

# 反馈控制双车道跟驰模型研究\*

陈 漩 高自友 赵小梅 贾 斌

(北京交通大学交通运输学院,北京 100044)

(2006 年 6 月 5 日收到,2006 年 10 月 26 日收到修改稿)

通过引入合理的换道规则,将单车道反馈控制模型扩展成双车道交通流模型.数值仿真表明,与经典的优化速度双车道模型相比,由于引入适当的反馈控制信息,车辆速度波动变小或消失,系统不会出现严重的堵塞现象.这说明该双车道反馈控制模型能有效地抑制或缓解交通流堵塞.

关键词:跟驰模型,双车道模型,反馈控制,堵塞抑制

PACC:0550,0520,0570F,0570J

## 1. 引言

交通在城市发展中具有举足轻重的作用,而城市交通堵塞不但造成了行车时间的浪费而且还浪费了大量的燃油资源,同时汽车待车状态所释放的废气会加剧城市环境污染,堵塞的路段上交通事故频发还会给人们的生命安全带来威胁.因此无论是从经济、安全的角度,还是从环境的角度来看,抑制交通堵塞都是一个亟待解决的重要问题.

为了解决各种交通问题、解释各种交通现象的本质,各国学者提出了各种交通流模型<sup>[1-17]</sup>. Bando 等<sup>[1]</sup>提出的优化速度(OV)模型是一个比较经典的跟驰模型,应用该模型可以模拟实际交通流的许多定性特征,如交通失稳、堵塞演化、时走时停等.国内外学者利用OV模型在提高交通流稳定性、抑制交通堵塞方面做了大量的研究. Hayakawa 和 Nakanishi<sup>[2]</sup>利用交通流和颗粒流理论,提出了结合后面车辆作用的模型; Nagatani<sup>[3]</sup>提出了考虑本车车间距信息和前车车间距信息的模型; Lenz 等<sup>[4]</sup>讨论了向前观测多个车辆的模型; Hasebe 等<sup>[5]</sup>考虑前后任意数量车辆车间距信息,对OV模型进行了彻底扩展. Kukuchi 等<sup>[6]</sup>研究了包含有自适应巡航控制车辆的交通流模型,发现这种控制可以缩短车流达到稳定的时间; Kerner 则研究了自适应巡航控制车辆对抑制堵塞的影响.在考虑如何抑制交通堵塞方面,

Ge 等<sup>[7]</sup>结合智能交通系统,考虑多辆前车的车间距信息对OV模型进行了修正,利用线性稳定性和非线性分析,发现该模型对交通流有致稳作用; Zhao 等<sup>[8]</sup>对OV模型进行了扩展,在OV模型中引入了一个反馈控制项得到了OV反馈控制(OVFC)模型,模型中车辆在进行速度更新时考虑了前车与后车速度差的影响,在一定条件的单车道情况下OVFC模型能有效地抑制交通堵塞.

以上研究均是考虑单车道情况下如何提高交通流的稳定性,抑制交通堵塞的形成.单车道交通流模型在研究车辆交通时,一个非常重要的不足之处就是不允许超车.近年来有学者将车辆换道规则引入到车辆跟驰模型中,并成功地模拟了不同车道之间的影响<sup>[9]</sup>,弥补了单车道研究的不足.为使模拟结果更加符合实际情况,本文在OVFC模型的基础上,引入双车道换道规则,把文献[8]的OVFC模型扩展成双车道交通流模型,研究了在双车道情况下引入反馈控制信息对交通流进行控制之后对基本图、车速等的影响.模拟结果显示,与OV扩展双车道模型相比,引入反馈控制信息能有效地抑制交通堵塞.

## 2. 双车道反馈控制模型

OV模型是一个简单的且常用于数值模拟和分析的模型.OV模型可用下列微分方程描述:

$$\frac{dv_i(t)}{dt} = a[V(\Delta x_i(t)) - v_i(t)], \quad (1)$$

\*国家重点基础研究发展规划(批准号:2006CB705500)、国家自然科学基金(批准号:70471088,70501004,70501005,70631001)、国家重大基础研究专项基金(批准号:2005CCA03900)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:20050004005)资助的课题.

