

非局域 Sun-Guo-Grant 方程的自洽模耦合理论^{*}

郝大鹏[†] 唐 刚 夏 辉 陈 华 张雷明 寻之朋

(中国矿业大学物理系, 徐州 221008)

(2006 年 7 月 31 日收到, 2006 年 11 月 20 日收到修改稿)

通过选取具有正确渐近行为的标度函数形式, 将自洽的模耦合理论推广应用到对非局域的 Sun-Guo-Grant 方程的动力学标度性质的研究中. 通过分析得到, 在强耦合区基底维数 $d = 1, 2$ 的情况下, 动力学指数 z 随非局域参数 ρ 的变化关系, 将这一结果与动力学重正化群理论和直接标度分析得到的结果进行了对比.

关键词: 表面粗糙生长动力学, 动力学标度, 自洽模耦合理论

PACC: 0547, 0250

1. 引 言

近年来, 表面界面粗糙生长动力学已成为凝聚态理论和非平衡统计物理学领域内十分重要的研究课题, 并取得了一系列重要的成果^[1-3]. 在表面界面生长的粗粒化描述中, 表面的生长高度是用时间及空间的单值函数 $h(x, t)$, 即生长高度函数来表示的. $h(x, t)$ 表示在 t 时刻基底 x 处的相对生长高度. 研究发现, 在很多情况下, 粗糙生长的表面具有自仿射的分形结构, 生长高度函数 $h(x, t)$ 满足以下形式的标度变换不变性^[1, 2]:

$$h(x, t) = b^{-\chi} h(bx, b^z t), \quad (1)$$

式中 χ 和 z 分别为表面粗糙生长的粗糙度指数和动力学指数. 粗糙生长表面的标度性质可以用总的表面宽度

$$W(L, t) = \sqrt{\langle (h(x, t) - \bar{h}(x, t))^2 \rangle}$$

来描述, 其中 $\bar{h}(x, t)$ 表示在 t 时刻表面的平均生长高度, $\langle \cdot \rangle$ 表示对噪声的统计平均. Family 和 Vicsek^[4, 5] 认为在基底宽度为 L 的有限系统中, $W(L, t)$ 满足如下的标度规律:

$$W(L, t) = L^{\chi} f(t/L^z). \quad (2)$$

(2) 式中的标度函数 $f(x)$ 具有以下渐近行为: 当 $x \rightarrow 0$ 时 $f(x) \sim x^{z/\chi}$, 而当 $x \rightarrow \infty$ 时 $f(x)$ 趋于常数. 动力学指数 z 及粗糙度指数 χ 表示了系统在长时间及大尺度极限下的渐近行为, 决定了生长过程所属的

普适类.

在表面界面粗糙生长的动力学标度理论中, 通过对相应的生长过程建立起唯象的 Langevin 类型的连续性动力学方程, 然后使用解析近似或数值对方程进行分析, 以确定生长过程所具有的标度性质是一种十分成功的方法^[2, 3]. 常见的动力学方程有 Edwards-Wilkinson (EW) 方程^[6], Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) 方程^[7], Sun-Guo-Grant (SGG) 方程^[8] 等. 其中最简单的 EW 方程是线性的, 仅考虑了表面扩散效应的影响. 为考虑侧向生长的影响, 在 EW 方程中引入非线性项, 则建立了 KPZ 方程. 研究表明, 许多生长过程属于 KPZ 方程所描述的普适类, 这一方程已成为研究表面界面粗糙生长过程最重要的连续性动力学方程. SGG 方程是在 KPZ 方程的基础上考虑了守恒律对生长过程的影响而建立的, 研究发现, SGG 方程描述了不同于 KPZ 方程的新的普适类^[8]. 为研究生长过程中长程相互作用即非局域相互作用对表面界面生长过程的影响, Jung 等^[9] 提出了非局域的 SGG 方程, 并用动力学重正化群对方程进行了分析. 本文作者之一唐刚等^[10] 应用直接标度分析方法对非局域的 SGG 方程等进行了分析, 在强耦合区和弱耦合区分别得到了生长过程中标度指数随非局域参数变化的关系.

