_{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$
$$T_{[2]} = S_{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

取 $Q = 2$,解 Lyapunov 方程(5),$P = 1$.

3)经计算得

$$\| A_{ij}x_j \| \leqslant \frac{1}{5} \| Ex_j \| \qquad (i, j = 1, 2).$$
$$\alpha = \frac{1}{5},$$
$$\gamma_1 = \frac{1}{3},$$
$$\gamma_2 = \frac{1}{5},$$
$$\gamma_1^* = \frac{1}{4},$$
$$\gamma_2^* = \frac{1}{20}.$$

当

$$\alpha < \gamma_1,$$
$$\beta < \gamma_2$$

时,则在输出反馈

$$u_1 = y_1,$$
$$u_2 = y_2$$

的作用下,系统(23)和系统(24)组成的组合系统及其孤立子系统的闭环系统均渐近稳定.

当

$$\alpha < \gamma_1^*,$$
$$\beta < \gamma_2^*$$

时,系统(23)的闭环系统无脉冲.

当

$$\alpha < \min(\gamma_1^*, \gamma_1) = \frac{1}{4},$$
$$\beta < \min(\gamma_2^*, \gamma_2) = \frac{1}{20}$$

时,系统(23)及其孤立子系统的闭环系统均渐近稳定且无脉冲.

取初值

$$x = (x_{11} \quad x_{12} \quad x_{21} \quad x_{22})^{\mathrm{T}}$$
$$= (3 \quad -0.3 \quad 8 \quad -0.8),$$
$$\Delta A_1 = \Delta A_2 = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\Delta A_{12} = \Delta A_{21} = \begin{pmatrix} 0.04 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

进行仿真,得到对应系统的状态响应曲线(图 1).仿真结果表明,本文设计方法是有效的.

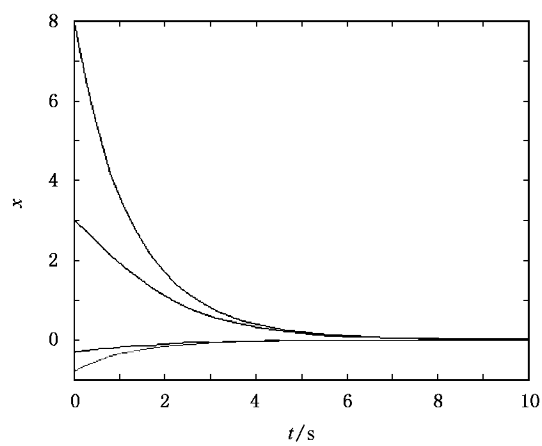

图 1 系统的闭环系统状态响应图

5. 结 论

本文讨论了一类不确定广义组合大系统的镇定问题,利用 Lyapunov 稳定性理论及矩阵理论给出了该类系统可分散输出反馈鲁棒镇定的不确定量的范数界.分析了该类系统的脉冲控制问题,给出了其闭环系统无脉冲的不确定量的范数界.获得了使不确定广义组合大系统及其每个孤立子系统的闭环系统同时渐近稳定且无脉冲的不确定量的范数界,并举例仿真说明这种设计方法是可行的.

[1] Gong L H 2005 *Acta Phys*. *Sin*. **54** 3502 (in Chinese) [龚礼华 2005 物理学报 **54** 3502]

[2] Yu D C, Meng Q H 2005 *Acta Phys*. *Sin*. **54** 1092 (in Chinese) [禹东川、孟庆浩 2005 物理学报 **54** 1092]

[3] Guan X P, Fan Z P, Peng H P *et al* 2001 *Acta Phys*. *Sin*. **50** 2113 (in Chinese) [关新平、范正平、彭海朋等 2001 物理学报 **50** 2113]

[4] Sandeep J, Farshad K D 1997 *IEEE Trans*. *Aut*. *Contr*. **42** 136

[5] Zheng D Z 1989 *IEEE Trans. Aut. Contr.* **34** 1297

[6] Yan X G, Dai G Z 1998 *Automatica* **34** 1469

[7] Wang D H, Bao P 2000 *IEEE Trans. Aut. Contr.* **45** 794

[8] Varga A 1995 *Sys. Contr. Lett.* **24** 133

[9] Lin C, Wang J L, Yang G H *et al* 2000 *Int. J. Contr.* **73** 407

[10] Lin C, Lam J, Wang J L *et al* 2001 *Sys. Contr. Lett.* **42** 267

[11] Zhang Q L 1992 *Adv. Model. Sim.* **28** 23

[12] Zhang Q L 1990 *Sys. Contr. Lett.* **15** 295

[13] Zhang G F, Lam J, Zhang Q L 1999 *IEEE Trans. Aut. Contr.* **44** 2134

[14] Ma Y C, Zhang Q L, Tong S 2006 *J. Northeast Univ.* **27** 359 (in Chinese) [马跃超、张庆灵、童 松 2006 东北大学学报 27 359]

[15] Shi H B, Liu X P, Zhang S Y 2001 *Proc. IEEE 40th American Control Conference* (Arlington: American Automatic Control Council) p4038

Decentralized output feedback robust stabilization and impulse analysis of uncertain generalized large-scale composite system*

Ma Yue-Chao[1)2)†] Zhang Qing-Ling[1)]

1) (*Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China*)

2) (*College of Science, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China*)

(Received 5 July 2005; revised manuscript received 27 September 2006)

Abstract

This paper considers a class of uncertain generalized large-scale composite system and studies the decentralized stabilization problem for the system by employing Lyapunov method and using the matrix norm properties. We design a kind of decentralized output feedback robust controllers and obtain the norm bounds of system uncertainties which ensure robust stabilization for the system. Meanwhile, we analyse the impulse control problem of uncertain generalized composite system and its isolated subsystems. We give the norm bounds of system uncertainties which ensure the closed loop system impulse free. Finally, we obtain the norm bounds of being asymptoticly stable and impulse free for the closed loop of uncertain generalized composite system and its isolated subsystems.

Keywords: generalized system, robust stabilization, decentralized control, impulse observable

PACC: 0545

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60574011).

† E-mail: myc6363@126.com