式中  $V(\cdot)$  表示车辆的最优速度函数,  $a$  是敏感系数(反应时间的倒数),  $t$  表示时间,  $\Delta x_i(t) = x_{i-1}(t) - x_i(t)$  是第  $i$  辆车与前车的车间距,  $v_i(t)$  表示第  $i$  辆车在  $t$  时刻的速度,  $V(\cdot)$  是单调递增且有上界

$$V(\Delta x_i) = \frac{v_{\max}}{2} [\tan(\Delta x_i - x_c) + \tan(x_c)], \quad (2)$$

式中  $v_{\max}$  是最大速度,  $x_c$  是安全距离。

为了抑制交通堵塞, 提高交通流的稳定性, 文献[8]在 OV 模型中引入一个反馈控制项  $u_i(t)$ , 车辆在进行速度更新时考虑了前车与后车速度差的影响, 得到 OVFC 模型<sup>[8]</sup>, 即

$$\frac{dv_i(t)}{dt} = a[V(\Delta x_i(t)) - v_i(t)] + u_i(t), \quad (3)$$

$$u_i(t) = k(v_{i-1}(t) - v_i(t)), \quad (4)$$

式中  $k$  是反馈控制系数,  $v_{i-1}(t)$  是  $t$  时刻第  $i-1$  辆车的速度。显然, 只有在非稳态下反馈控制项才会起作用。根据稳定性分析, 文献[8]得出了一个关于 OVFC 模型没有堵塞发生的条件的结论: 当满足  $k > -a$  且  $k \geq \Lambda - a/2$  时, 在(1)式中加入反馈控制项(4)式, 系统中就不会产生堵塞,

$$\Lambda = \frac{dV(\Delta x_i(t))}{d(\Delta x_i(t))} \Big|_{\Delta x_i(t) = \Delta x}, \quad (5)$$

式中  $\Delta x$  表示稳态时车辆的车头间距。

在双车道模型中, 假设车辆的移动分为前进和侧移两步, 换道的车辆只是单纯地往旁边的车道移, 速度并不发生改变。我们引入 Nagatani 提出的对称换道规则<sup>[11]</sup>, 并对这个规则进行了改进, 得到了两种情形下车辆进行换道需要满足的激励条件和安全条件。下面给出两种情形下的具体规则。

**情形 1** 激励条件:  $v_i(t) > 1.02v_{i-1}(t)$  和  $\Delta x_i(t) < 4x_c$ ,  $v_{\text{other},i}(t) > v_i(t)$ ,  $\Delta f_i(t) > 2\Delta x_i(t)$ 。  
安全条件:  $\Delta b_i(t) > x_c$ 。

**情形 2** 激励条件:  $\Delta x_i(t) < x_c$ ,  $\Delta f_i(t) > 2\Delta x_i(t)$ 。安全条件:  $\Delta b_i(t) > x_c$ 。

在上述规则中,  $\Delta f_i(t)$  是车辆  $i$  与目标车道前车的车头间距,  $\Delta b_i(t)$  表示车辆  $i$  与目标车道后车的间距,  $v_{\text{other},i}(t)$  是目标车道前车的速度。这个换道规则要求车辆在换道时与目标车道的前车之间有更大的间距, 排除了换道之后行驶状况不如换道前的可能, 使其更加符合实际交通状况。所谓对称换道规则, 也就是从右车道换到左车道与从左车道换到右车道需要满足的条件是一样的。当车间距过小或者

车辆前方有一辆慢车, 由于行驶的紧迫性驾驶员就有换道的需求。同时为了保证安全性, 车辆换到目标车道后与前车和后车也要有足够的间距。

### 3. 数值仿真及讨论

为了考察在双车道中引入反馈控制能否有效地抑制堵塞, 我们在周期边界条件下一个环路  $L = 500$  上进行了模拟。密度定义为  $\rho = 1/(1 + \Delta x)$ 。将相同数量的车辆随机地分布在两个车道上, 初始速度都为零。模型中的最大速度  $v_{\max} = 2$ , 安全距离  $x_c = 4$ , 敏感系数  $a = 1$ , 反馈控制系数  $k = 0.5$ 。流量  $Q = \rho \bar{v}$ ,  $\bar{v}$  是车辆的平均速度。为了排除随机分布车辆产生的影响, 舍弃 3000 步以前的数据, 所得的流量和平均速度都是 10000—20000 步的平均值。