以上动力学方程除 EW 方程是线性的, 有严格的解析解外, 其余方程都是非线性的, 难以严格地解析求解. 常用的解析近似方法有直接标度分析方法、

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 310674177)和教育部留学回国人员科研启动基金(批准号: 200318)资助的课题.

[†] E-mail: hdp03@126.com

动力学重正化群方法和自洽模耦合理论等.直接标度分析方法是假设方程在呈现标度行为时,方程中的各项在一定线度上作粗粒化平均后,应具有相同的幅度等级或者可以忽略.使用直接标度分析方法,可以方便地分析出 Langevin 类型的动力学方程的标度指数^[11,12],但不能给出有关生长过程更多的物理机制.动力学重正化群方法则是基于标度变换不变性的一种微扰处理方法^[7,9,13,14],在表面界面粗糙生长的动力学标度理论中得到了广泛的应用,但通过这一微扰的方法却很难得到动力学方程在强耦合区的标度性质^[15,16].

自洽的模耦合理论^[17]是一种非微扰的解析近似理论,可以分析动力学生长方程在强耦合区的标度性质.这种方法实质上是在对关联函数及响应函数的圈图展开中,完全忽略了对顶点进行的重正化修正,而只保留了对关联函数和响应函数的重正化修正.由于忽略了对顶点的重正化修正,表面上看来自洽模耦合理论的精度似乎是不可控制的,但这一理论方法在凝聚态理论的不同领域取得了广泛的应用,并取得了一系列与实验十分相符的结果^[18-20].在对动力学生长方程的讨论中,Hwa 和 Frey^[21]用数值方法求解了 KPZ 方程的模耦合方程,得到在 1+1 维下的动力学指数与通过数值模拟得到的结果完全一致,Frey 等^[22]由 Langevin 动力学的场论形式系统地分析了动力学生长方程的模耦合理论;Tu^[23]应用了直接积分的数值方法求解模耦合方程,研究了 KPZ 方程的最高维数;Colaioni 和 Moore^[24,25]用自洽模耦合理论研究 KPZ 方程在强耦合区的标度性质,通过构造符合关联函数及响应函数渐近行为的标度函数的形式得到了 KPZ 方程在强耦合区的标度指数并确定了方程的上临界维数;Hu 等^[26]将模耦合理论应用到了非局域的 KPZ 方程,得到了动力学指数对非局域参数的依赖关系.

我们曾应用自洽的模耦合理论分析标准的 SGG 方程(或局域 SGG 方程)在强耦合区域内的动力学标度性质,并得到了合理的结果^[27].本文将应用自洽的模耦合理论来分析非局域的 SGG 方程,研究方程在强耦合区的标度性质,通过选取符合其渐近行为的标度函数的形式假设得到生长过程的动力学指数 z 随非局域参数 ρ 在维数 $d=1,2$ 情况下的变化关系.与动力学重正化群方法及直接标度分析方法的结果相比,本文得到了 z 对 ρ 的更详细的依赖关系,因此能更真实地反映动力学方程所描述的生长

过程复杂的标度性质.

2. 方程的自洽模耦合理论

Jung 等^[9]提出的非局域 SGG 方程可以写为

$$\frac{\partial h(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\nu \nabla^4 h(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{2} \nabla^2 \int d\mathbf{x}' \mathcal{A}(\mathbf{x}') \nabla h(\mathbf{x} + \mathbf{x}', t) \times \nabla h(\mathbf{x} - \mathbf{x}', t) + \eta_c(\mathbf{x}, t), \quad (3)$$

式中 ν 为扩散系数,对应生长表面的张力, $\eta_c(\mathbf{x}, t)$ 为守恒的 Gaussian 噪声,描述生长过程中的随机因素,使得表面趋于粗糙化,且满足以下关联关系:

$$\eta_c(\mathbf{x}, t) = 0, \quad (4)$$

$$\eta_c(\mathbf{x}, t) \eta_c(\mathbf{x}', t') = -2D \nabla^2 \delta^d(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \delta(t - t'). \quad (5)$$

