

# 降雨融化层后向散射的蒙特卡罗仿真<sup>\*</sup>

孙贤明 韩一平 史小卫

(西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

(2006 年 7 月 12 日收到 2006 年 12 月 14 日收到修改稿)

云层上端冰雪粒子的融化形成了降雨融化层,随着粒子的下落融化过程开始,因此融化层的微观特性在垂直方向上是连续变化的.建立了降雨融化层的仿真模型,应用更为切合实际的三层球形粒子代替了融化层中的粒子.根据降雨过程中雨滴的尺寸分布推导了融化层中融化粒子的尺寸分布.根据 Mie 理论,计算了降雨率小于 12.5 mm/h 时,降雨融化层对 5, 10, 35, 94 GHz 电磁波的雷达反射率和特征衰减因子的垂直廓线.计算结果表明,当电磁波频率高于 20 GHz 时,将无法观测到“雷达亮带”,这与实验结果相符.根据辐射传输理论,应用蒙特卡罗方法计算了垂直方向微观特性连续变化的降雨融化层对不同频率电磁波的反射率,比较了两种不同尺寸分布(Gamma 分布和 Marshall-Palmer 分布)融化层反射率的差别,这为利用高频电磁波对降雨融化层进行遥感提供了理论和数值依据.

关键词:降雨融化层,蒙特卡罗方法,后向散射,电磁波

PACC:4110H, 4225B, 9265D

## 1. 引言

气象雷达典型的工作频段是在厘米波段,但是近年来随着雷达和卫星通信系统向着更短的波长方向发展,极大地促进了在较短波段对融化层(即雷达气象学家称之为亮带)的散射特性研究.在欧洲及北美地区,对厘米波和毫米波波段融化层的雷达观测与研究已做了一些工作.芬兰籍学者 Zhang<sup>[1,2]</sup>在假定融化层中雪粒子为球形并假定融化过程中融化粒子质量守恒的情况下,应用 Mie 理论计算了 1—100 GHz 频率范围内融化层的单位距离特征衰减因子和雷达反射率的垂直分布;并用 3—10 GHz 的雷达反射率的计算结果解释雷达亮带.由于雪粒子和融化雪粒子的形状极其复杂,为了研究方便,许多学者假设其为球形粒子.本文给出了一种更为切合实际的三层球形粒子模型,最内层为空气,中间为冰,最外层为水<sup>[3]</sup>.

融化层的存在传统上是与层状雨(即广布雨)相联系的,融化过程开始于接近 0 °C 的等温线,向下数百米直到仅有雨滴存在为止.在融化层的顶部,降水粒子是由冰晶和空气混合成的干雪粒子.随着雪粒

子的下降融化过程开始,在融化层底部,所有的雪粒子已全部融化成为雨滴.在融化过程中,正在融化的雪粒子是水与雪粒子的混合物,因此降雨融化层在垂直方向上是非均一(inhomogeneous)介质,而且是连续变化的.由于融化层中粒子的浓度很高,且是多分散的,因此必须考虑多次散射问题.目前对于球形粒子均一介质和多层均一介质的研究已有多种方法,如叠加法、离散坐标法等,但是这些方法并不适用于空间连续变化的介质,如降雨融化层.蒙特卡罗方法在处理这种问题时,却有着极大的优越性<sup>[4-6]</sup>,因为它是对每一个光子的运动轨迹进行跟踪,因此在光子与粒子碰撞之前,可以根据碰撞粒子所处的位置,计算出粒子散射的相函数,进而通过抽样确定下一次散射的方向.

本文首先根据 Mie 理论计算了降雨融化层的单次散射特性,计算了不对称因子、散射截面和吸收截面的垂直廓线,进而给出了降雨融化层的雷达反射率和特征衰减因子的垂直廓线.利用蒙特卡罗方法模拟了光在融化层中的传输过程,给出了不同降雨率、不同频率电磁波的反射率.由于融化层微观特性的特殊性,对其反射率的计算作者尚未见有相关文献报道.

<sup>\*</sup> 教育部新世纪优秀人才支持计划(批准号:NCET-04-0949)资助的课题.

## 2. 融化粒子模型及其尺寸分布

干雪粒子在融化过程中可能会产生破裂和集聚现象,但是 Rasmussen 等<sup>[7]</sup>在风洞实验中证明,直径小于 4.5 mm 的大气冰晶粒子,在融化过程中没有融化水脱出融化粒子,因此,可以假定融化过程中没有粒子的分裂和集聚现象,即融化过程中粒子的质量守恒.

