# 基于双核模型对超重元素合成机制的研究\*

贾 飞<sup>1  $\Sigma$  )\*</sup> 徐瑚珊<sup>1</sup>) 郑 川<sup>1  $\Sigma$ </sup>) 樊瑞睿<sup>1  $\Sigma$ </sup>) 张雪荧<sup>1</sup>)

李君清<sup>1</sup>) W. Scheid<sup>3</sup>)

1 (中国科学院近代物理研究所,兰州 730000)

2)(中国科学院研究生院,北京 100049)

3 (Institute for Theoretical Physics of Justus-Liebig University, Giessen 35392, Germany) (2006年8月15日收到 2006年9月26日收到修改稿)

在双核模型基础上,考虑了熔合与准裂变的竞争,通过数值法求解主方程,计算了<sup>50</sup> Ti,<sup>58</sup> Fe + <sup>208</sup> Pb,<sup>209</sup> Bi 这 4 个 反应系统通过冷熔合反应合成超重元素的激发函数,得到了与实验比较符合的结果,计算了不同入射能量时各角 动量分波对熔合概率和超重核存活概率的影响以及对蒸发剩余截面的贡献,这些结果对进一步理解超重核的合成 机制有重要意义.

关键词:超重元素,双核模型,熔合反应,蒸发剩余截面 PACC:2570J

### 1.引 言

目前,预言超重核岛位置的理论有各种宏观-微 观模型、Hatree-Fock 理论以及相对论平均场理论.尽 管各种理论预言的超重核出现在核素图上的位置不 同、寿命也不相同,但绝大部分计算均给出了一个共 同的结论,即超重核是存在的<sup>[1]</sup>!但是,随着超重核 质子数的增大,产生的截面呈指数下降的趋势,达 10<sup>-12</sup> b 量级甚至 10<sup>-15</sup> b 量级.由此可知,通过熔合 反应合成超重元素遇到了截面很小的困难.因此,理 论上正确理解超重核的合成机制,为实验提供最佳 弹靶组合及最佳入射动能是十分重要的.

在重离子碰撞中,弹核被靶核俘获形成双核系统相对运动能量很快耗散殆尽.双核之间可能有大量的核子交换,不断形成新的双核系统.核子交换的结果,有可能弹核不断地全部转移到靶核而形成复合核,此即双核模型描述的熔合过程.由于两核之间的核核相互作用和库仑相互作用,作用势 V(A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>,R)沿双核中心距离 R 方向会有一个口袋.处于口袋底部的两个核以一定的概率越过口袋的位垒而逃逸,发生准裂变反应.此逃逸(衰变)速率与用微观 方法计算的双核间核子跃迁概率一起决定系统质量 分布概率随时间演化过程的主方程.我们用数值法 求解主方程,而不必对驱动势做任何近似,且核子转 移过程、双核的分裂过程是与相对运动过程相耦合 的,因而与反应过程中能量、角动量耗散以及形变弛 豫相耦合.

#### 2. 理论模型

2.1. 主方程

Adamian 等<sup>2-51</sup>在双核模型基础上研究了超重 元素合成时熔合与裂变的竞争,得到了与实验比较 符合的结果.其蒸发剩余截面可以写为

$$\sigma_{\rm ER}(E_{\rm CM}) = \sum_{J=0}^{J=J_{\rm f}} \sigma_{\rm c}(E_{\rm CM} J) P_{\rm CN}(E_{\rm CM} J) W_{\rm sur}(E_{\rm CM} J).$$
(1)

这里  $\sigma_e$  为碰撞核以穿透概率  $T(E_{CM}, J)$  越过入射 道位垒(库仑位垒) 而形成双核系统的俘获截面,

 $\sigma_{c}(E_{CM},J) = \pi \lambda^{2}(2J+1)T(E_{CM},J),$  (2) 式中德布罗意波长  $\lambda = \hbar \sqrt{2\pi I(\mu E_{CM})}$ ,其中  $\mu$  为 折合质量;

<sup>\*</sup> 中国科学院"百人计划"、中国科学院知识创新工程重点方向性项目(批准号:KJCX-SW-N02, KJCX2-SW-N17)和国家自然科学基金(批准 号:10505016,10235020,10235023)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: jiafei@impcas.ac.cn