(5) 式中 d 为生长基底的维数, D 为噪声幅度.方程(3)中核函数 $\mathcal{A}(\mathbf{x})$ 表示生长中的非局域相互作用,通常把 $\mathcal{A}(\mathbf{x})$ 写成短程部分及长程部分两项:短程部分写为 $\lambda_0 \delta(\mathbf{x})$,长程部分写为 $\lambda_\rho x^{\rho-d}$.在 Fourier 空间, $\mathcal{A}(\mathbf{k})$ 的表达式为

$$\mathcal{A}(\mathbf{k}) = \lambda_0 + \lambda_\rho k^{-\rho},$$

当 $\lambda_\rho = 0$ 时,方程(3)可约化为标准的 SGG 方程.在 Fourier 空间,方程(3)和噪声满足的关系式(5)可表示为

$$h(\mathbf{k}, \omega) = h_0(\mathbf{k}, \omega) + \frac{1}{2} G_0(\mathbf{k}, \omega) \times \int_{q, \Omega} \left[-k^2 \mathcal{A}(2\mathbf{q}) \left(\frac{1}{2} \mathbf{k} + \mathbf{q} \right) \left(\frac{1}{2} \mathbf{k} - \mathbf{q} \right) \times h \left(\frac{1}{2} \mathbf{k} + \mathbf{q}, \frac{1}{2} \omega + \Omega \right) \times h \left(\frac{1}{2} \mathbf{k} - \mathbf{q}, \frac{1}{2} \omega - \Omega \right) \right], \quad (6)$$

$$\eta_c(\mathbf{k}, \omega) \eta_c(\mathbf{k}', \omega') = 2D (2\pi)^{d+1} k^2 \delta^d(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \delta(\omega + \omega'), \quad (7)$$

式中

$$G_0(\mathbf{k}, \omega) = 1 / (\nu k^4 - i\omega)$$

为裸传播子.关联函数 $C(\mathbf{k}, \omega)$ 和响应函数 $\mathcal{A}(\mathbf{k}, \omega)$ 分别定义为

$$\mathcal{A}(\mathbf{k}, \omega) = h(\mathbf{k}, \omega) h^*(\mathbf{k}, \omega), \quad (8)$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{k}, \omega) = \delta^{-d}(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \delta^{-1}(\omega + \omega') \frac{\partial h(\mathbf{k}, \omega)}{\partial \eta_c(\mathbf{k}', \omega')}, \quad (9)$$

式中 \cdot 表示对噪声的统计平均.根据模耦合理论的基本处理方法^[17,21,22],可以得到响应函数和关联函

数的自洽模耦合方程,

$$G^{-1}(\mathbf{k}, \omega) = G_0^{-1}(\mathbf{k}, \omega) + \int_{q, \Omega} k^4 \vartheta^2(2\mathbf{q} - \mathbf{k}) \times [\mathbf{q}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \mathbf{I}(\mathbf{q} \cdot \mathbf{k}) \mathcal{A}(\mathbf{q}, \Omega)] \times \mathcal{A}(\mathbf{k} - \mathbf{q}, \omega - \Omega), \quad (10)$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{k}, \omega) = C_0(\mathbf{k}, \omega) + \frac{1}{2} |\mathcal{A}(\mathbf{k}, \omega)|^2 \times \int_{q, \Omega} k^4 \vartheta^2(2\mathbf{q} - \mathbf{k}) [\mathbf{q}(\mathbf{k} - \mathbf{q})] \times \mathcal{A}(\mathbf{q}, \Omega) \mathcal{A}(\mathbf{k} - \mathbf{q}, \omega - \Omega), \quad (11)$$

式中

$$C_0(\mathbf{k}, \omega) = 2D_0 k^2 |\mathcal{A}(\mathbf{k}, \omega)|^2$$

为裸关联函数. 在强耦合极限下, 响应函数和关联函数应具有下面的标度形式:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\mathbf{k}, \omega) &= k^{-z} g(\omega/k^z), \\ \mathcal{A}(\mathbf{k}, \omega) &= k^{-\Delta} n(\omega/k^z), \end{aligned} \quad (12)$$