$M_w$  表示已融化成水的质量, $M$  为融化粒子的总质量,我们用  $C$  表示两者的比例,即

$$C = M_w/M. \quad (1)$$

根据(1)式,融化粒子半径  $a$  和融化后雨滴的半径  $a_w$  的关系为

$$a^3 = a_w^3 \left[ C + (1 - C) \frac{\rho_w}{\rho_s} \right], \quad (2)$$

式中  $\rho_w = 1 \text{ g/cm}^3$  为水的密度, $\rho_s$  为干雪粒子的密度.根据质量守恒以及一个冰雪粒子产生一个雨滴的假设,我们可以得到

$$\begin{aligned} dR &= c_1 \frac{4}{3} \pi a_w^3 \rho_w v_w dN \\ &= c_1 M v_w dN \\ &= c_1 M v dn \\ &= \text{const}. \end{aligned} \quad (3)$$

这里  $dR$  表示雨滴粒径间隔为  $a_w \rightarrow a_w + da_w$  之间的降雨率(单位为 mm/h),且  $dN = N(a_w) da_w$  为单位体积内单位粒径间隔的雨滴数(其中  $N(a_w)$  为雨滴的尺寸分布函数), $dn = n(a) da$  为融化的冰雪粒子的单位体积内单位粒径间隔的粒子数(其中  $n(a)$  为融化粒子尺寸分布函数), $v_w$  和  $v$  分别为雨滴和融化粒子的降落速度, $v$  很难被精确地测量,但可以根据大气物理学由雨滴的降落速度来近似估计它,即

$$v = \left[ \frac{\rho_s/\rho_w}{1 - C(1 - \rho_s/\rho_w)} \right]^{1/3} v_w. \quad (4)$$

由(3)(4)式可以得到

$$n(a) da = \left[ C + (1 - C) \frac{\rho_w}{\rho_s} \right]^{1/3} N(a_w) da_w. \quad (5)$$

本文中我们取雨滴尺寸分布为 Gamma 分布和 Marshall-Palmer(M-P)分布,即

$$N(a_w) = N_g a_w^3 \exp(-\Delta a_w), \quad (6)$$

$$N(a_w) = N_{mp} \exp(-82R^{-0.21} a_w), \quad (7)$$

式中  $R$  代表降雨率(单位为 mm/h),参数  $N_g, N_{mp}$  以及  $\Delta$  的取值分别为  $N_g = 1.42 \times 10^{10} \text{ cm}^{-4}/\text{m}^3$ ,  $N_{mp} = 0.08 \text{ cm}^{-4}$ ,  $\Delta = 1.3R^{-0.13} \times 10^2 \text{ cm}^{-1}$ .

$$\frac{\rho_s}{\rho_w} = \left[ \frac{a_w}{a_{s0} + k_s a_w} \right]^3, \quad (8)$$

式中参数  $k_s$  和  $a_{s0}$  的取值分别为  $k_s = 1.37$ ,  $a_{s0} = 0.0051 \text{ cm}$ .

由于融化的冰水粒子的尺寸分布尚未在实验中测得,因此可以通过降雨率  $R$  由(5)–(7)式得到.

以往对降雨融化层的研究通常都是将融化粒子作为单层球形粒子来处理,粒子的折射率由冰和水的平均折射率来代替<sup>[1,2]</sup>,本文采用三层球形粒子模型来模拟融化层中的粒子.随着粒子的融化,粒子开始降落,而且水的比例开始增大,直到整个粒子完全变为雨滴,显然  $C = M_w/M$  是厚度的函数,而且是从 0 到 1 连续变化的.我们假设融化的干雪粒子最外层为水,中间为冰,最内层为空气.首先用  $f_s$  表示由冰和空气组成的内层干雪粒子占整个粒子的体积比,由(1)式可以得到

$$f_s = \frac{1 - C}{1 - C(1 - \rho_s/\rho_w)}. \quad (9)$$

对于内层的干雪粒子,  $f_a$  表示空气占整个干雪粒子的比例,即

$$f_a = \frac{\rho_s - \rho_i}{\rho_a - \rho_i}, \quad (10)$$

其中空气的密度  $\rho_a = 1.225 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ ,冰的密度  $\rho_i = 0.917 \text{ g/cm}^3$ .

## 3. 融化层的结构

从以上描述可以看出,融化层中粒子的相态是厚度  $z$  的函数.在融化层的顶端,融化层由干雪粒子构成,在融化层的底部,所有的干雪粒子都融化成了水.根据文献[1],本文融化层的总厚度  $z_m$  假设为 1420 m,雨滴的半径间隔为 0.025—0.325 cm.

$dn/dN$  为融化的粒子数和融化后雨滴数的比,显然,当  $z = 1420 \text{ m}$  时,由(3)和(5)式可以得到,  $dn/dN = 1$ ,即所有的干雪粒子都融化成了雨滴,但并不是所有的粒子的融化速度都是一样的.图 1 为  $dn/dN$  随融化粒子半径的变化曲线.从图 1 可以看出,粒径越小的粒子融化越快,而且在融化层的最底端所有的粒子都融化成了水.