首先, 我们通过时空演化图观察控制项引起的变化。图 1 是双车道 OV 模型在密度  $\rho = 0.16$  时 3000—3500 步的时空演化图。从图 1 可以发现, 初始时车辆随机分布, 经过一段时间后 OV 模型两个车道上都出现了明显的时停时走现象, 堵塞区域的长度基本保持不变, 堵塞向后传播, 并且在很长一段时间内都没有消散。由于换道规则比较敏感, 车辆间的间距需要严格满足换道条件才能进行换道, 一些微小的差别都会使得左右车道出现不对称的堵塞情况。图 2 是双车道 OVFC 模型在  $\rho = 0.16$  时 3000—3500 步的时空演化图。从图 2 可以看出, 双车道 OVFC 模型两个车道上车辆分布比较均匀, 没有产生堵塞, 反馈控制起到了抑制堵塞的作用。堵塞得到抑制的原因在于控制项的引入使得驾驶者能够对前车的状况较快做出反应。因此, 与单车道情况类似, 引入反馈信息可以抑制双车道交通系统中堵塞的形成。

其次, 我们进一步观察速度的变化规律, 因采用了对称换道规则, 不失一般性, 我们仅取左车道的模拟数据加以分析。图 3 是  $\rho = 0.16$ , 第 500, 1000 和 5000 步时 OV 模型和 OVFC 模型( $k = 0.5$ )左车道上车辆速度变化的比较。从图 3(a)可以看出: 当  $t = 500$  时, 双车道 OV 模型左车道的车辆速度波动幅度很大, 速度在 0.1—1.95 之间波动, 形成了很明显的堵塞, 而双车道 OVFC 模型( $k = 0.5$ )的左车道车辆速度在 1.8—1.9 之间波动, 波动幅度很小。随着时间的推移, 当  $t = 1000$  时(图 3(b)), 双车道 OV 模型左车道上的堵塞并没有消散, 速度波动范围不变, 而