式中 $g(x)$ 为复函数而 $n(x)$ 为实函数. 将以上的标度形式代入到方程 (10) (11) 中, 在 $\omega, k \rightarrow 0$, 但保持 ω/k^z 有限的情况下仅保留方程中起主要作用的项, 可以得到指数 Δ 和 z 满足以下的关系式:

$$\Delta + z = 8 + d - 2\rho. \quad (13)$$

方程 (3) 满足 Galilean 变换不变性使得标度指数 χ 和 z 满足如下恒等式^[28]:

$$\chi + z = 4 - \rho. \quad (14)$$

由 (13) (14) 式可以得到

$$\Delta = 2\chi + d + z. \quad (15)$$

这表明, 在本文中关联函数满足的标度形式与在 KPZ 方程中是相同的. 将以上标度形式代入到模耦合方程 (10) (11) 中, 可得在强耦合区标度函数 $g(x)$ 及 $n(x)$ 满足以下的方程:

$$g^{-1}(x) = -ix + I_1(x), \quad (16)$$

$$n(x) = |g(x)|^2 I_2(x), \quad (17)$$

式中 $x = \omega/k^z$, $I_1(x)$ 和 $I_2(x)$ 的表达式分别为

$$\begin{aligned} I_1(x) &= P \int_0^\pi d\theta \sin^{d-2} \theta \\ &\times \int_0^\infty dq q^{2z-7+2\rho} r_\rho^{-2\rho} (\cos^2 \theta - q \cos \theta) r^{-z} \\ &\times \int dy n(y) g\left[\frac{x - yq^z}{r^z}\right], \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} I_2(x) &= \frac{P}{2} \int_0^\pi d\theta \sin^{d-2} \theta \\ &\times \int_0^\infty dq q^{2z-7+2\rho} r_\rho^{-d-8+2\rho} r_\rho^{-2\rho} (\cos \theta - q)^2 \\ &\times \int dy n(y) n\left[\frac{x - q^z y}{r^z}\right]. \end{aligned} \quad (19)$$

这里

$$P = \lambda_\rho^2 S_{d-1} (2\pi)^{d+1},$$

其中 S_d 为 d 维球体的表面积.

$$r^2 = q^2 - 2q \cos \theta + 1,$$

$$r_\rho^2 = 4q^2 - 4q \cos \theta + 1.$$

以上标度函数满足的方程 (16) (17) 对任意的 x 取值都应具有自洽性, 由此可以求得非局域的 SGG 方程对应生长过程的动力学指数 $z = z(d, \rho)$ 的取值. 通过这一性质求解 z 的方法是假设标度函数 $g(x), n(x)$ 具有简单的指数形式, 且在标度极限即当 $x \rightarrow \infty$ 时, $g(x), n(x)$ 的形式假设应与方程 (16), (17) 中 $g(x), n(x)$ 具有相同的渐近行为^[25]. 在 $x \rightarrow \infty$ 时 (18) (19) 式中 $I_1(x), I_2(x)$ 的渐近行为主要由 $q \sim x^{1/z}$ 来确定. 在 (18) (19) 式中仅考虑 x 的幂次项, 应用简单的指数运算得到