56 卷

 $\mathcal{T}(E_{CM}, J)$ 

$$=\frac{1}{1+\exp\left\{\frac{2\pi}{\hbar\omega_{B}(J)}\left[B+\frac{J(J+1)\hbar^{2}}{2\mu R_{B}^{2}(J)}-E_{CM}\right]\right\}},(3)$$

其中  $\omega_B$  为在库仑位垒处的曲率刚度<sup>[6]</sup>,我们对该 曲率刚度进行了谐振子形式的拟合,则  $\omega_B$  为相对 应的谐振子频率, B 为库仑位垒,  $R_B$  为位垒所处的 位置;  $P_{CN}(E_{CM},J)$ 为入射能为  $E_{CM}$ 时, J 分波的双核 系统演化为一个超重复合核的概率;  $W_{sur}(E_{CM},J)$ 为 入射能为  $E_{CM}$ 时, J 分波的超重复合核通过蒸发中 子退激而存活下来的概率. 双核系统两核间可进行 核子、角动量、能量等的转移和交换. 如果反应中始 终保持两体过程, 设在 t 时刻,碎片 1 的质量数为  $A_1$ 和激发能为  $E_1$  的分布概率为  $P(A_1,E_1,t)$ ,且 满足主方程<sup>[7-12]</sup>

$$\frac{\mathrm{d}P(A_{1},E_{1},t)}{\mathrm{d}t} = \sum_{A_{1}'} W_{A_{1}A_{1}'} [d_{A_{1}}P(A_{1}',E_{1}',t)] - d_{A_{1}'}P(A_{1},E_{1},t)] - \Lambda_{A_{1}',E_{1}'}^{\mathrm{qf}} (\Theta)P(A_{1},E_{1},t) (4)$$

式中  $W_{A_1A_1}$ 表示碎片 1 的质量数为  $A_1$ 、内部激发能 为  $E_1$  时( $A_1$ , $E_1$ )态向( $A_1'$ , $E_1'$ )态跃迁的概率 , $d_{A_1}$ 表示碎片在( $A_1$ , $E_1$ )宏观状态时包含的微观状态的 维度 (4)式求和对碎片 1 所能取的所有状态进行. 这里内部激发能  $E_1$  作为参数 ,由入射道相对运动 提供.

在相互作用核中核子的运动由下列单粒子哈密 顿量描述:

$$H(t) = H_0(t) + V(t),$$
 (5)

$$H_0(t) = \sum_{K} \sum_{V} \varepsilon_{VK}(t) a_{VK}^+(t) a_{VK}(t), \qquad (6)$$

$$V(t) = \sum_{K,K'} \sum_{a_{K}\beta_{K'}} u_{a_{K}\beta_{K'}}(t) a_{a_{K}}^{+}(t) a_{\beta_{K'}}(t)$$
$$= \sum_{K,K'} V_{K,K'}(T), \qquad (7)$$

$$u_{\alpha_{K}\beta_{K'}}(t) = U_{KK} \left\{ \exp\left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_{\alpha_{K}}(t) - \varepsilon_{\beta_{K'}}(t)}{\Delta_{KK'}} \right)^{2} \right] - \delta_{\alpha_{K}\beta_{K'}} \right\}, \quad (8)$$

式中  $\varepsilon_{VK}(t)$  (K=1,2) 表示碎片 K 的单粒子能级.

随着时间的演化双核间有核子的转移,即系统 质量不对称度

$$\eta = \frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2}$$

发生变化.当 $\eta < \eta_{BC}$ 时就认为发生了熔合反应, $\eta_{BC}$ 为双核系统势能面上最高点对应的质量不对称度.因此熔合概率定义为 $\eta < \eta_{BC}$ 的所有分布概率的总和,

 $P_{\rm CN}(J) = \int_{0}^{A_{\rm BG}} P(A_1, E_k(J), \tau_{\rm int}) dA_1, \quad (9)$ 

式中相互作用时间<sub>でint</sub>由经典的参数化的偏转函数 法得到.