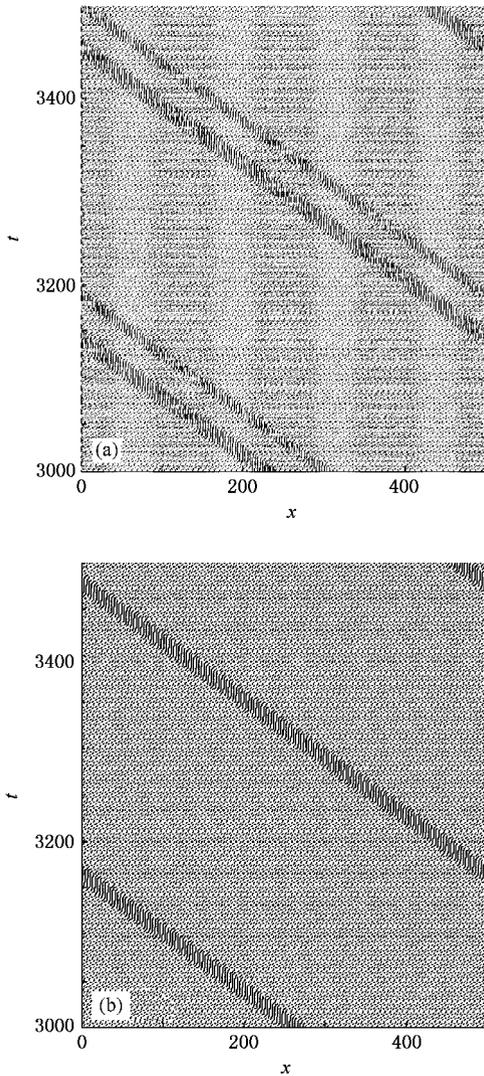


图1 当密度  $\rho = 0.16$  时,双车道 OV 模型第 3000—3500 步的时空演化图 (a)左车道 (b)右车道

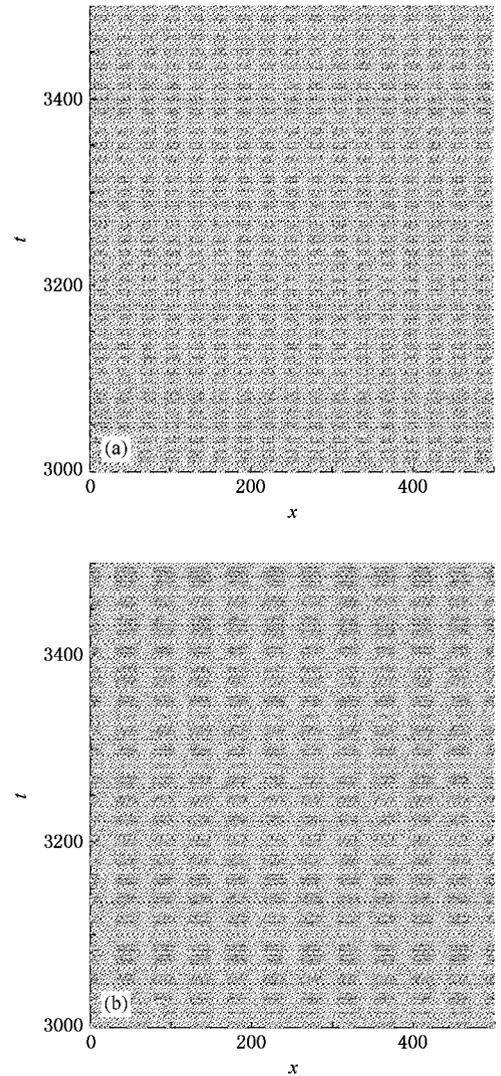


图2 当密度  $\rho = 0.16$  时,双车道 OVFC 模型第 3000—3500 步的时空演化图 (a)左车道 (b)右车道

双车道 OVFC 模型( $k = 0.5$ )左车道的速度波动幅度继续减小,速度波动微乎其微.在  $t = 5000$  时(图 3(c)),双车道 OV 模型左车道上的堵塞依然存在,双车道 OVFC 模型( $k = 0.5$ )左车道已达到稳态,速度基本维持在 1.85 不变,在演化过程中形成了稳态交通流.从以上分析我们可以发现,与单车道情形类似,双车道 OV 模型系统不稳定,系统的速度变化幅度很大,产生了明显的拥堵,而双车道 OVFC 模型( $k = 0.5$ )系统是稳定的,显然这是因为驾驶员获得了足够的反馈信息,能及时调整速度,有效地抑制了堵塞的产生.

最后,我们进一步分析引入反馈控制项后基本图的变化.图 4 是双车道 OVFC 模型和双车道 OV 模型的基本图.当密度较小,由于系统处于自由流状

态,反馈控制项不起作用,双车道 OV 模型和双车道 OVFC 模型的流量完全相同,随着密度的增大流量不断增大,当密度  $\rho_1 = 0.14$  的时候双车道 OV 模型平均流量达到最大,而双车道 OVFC 模型的平均流量还在增大,直到密度  $\rho = 0.16$  时才达到最大,双车道 OVFC 模型的最大流量比相同条件下双车道 OV 模型的最大流量要大.随着密度的增大,平均流量开始下降,密度在  $\rho_1 - \rho_2$  之间时,双车道 OVFC 模型的平均流量明显比双车道 OV 模型的平均流量要大.这是由于在此区域两个模型都出现了堵塞导致流量变小,但是反馈控制在一定程度上抑制了交通堵塞,从而使双车道 OVFC 模型的流量比双车道 OV 模型的流量大.密度大于  $\rho_2 = 0.2$  之后,双车道 OV