$$n(x) \sim x^{-1-\beta/z}, \quad (20)$$

$$g_R(x) = \text{Re}[g(x)] \sim x^{-1-6/z}, \quad (21)$$

$$g_I(x) = \text{Im}[g(x)] \sim x^{-1},$$

式中

$$\beta = 12 + d - 2z - 2\rho.$$

方程 (16) (17) 变换到 Fourier 空间有

$$\frac{\hat{g}_R}{|g|^{-2}}(p) = \hat{I}_1(p), \quad (22)$$

$$\frac{\hat{n}}{|g|^{-2}}(p) = \hat{I}_2(p), \quad (23)$$

式中 $\hat{I}_1(p)$ 及 $\hat{I}_2(p)$ 分别为 $I_1(x)$ 和 $I_2(x)$ 的 Fourier 变换,

$$\begin{aligned} \hat{I}_1(p) &= 2\pi P \int_0^\infty d\theta \sin^{d-2} \theta \int_0^\infty dq q^{2z-7+2\rho} r_\rho^{-2\rho} \\ &\times (\cos^2 \theta - q \cos \theta) \hat{n}(pq^z) \hat{g}_R(pr^z), \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \hat{I}_2(p) &= \pi P \int_0^\infty d\theta \sin^{d-2} \theta \\ &\times \int_0^\infty dq q^{2z-7+2\rho} r_\rho^{-2\rho} r_\rho^{-d-8+2\rho} \\ &\times (\cos \theta - q)^2 \hat{n}(pq^z) \hat{n}(pr^z). \end{aligned} \quad (25)$$

文献 [24] 中给出了标度函数 $\hat{g}(p)$ 和 $\hat{n}(p)$ 符合其渐近行为的合理假设, 据此这里假设标度函数 $\hat{g}(p)$ 和 $\hat{n}(p)$ 具有下列指数形式:

$$\hat{g}(p) = 2C \mathcal{A}(p) \exp(-|p|^{6/z}), \quad (26)$$

$$\hat{n}(p) = A \exp(-|Bp|^{6/z}), \quad (27)$$

式中 C 取 1/2, A, B 一般可假设为依赖于 d, z, λ_ρ 的常数. 在坐标空间, 当 x 的取值足够大时, 由这里标度函数的形式假设可得

$$g(x) \simeq Dx^{-1-6/z} + ix^{-1}, \quad (28)$$

$$n(x) \simeq Dx^{-1-\beta/z}. \quad (29)$$

这里 D 为常数,因而在 $x \rightarrow \infty$ 时,所假设的标度函数的指数形式与方程 (16) (17) 中具有相同的渐近行为. $x \rightarrow \infty$ 时,在 Fourier 空间中对应于 $p \rightarrow 0$,此时方程 (22) (23) 应该是自洽的,其中 $|g(x)|^{-2} \approx x^2$,因而方程 (22) (23) 等号左边的取值分别取决于 $d^2 \hat{g}_R/dp^2$ 和 $d^2 \hat{n}/dp^2$. 由此,在 $p \rightarrow 0$ 时方程 (22), (23) 可化简为

$$\frac{\chi(6-z)}{z^2} = \lim_{p \rightarrow 0} |p|^{2-6/z} \hat{I}_1(p), \quad (30)$$

$$\frac{AB^{\beta/z} \chi(\beta-z)}{z^2} = \lim_{p \rightarrow 0} |p|^{2-\beta/z} \hat{I}_2(p). \quad (31)$$

将标度函数 $\hat{g}(p)$ 和 $\hat{n}(p)$ 的假设 (26) (27) 式代入 (24) (25) 式中并简化积分表达式,则方程 (30), (31) 可以化简为下列耦合方程:

$$\frac{PAS'_d}{B} = \frac{3d(6-z)}{\pi z^2} \frac{2^{2\rho}}{BK(B,z,\rho)}, \quad (32)$$

$$\frac{PAS'_d}{B^2} = \frac{\beta^2(\beta-z)}{\pi z^2} \frac{2^{2-\beta} \gamma^{\beta+2\rho}}{\Gamma\left(\frac{2z-\beta}{\beta}\right)}, \quad (33)$$

式中 $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数,

$$S'_d = \int_0^\pi d\theta \sin^{d-2} \theta,$$

$$\beta = 12 + d - 2z - 2\rho,$$

$$K(B,z,\rho) = \int_0^\infty ds (1-\rho-6s^6)s^{2z-7} \times \exp(-B^{\beta/z} s^\beta - s^6).$$

在方程 (32) (33) 中 A 可取为常数, $B = B(z, d)$ 的表达式可以通过与文献 [24] [26] 中类似的讨论得到

$$B = [\chi(4-z)]^1.$$

求解方程 (32) (33) 即可得到动力学指数 z 随着非局域参数 ρ 的变化关系.