2.2. 局域激发能及反应系统驱动势

双核系统的总能量随着双核系统质量不对称度  $\eta$ 的变化而改变.设  $U(A_1, A_2, R, J)$ 是双核系统中 碎片 1 的核子数为  $A_1$  时双核系统的总能量,则  $U(A_1, A_2, R, J)$ 随着  $A_1$ 的变化曲线给出了核子转 移驱动势,即

$$U(A_{1}, A_{2}, R, J) = U_{LD}(A_{1}) + U_{LD}(A_{2}) + V(R, J) - [U_{LD}(A_{tot}) - V'_{rot}(J)], \quad (10)$$

$$V(R, J) = U_{C}(R) + U_{N}(R) + V_{rot}(R, J). \quad (11)$$

这里  $A_{tot} = A_1 + A_2$ ,  $U_{LD}(A_1)$ ,  $U_{LD}(A_2)$ ,  $U_{LD}(A_{tot})$ 分 别为双核系统中原子核 1、原子核 2 和复合核的结 合能, 值取自文献[13,14],因而包括了壳修正和奇 偶效应.  $U_c$  和  $U_N$ 分别为两核的库仑相互作用能和 核相互作用能,  $V'_{rot}$ 为复合系统转动能. 库仑相互作 用由下式给出:

$$U_{c}(R,\theta) = \frac{Z_{1}Z_{2}e^{2}}{R} + \left(\frac{9}{20\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{Z_{1}Z_{2}e^{2}}{R^{3}}\right)$$
$$\times \sum_{i=1}^{2} \Re_{ii}^{2}\beta_{2}^{(i)}P_{2}(\cos\theta_{i})$$
$$+ \left(\frac{3}{7\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{Z_{1}Z_{2}e^{2}}{R^{3}}\right)$$
$$\times \sum_{i=1}^{2} \Re_{ii}^{2}[\beta_{2}^{(i)}P_{2}(\cos\theta_{i})]^{2}, \quad (12)$$

式中  $\theta_i$  是第 *i* 个核的径向矢量与对称轴之间的夹 角 ,当两核相对取向为极对极时 , $\theta_i = 0$  , $\Re_i$  为第 *i* 个 变形核半径的径向分量 ; $Z_1$  , $Z_2$  为弹靶的电荷数 ;R为两核质心间的距离 ; $\beta_2^{(i)}$ 为第 *i* 个核的四极形变参 数<sup>[14]</sup>.核相互作用势  $U_N$  则采用与动量和自旋无关 的 Skyrme 类型的核子-核子相互作用双折叠势 ,

i = 1

$$U_{\rm N}(R) = C_0 \Big\{ \frac{F_{\rm in} - F_{\rm ex}}{\rho_{00}} \Big[ \int \rho_1^2 (r) \rho_2 (r - R) dr \Big]$$

+ 
$$\int \rho_1(r) \rho_2^2(r-R) dr$$
]  
+  $\int \rho_1(r) \rho_2(r-R) dr$ }, (13)

式中采用零程  $\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ 有效相互作用.

$$F_{\text{in ex}} = f_{\text{in ex}} + f'_{\text{in ex}} \frac{N_1 - Z_1}{A_1} \frac{N_2 - Z_2}{A_2}$$

其中  $N_{1,2}$ 和  $Z_{1,2}$ 分别是两核的中子数和质子数.本 文中参量的取值如下:  $C_0 = 300 \text{ MeVfm}^3$ ,  $\rho_{00} = 0.17 \text{ fm}^{-3}$ ,  $f_{in} = 0.09$ ,  $f_{ex} = -2.59$ ,  $f'_{in} = 0.42$ ,  $f'_{ex} = 0.54$ .  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ 采用 Woods-Saxon 密度分布函数,表面弥散度的取值范围为 0.54—0.58 fm.