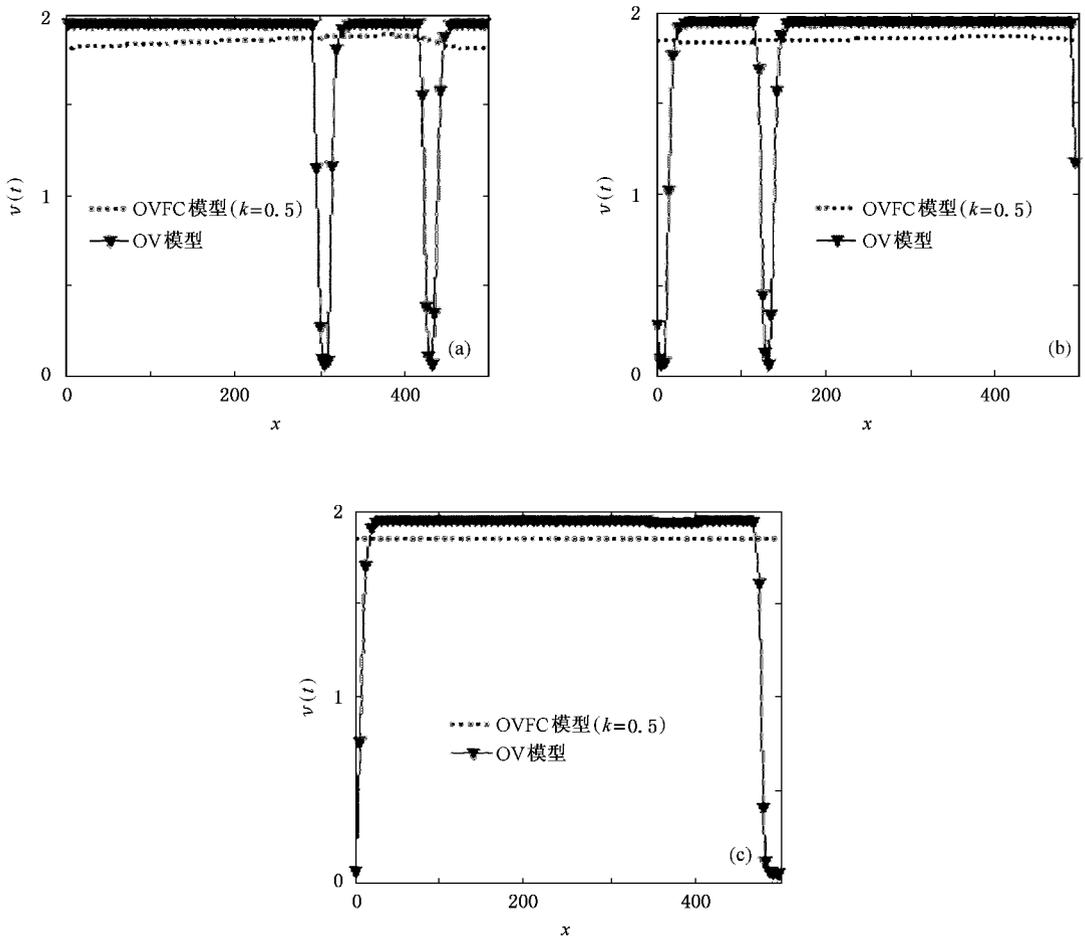


图 3 当  $\rho = 0.16$  时,双车道 OV 模型和双车道 OVFC 模型左车道的速度分布图 (a)第 500 步 (b)第 1000 步 (c)第 5000 步

模型出现大范围的堵塞,车辆频繁地加减速,而双车道 OVFC 模型虽然平均流量比双车道 OV 模型小,但双车道 OVFC 模型中的车辆速度变化平缓,波动很小,车流处于缓慢行驶的稳态,大大提高了驾驶的安全性和舒适性.图 5 是密度  $\rho = 0.25$  时第 500,1000

和 5000 步双车道 OV 模型和双车道 OVFC 模型( $k = 0.3, 0.5$ )左车道上车辆速度的变化.根据单车道稳定性分析的结论,当反馈控制系数  $k = 0.3$  时系统是不稳定的, $k = 0.5$  时系统稳定.从图 5 可以看到,双车道 OV 模型和双车道 OVFC 模型( $k = 0.3$ )的车辆速度波动都很大,产生了堵塞,而双车道 OVFC 模型( $k = 0.5$ )车辆速度虽然比较小,但是波动已经微乎其微了.反馈系数  $k = 0.3$  时系统不是稳定的,由于反馈信息不够充分,驾驶者虽得到了反馈信息,仍然不能完全抑制堵塞.与双车道 OV 模型相比, $k = 0.3$  的双车道 OVFC 系统的速度变化幅度已经有所减弱,这说明拥堵的状况还是得到了一定的缓解. $k = 0.5$  时系统是稳定的,由于驾驶员获得了足够的反馈信息,能及时调整速度,有效地抑制了堵塞的产生.当密度增大到  $\rho_3 = 0.3$  以后,由于间距较小,车辆行驶缓慢,前后速度差变得很小,反馈控制的作用不明显,所以两个双车道模型的平均流量又基本保持一致.由于采用的是对称的换道规则,左车道和右