3. 分析与讨论

通过数值求解方程 (32) (33) 得到了 $d=1, 2$ 情况下动力学指数 z 对不同的非局域参数 ρ 的取值,并在图 1、图 2 中画出了 z 对 ρ 的依赖关系. 为便于比较,图 1、图 2 中同时给出了应用动力学重正化群方法 [9] 和直接标度分析方法 [10] 得到的结果.

由图 1 和图 2 所给出的动力学指数 z 随非局域参数 ρ 的变化关系可以看出,当 $\rho=0$,在 $d=1$ 和 2 时,动力学指数分别为 $z=3.5$ ($d=1$) 和 $z=3.7$ ($d=2$). 这里的结果与我们使用自洽模耦合理论分析

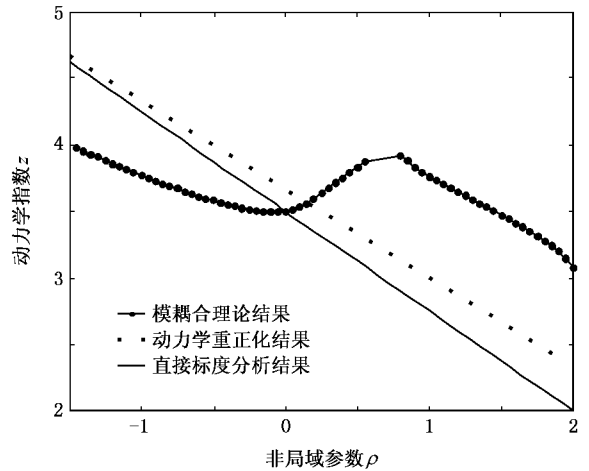


图 1 $d=1$ 时动力学指数 z 与非局域参数 ρ 的关系

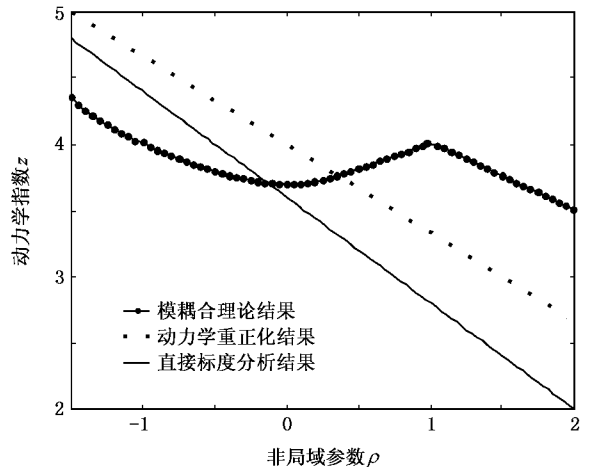


图 2 $d=2$ 时动力学指数 z 与非局域参数 ρ 的关系

处理标准的 SGG 方程所得到的结果完全相同 [27], 同时也与使用动力学重正化群方法和直接标度分析方法所得到的 $\rho=0$ 时的结果相近 [9, 10]. 这说明本文使用自洽模耦合方法对非局域的 SGG 方程所进行的分析是可行的. 与使用动力学重正化群方法及直接标度分析方法得到的动力学指数 z 随非局域参数 ρ 的变化呈简单的线性关系不同, 本文使用自洽模耦合理论得到了 z 随 ρ 较为复杂的变化关系, 特别是 ρ 的取值在 0—1.0 范围内, z 随 ρ 的变化出现了一些反常, 这与使用自洽模耦合理论分析非局域 KPZ 方程所得到的结果十分相似 [26].

4. 结 论

本文将自洽模耦合理论推广应用到对非局域的

SGG 方程动力学标度性质的分析中,得到了合理的结果.与动力学重正化理论和直接标度分析理论中采取的过于简单的近似方法相比,在分析非局域的 SGG 方程在强耦合区域的动力学标度性质时,本文所采用的自洽模耦合方法应当更为严格和准确,因

此得到了动力学指数 z 随非局域参数 ρ 更加复杂的依赖关系,所得的结果也应当更加可靠.本文所得到的结果将会为研究非局域相互作用对表面界面粗糙生长动力学标度性质的影响提供十分有价值的理论依据.