#### 2.3. 超重核的存活概率

重离子熔合所形成的复合核具有一定的激发 能 随后这种处于激发态的复合核通过发射粒子(如 中子、带电粒子和光子等)退激发.这个过程可由统 计模型来描述.经冷熔合反应生成的超重核激发能 比较低,单中子蒸发是其主要的退激方式.这样,自 旋为 J 的超重复合核通过蒸发一个中子而存活下 来的实现概率可以表示为

 $W_{
m sur}(E^*,J)$ 

$$= P(E^*, J) \frac{\Gamma(E^*, J)}{\Gamma(E^*, J) + \Gamma(E^*, J)}, (14)$$

式中  $E^*$  为复合核的激发能 , $\Gamma_{I}$ (  $E^*$  ,J)为中子的蒸 发宽度 , $\Gamma_{I}$ (  $E^*$  ,J)为蒸发中子前的裂变宽度. P(  $E^*$  ,J)是激发能为  $E^*$ 、自旋为 J 的复合核通过 蒸发一个中子退激的实现概率 ,

 $P(E^*, J) = \exp\left[-\frac{(E^* - B_n - 2T_0)^2}{2\sigma^2}\right]$  (15)

式中 B<sub>n</sub> 为复合核的中子分离能<sup>14]</sup>,T<sub>0</sub> 为核温度.

根据蒸发模型,中子的蒸发宽度及复合核的裂 变宽度可分别表示为

$$\Gamma_{n}(E^{*},J)$$

$$= \frac{1}{2\pi\rho(E^{*})} \frac{2mR^{2}g}{\hbar^{2}}$$

$$\times \int_{0}^{E^{*}-B_{n}-1/a} \epsilon\rho(E^{*}-B_{n}-\epsilon)d\epsilon , \quad (16)$$

$$\Gamma_{n}(E^{*},J)$$

$$= \frac{1}{2\pi\rho(E^{*})}$$

$$\times \int_{0}^{E^{*}-B_{n}-1/a} \rho(E_{i}^{*}-B_{n}-\epsilon)d\epsilon , \quad (17)$$

式中 m 为中子质量 ,R 为复合核的半径 ,g 为自旋 因子 , $B_{f}$  为复合核的裂变位垒 , $\rho(E^{*})$ 为能级密度. 由费米气体模型得到

$$d(E^*) = \frac{\exp(2\sqrt{a_0 E^*})}{\sqrt{48}E^*}.$$
 (18)

其中  $a_0$  为能级密度参数,通常取为 A/15 - A/8, A 为复合核的质量数.

在激发态下考虑角动量相关性时,超重复合核的裂变位垒由下式描述:

$$B_{\rm f}(E^*,J) = B_{\rm f}^{\rm LD}(J) + B_{\rm f}^{\rm mic} q(J) \exp\left(-\frac{E^*}{E_{\rm D}}\right) ,$$
(19)

式中  $B_{f}^{ID}(J)^{15}$ 为根据液滴模型计算的裂变位垒的 宏观项 , $B_{f}^{mic[14]}$ 是复合核基态的壳修正能.阻尼因子  $E_{D}$ 和  $q(J)^{16}$ 可以分别表示为

$$E_{\rm D} = \frac{5.48A^{1/3}}{1+1.3A^{-1/3}} , \qquad (20)$$

$$q(J) = \left\{1 + \exp\left(\frac{J - J_{1/2}}{\Delta J}\right)\right\}^{-1}$$
, (21)

式中  $E_{\rm D}$  的单位为 MeV , $J_{1/2} = 20\hbar \Delta J = 3\hbar$ .

#### 3. 结果及讨论

图 1 给出了<sup>50</sup> Ti ,<sup>58</sup> Fe + <sup>208</sup> Pb ,<sup>209</sup> Bi 这 4 个反应熔 合概率  $P_{CN}$ 与复合核激发能  $E^*$ 的关系 ,图中只显示 了角动量  $J = 0\hbar$ 的情况.从图 1 可以看到 ,越重的 系统其熔合概率  $P_{CN}$ 相对越小 ,而且熔合概率随着 能量的增大而增大.在不同复合核激发能  $E^*$ 时 , <sup>50</sup> Ti + <sup>209</sup> Bi反应系统熔合概率  $P_{CN}$ 随角动量分波 J的 变化关系如图 2 所示.能量越大 ,引入的角动量越



图 1 熔合概率 P<sub>CN</sub>与复合核激发能 E\*的关系

多.随着角动量分波的增大,熔合概率逐渐减小.这 是由于随着相对运动角动量的增大,相互作用时间 以及耗散到体系的激发能越来越小,从而导致了小 的熔合概率.