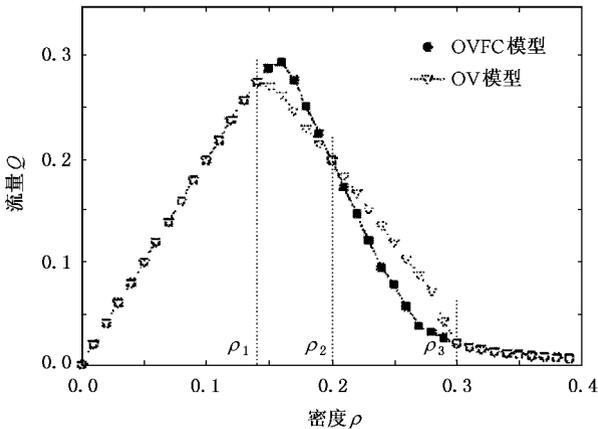


图 4 双车道 OV 模型和双车道 OVFC 模型的基本图

车道的基本图的走势和形状与平均流量和平均速度的走势和形状基本一致.数值模拟的结果表明:双车道 OVFC 模型在中等密度条件下具有更高的通行能

力,但当密度继续增大之后虽然流量比双车道 OV 模型的流量要小,但是车辆行驶相对更稳定,可以提高驾驶的安全性和舒适性.

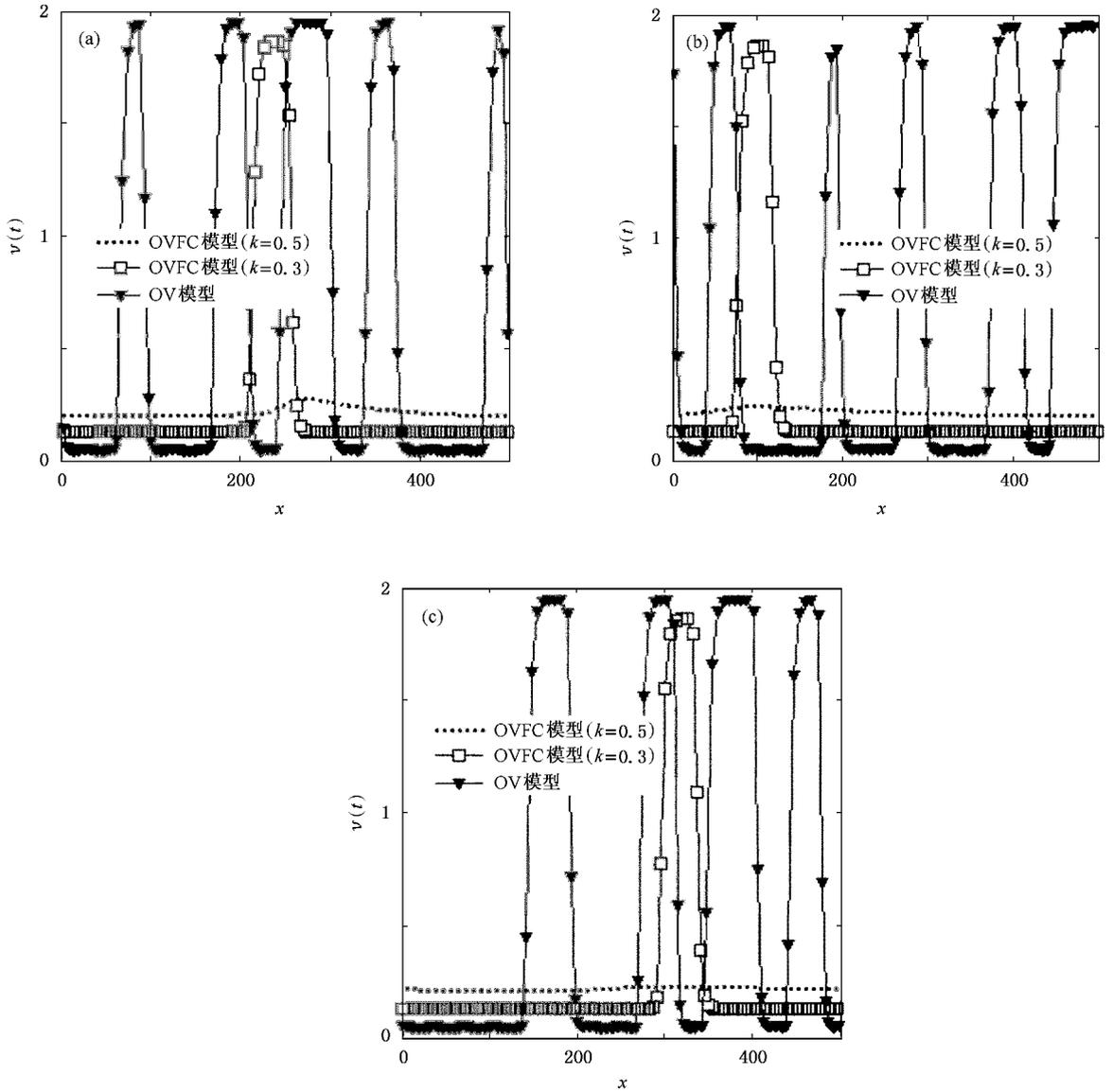


图 5 当  $\rho = 0.25$  时,双车道 OV 模型和双车道 OVFC 模型左车道的速度分布 (a)第 500 步 (b)第 1000 步 (c)第 5000 步