- [1] Meakin P 1998 *Fractal, Scaling and Growth Far from Equilibrium* (Cambridge : Cambridge University Press)
- [2] Barabasi A L, Stanley 1995 *Fractal Concepts in Surface Growth* (Cambridge : Cambridge University Press)
- [3] Halpin H T, Zhang Y C 1995 *Phys. Rep.* **254** 215
Krug J 1997 *Adv. Phys.* **46** 139
- [4] Family F, Vicsek T 1991 *Dynamics of Fractal Surfaces* (Singapore : World Scientific Press)
- [5] Family F, Vicsek T 1985 *J. Phys. A* **18** L75
- [6] Edwards S F, Wilkinson D R 1982 *Proc. R. Soc. London A* **381** 17
- [7] Kardar M, Parisi G, Zhang Y C 1986 *Phys. Rev. Lett.* **56** 889
- [8] Sun T, Guo H, Grant M 1989 *Phys. Rev. A* **40** 6763
- [9] Jung Y K, Kim I M, Kim J M 1998 *Phys. Rev. E* **58** 5467
- [10] Tang G, Ma B K 2001 *Physica A* **298** 257
- [11] Hentschel H G E, Family F 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 1982
- [12] Tang G, Ma B K 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 994 (in Chinese) [唐刚、马本堃 2002 物理学报 **51** 994]
- [13] Medina E, Hwa T, Kardar M *et al* 1989 *Phys. Rev. A* **39** 3053
- [14] Tang G, Ma B K 2001 *Phys. Rev. E* **63** 021106
- [15] Bhattacharjee J K, Sarma S D, Kotlyar R 1996 *Phys. Rev. E* **53** R1313
- [16] Tang G, Ma B K 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 851 (in Chinese) [唐刚、马本堃 2001 物理学报 **50** 851]
- [17] Doherty J P, Moore M A, Kim J M *et al* 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 2041
- [18] Götze W, Sjögren L 1992 *Rep. Prog. Phys.* **55** 241
- [19] Frey E, Schwabl F 1994 *Adv. Phys.* **43** 577
- [20] Kawasaki K 1976 *In Phase Transitions and Critical Phenomena* (New York : Academic Press) Vol 5a
- [21] Hwa T, Frey E 1991 *Phys. Rev. A* **44** R7873
- [22] Frey E, Täuber U C, Hwa T 1996 *Phys. Rev. E* **53** 4424
- [23] Tu Y 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 3109
- [24] Colaiori F, Moore M A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3946
- [25] Colaiori F, Moore M A 2001 *Phys. Rev. E* **63** 057103
- [26] Hu B, Tang G 2002 *Phys. Rev. E* **66** 026105
- [27] Tang G, Hao D P, Han K *et al* 2007 *Physica A* **375** 97
- [28] Jung Y K, Kim I M 2000 *Phys. Rev. E* **62** 2949

Self-consistent mode-coupling theory of the nonlocal Sun-Guo-Grant equation^{*}

Hao Da-Peng[†] Tang Gang Xia Hui Chen Hua Zhang Lei-Ming Xun Zhi-Peng

(Department of Physics , China University of Mining and Technology , Xuzhou 221008 , China)

(Received 31 July 2006 ; revised manuscript received 20 November 2006)

Abstract

In this paper , by choosing an ansatz consistent with the asymptotic forms of the correlation and response function , the self-consistent mode-coupling theory is generalized to the analysis of the dynamic scaling of the nonlocal Sun-Guo-Grant equation and the values of the dynamic exponent depending on nonlocal parameter ρ are calculated numerically for the substrate dimension $d = 1, 2$ dimensions , respectively . The results obtained are compared with that of dynamic renormalization-group theory and scaling analysis .

Keywords : kinetic roughening of surfaces , dynamic scaling , self-consistent mode-coupling theory

PACC : 0547 , 0250

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10674177) and the Scientific Research Foundation for the Returned Overseas Chinese Scholars from Ministry of Education , China (Grant No. 200318).

[†] E-mail hdp03@126.com