图 2 复合核激发能  $E^*$  不同时熔合概率  $P_{CN}$ 随角动量分波 J 的变化关系

以<sup>208</sup> Pb 和<sup>209</sup> Bi 为靶经冷熔合反应合成的超重 复合核激发能比较低,单中子蒸发是其退激的主要 方式.由<sup>50</sup> Ti,<sup>58</sup> Fe + <sup>208</sup> Pb,<sup>209</sup> Bi 这 4 个反应生成的超 重核<sup>258</sup> Rf,<sup>259</sup> Db,<sup>266</sup> Hs,<sup>257</sup> Mt 的存活概率  $W_{sur}$ 与复合 核激发能  $E^*$ 的关系示于图 3 ,图中只显示了角动量  $J = 0\hbar$ 的情况.从图 3 可以看到,越重的复合核存活 概率相对越低,但是<sup>266</sup> Hs,<sup>267</sup> Mt 这两个超重核的存 活概率基本相同.存活概率随着能量的增加先增大 后减小,这样与熔合概率  $P_{CN}$ 一起决定超重核蒸发 剩余截面对入射能量的依赖关系.图 4 给出了<sup>266</sup> Hs 复合核在不同激发能  $E^*$ 时存活概率  $W_{sur}$ 随角动量 分波 J 的变化关系.由图 4 可见,随着角动量 J 的 增大存活概率逐渐减小,当角动量较大时,存活概率 小于角动量  $J = 0\hbar$ 时的 1%.

图 5 显示了<sup>50</sup> Ti + <sup>209</sup> Bi→<sup>258</sup> Db + 1n 反应复合核 激发能  $E^*$  不同时角动量分波 J 对蒸发剩余截面的 贡献.入射能量不同时,对反应截面贡献最大的角动 量也不一样.在激发能适中时,对蒸发剩余截面贡献 较大的角动量分波则为  $10\hbar$ —15 $\hbar$ .

<sup>50</sup>Ti ,<sup>58</sup>Fe + <sup>208</sup>Pb ,<sup>209</sup>Bi 这 4 个反应系统合成的超 重核<sup>257</sup>Rf ,<sup>58</sup>Db ,<sup>265</sup>Hs ,<sup>266</sup>Mt 的激发函数由图 6 给出 , 实心点为实验值<sup>[17]</sup>,空心点线为计算结果.我们的 理论模型基本上可以重复实验结果,并且最佳入射 动能( $E_{cm} = E^* - Q$ )与实验值是一致的.



图 3 存活概率 W<sub>sur</sub>与复合核激发能 E<sup>\*</sup> 的关系



图 4 复合核激发能  $E^*$  不同时存活概率  $W_{sur}$ 随角动量分波 J 的变化关系



图 5 复合核激发能 E\*不同时角动量分波 J 对蒸发剩余截面 的贡献



图 6 合成超重元素<sup>257</sup> Rf <sup>258</sup> Db <sup>265</sup> Hs <sup>266</sup> Mt 的激发函数 实心点为实验值 空心点线为计算值 (a)<sup>90</sup> Ti + <sup>208</sup> Pb→<sup>257</sup> Rf + 1n, (b)<sup>50</sup> Ti + <sup>209</sup> Bi→<sup>258</sup> Db + 1n (c)<sup>58</sup> Fe + <sup>208</sup> Pb→<sup>265</sup> Hs + 1n (d)<sup>58</sup> Fe + <sup>209</sup> Bi→<sup>266</sup> Mt + 1n

## 4. 结 论

在重离子熔合反应中,根据双核模型,弹核越过 库仑位垒与靶核形成双核系统.本文用数值法求解 不对驱动势作任何近似的主方程,考虑了熔合与准 裂变的竞争,将核子扩散过程与相对运动中能量、角 动量、形变等弛豫过程相耦合,计算了<sup>50</sup> Ti,<sup>58</sup> Fe + <sup>208</sup> Pb,<sup>209</sup> Bi 这 4 个反应系统合成超重元素的激发函数,得到了与实验比较符合的结果.并且模型计算的最佳入射动能与实验值是一致的,这对我们在实验上合成超重元素时选择最佳的入射能量有指导意义.