### 4. 结 论

本文在 OVFC 模型的基础上引入双车道换道规则,把 OVFC 模型扩展成双车道交通流模型.研究了在双车道情况下,引入反馈控制信息对交通流进行

控制之后对车辆速度、基本图等的影响.将数值模拟结果与双车道 OV 模型进行了比较.结果表明:在双车道交通流中,引入反馈控制信息能有效地抑制交通流堵塞.由此可见,深入研究利用前车信息提高交通流的稳定性和驾驶的安全性是非常有必要的.

- [ 1 ] Bando M , Hasebe K , Nakayama A *et al* 1995 *Phys. Rev. E* **51** 1035
- [ 2 ] Hayakawa H , Nakanishi K 1998 *Prog. Theor. Phys.* **130**( Suppl ) 57
- [ 3 ] Nagatani T 1999 *Phys. Rev. E* **60** 6395
- [ 4 ] Lenz H , Wagner C K , Sollaer R 1999 *Euro. Phys. J. B* **7** 331
- [ 5 ] Hasebe K , Nakayama A , Sugiyama Y 2003 *Phys. Rev. E* **68** 026102
- [ 6 ] Kukuchi S , Uno N , Tanaka M 2003 *J. Transp. Eng.* **129** 146
- [ 7 ] Ge H X , Dai S Q , Dong L Y *et al* 2004 *Phys. Rev. E* **70** 066134
- [ 8 ] Zhao X M , Gao Z Y 2005 *Euro. Phys. J. B* **43** 565
- [ 9 ] Nagatani T 1999 *Physica A* **265** 297
- [ 10 ] Chowdnury D , Santen L , Schadschneide A 2000 *Phys. Rep.* **329** 199
- [ 11 ] Kurata S , Nagatani T 2003 *Physica A* **318** 537
- [ 12 ] Konishia K , Kokame H , Hirata K 2000 *Euro. Phys. J. B* **15** 715
- [ 13 ] Kuang H , Kong L J , Liu M R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2894 ( in Chinese ] 邝 华、孔令江、刘慕仁 2004 物理学报 **53** 2894 ]
- [ 14 ] Ge H X , Zhu H B , Dai S Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4621( in Chinese ] 葛红霞、祝会兵、戴世强 2005 物理学报 **54** 4621 ]
- [ 15 ] Lei L , Xue Y , Dai S Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2121( in Chinese ] 雷 丽、薛 郁、戴世强 2003 物理学报 **52** 2121 ]
- [ 16 ] Xue Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2750( in Chinese ] 薛 郁 2003 物理学报 **52** 2750 ]
- [ 17 ] Xue Y , Dong L Y , Yuan Y W *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 492 ( in Chinese ] 薛 郁、董力耘、袁以武等 2002 物理学报 **51** 492 ]

## Study on the two-lane feedback controlled car-following model<sup>\*</sup>

Chen Xuan Gao Zi-You Zhao Xiao-Mei Jia Bin

( *School of Traffic and Transportation , Beijing Jiaotong University , Beijing 100044 , China* )

( Received 5 June 2006 ; revised manuscript received 26 October 2006 )

### Abstract

In this paper we extend the single-lane feedback control model to the two-lane case , named as the two-lane optimal velocity feedback control ( OVFC ) model . Compared with the two-lane optimal velocity model , simulation results indicate that no serious traffic jams occur in the OVFC system when the feedback signal is introduced , and the oscillation of velocity becomes weaker or vanishes . This means that the two-lane OVFC model can suppress the traffic jams effectively .

**Keywords** : car-following models , two-lane model , feedback control , suppression of jams

**PACC** : 0550 , 0520 , 0570F , 0570J

<sup>\*</sup>Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China ( Grant No. 2006CB705500 ) , the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 70471088 , 70501004 , 70501005 , 70631001 ) , the Special Foundation for State Major Basic Research Program of China ( Grant No. 2005CCA03900 ) and the Doctoral Program Foundation of Institution of Higher Education of China ( Grant No. 20050004005 ) .