感谢俄罗斯 Dubna 理论组 Avazbek Nasirov 博士的帮助.

- [1] Xu H S Zhou X H ,Xiao G Q et al 2003 Nucl. Phys. Rev. 20 76
   (in Chinese)[徐瑚珊、周小红、肖国青等 2003 原子核物理评论 20 76]
- [2] Adamian G G , Antonenko N V , Scheid W 1997 Nucl. Phys. A 618 176
- [3] Adamian G G , Antonenko N V , Scheid W 1997 Nucl. Phys. A 633 409
- [4] Adamian G G , Antonenko N V , Scheid W et al 2000 Nucl. Phys. A 678 24
- [5] Adamian G G , Antonenko N V , Scheid W et al 1997 Nucl. Phys. A 627 361

- [6] Adamian G G , Antonenko N V , Jolos R V 1995 Nucl. Phys. A 584 205
- [7] Weidenmuller H A 1980 Prog. Part. Nucl. Phys. 3 49
- [8] Ayik S , Schuermann B , Noerenberg W 1976 Z. Phys. A 277 299
- [9] Ayik S , Schuermann B , Noerenberg W 1976 Z. Phys. A 279 145
- [10] Schuermann B, Noerenberg W, Simbel M 1978 Z. Phys. A 286 263
- [11] Li W F , Wang N , Li J F et al 2003 Euro . Phys . Lett . 64 750
- [12] Grange P , Li J Q , Weidenmuller H A 1983 Phys. Rev. C 27 2063
- [13] Audi G, Wapstra A H 1995 Nucl. Phys. A 595 409

[14] Moller P, Nix J R, Myers W D et al 1995 At. Data Nucl. Data Tables 59 185

[15] Siek A J 1986 Phys. Rev. C 33 2039

- [ 16 ] Fazio G , Giardina G , Mandaglio G et al 2005 Mod . Phys. Lett. A 20 391
- [17] Homann S , Munzenberg G 2000 Rev. Mod. Phys. 72 733

# Study of the mechanism for synthesizing superheavy nuclei based on dinuclear system \*

Jia Fei<sup>1,2,)†</sup> Xu Hu-Shan<sup>1</sup>) Zheng Chuan<sup>1,2</sup>) Fan Rui-Rui<sup>1,2</sup>) Zhang Xue-Ying<sup>1</sup>) Li Jun-Qing<sup>1</sup>) W. Scheid<sup>3</sup>)

1 🕽 Institute of Modern Physics , Chinese Academy of Sciences , Lanzhou 730000 , China )

2 J Graduate School of Chinese Academy of Sciences , Beijing 100049 , China )

3 🕽 Institute for Theoretical Physics of Justus-Liebig University , Giessen 35392 , Germany )

(Received 15 August 2006; revised manuscript received 26 September 2006)

#### Abstract

Based on the concept of dinuclear system , considering the strong competition between fusion and quasiffision processes , by solving the master equation numerically to calculate the fusion probability of superheavy nuclei , we have estimated the excitation functions for the reactions  ${}^{50}$  Ti  ${}^{58}$  Fe +  ${}^{208}$  Pb  ${}^{209}$  Bi , and the experimental data are basically reproduced. For different incident energies and different angular momentum , the effects on fusion and survival probability and the contribution to evaporation residue cross section have been given. These results help to further understand the mechanism for synthesizing superheavy nuclei.

Keywords : superheavy element , dinuclear system , fusion reaction , evaporation residual cross section PACC : 2570J

<sup>\*</sup> Project supported by the "Hundred Talents Program "of Chinese Academy of Sciences, the Main Direction Program of the Knowledge Innovation of Chinese Academy of Sciences (Grant Nos. KJCX-SW-N02, KJCX2-SW-N17) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10505016, 10235020, 10235023).

<sup>†</sup> E-mail: jiafei@impcas.ac.cn