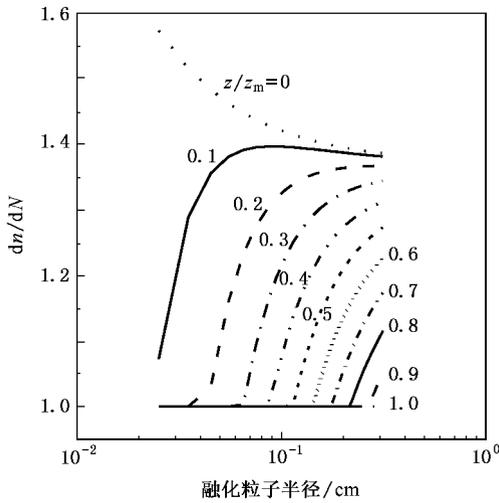


图 1 融化的雪粒子和雨滴的数密度比  $dn/dN$  随融化粒子半径的变化关系

#### 4. 三层球形粒子的散射及融化层的单次散射特性

对三层球形粒子散射的计算,本文采用了 Wu 式<sup>[8,9]</sup>

提出的方法,这种方法已被证明是一种稳定而精确的计算方法.三层球形粒子散射函数的数学形式和单层球形粒子是相同的,但是它们的散射系数是不同的,融化粒子的消光、散射和后向散射截面分别为

$$\sigma_e(a) = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re}(a_n + b_n), \quad (11)$$

$$\sigma_s(a) = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \times [\text{Re}(|a_n|^2 + |b_n|^2)], \quad (12)$$

$$\sigma_b(a) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n+1) \times (a_n - b_n) \right|^2. \quad (13)$$

展开系数  $a_n$  和  $b_n$  为

$$a_n = \frac{\psi_n(x_i) \chi H_n^a(m_i x_i) - m_i D_n^{(1)}(x_i)}{\xi_n(x_i) \chi H_n^a(m_i x_i) - m_i D_n^{(3)}(x_i)}, \quad (14)$$

$$b_n = \frac{\psi_n(x_i) \chi m_i H_n^a(m_i x_i) - D_n^{(1)}(x_i)}{\xi_n(x_i) \chi m_i H_n^a(m_i x_i) - D_n^{(3)}(x_i)}, \quad (15)$$

$$H_n^a(m_1 x_1) = D_n^{(1)}(m_1 x_1), \quad (16)$$

$$H_n^a(m_j x_j) = \frac{[\psi_n(m_j x_j) \chi \chi_n(m_j x_j)] D_n^{(1)}(m_j x_j)}{\psi_n(m_j x_j) \chi \chi_n(m_j x_j) - A_n^{(j)}(m_j x_j)} - \frac{A_n^{(j)} D_n^{(2)}(m_j x_j)}{\psi_n(m_j x_j) \chi \chi_n(m_j x_j) - A_n^{(j)}(m_j x_j)}, \quad (17)$$

$$A_n^{(1)} = 0, \quad (18)$$

$$A_n^{(j)} = \frac{\psi_n(m_j x_{j-1}) \chi m_j H_n^a(m_{j-1} x_{j-1}) - m_{j-1} D_n^{(1)}(m_j x_{j-1})}{\chi_n(m_j x_{j-1}) \chi m_j H_n^a(m_{j-1} x_{j-1}) - m_{j-1} D_n^{(2)}(m_j x_{j-1})}, \quad (19)$$

$$H_n^b(m_1 x_1) = D_n^{(1)}(m_1 x_1), \quad (20)$$

$$H_n^b(m_j x_j) = \frac{[\psi_n(m_j x_j) \chi \chi_n(m_j x_j)] D_n^{(1)}(m_j x_j)}{\psi_n(m_j x_j) \chi \chi_n(m_j x_j) - B_n^{(j)}(m_j x_j)} - \frac{B_n^{(j)} D_n^{(2)}(m_j x_j)}{\psi_n(m_j x_j) \chi \chi_n(m_j x_j) - B_n^{(j)}(m_j x_j)}, \quad (21)$$

$$B_n^{(1)} = 0, \quad (22)$$

$$B_n^{(j)} = \frac{\psi_n(m_j x_{j-1}) \chi m_{j-1} H_n^b(m_{j-1} x_{j-1}) - m_j D_n^{(1)}(m_j x_{j-1})}{\chi_n(m_j x_{j-1}) \chi m_{j-1} H_n^b(m_{j-1} x_{j-1}) - m_j D_n^{(2)}(m_j x_{j-1})}. \quad (23)$$

这里  $D_n^{(1)}(z)$ ,  $D_n^{(2)}(z)$  和  $D_n^{(3)}(z)$  为 Ricatti-Bessel 函数的对数导数.

$$D_n^{(1)}(z) = \psi'_n(z) \chi \psi_n(z),$$

$$D_n^{(2)}(z) = \chi'_n(z) \chi \chi_n(z),$$

$$D_n^{(3)}(z) = \xi'_n(z) \chi \xi_n(z).$$

由于融化层中的粒子是多种分布的,因此其雷达后向散射横截面  $\gamma_b$  要对尺寸分布加权平均,即

$$\gamma_b(z) = \int_0^{a_w^{\max}} \sigma_b(a) \chi C + (1-C) \times (a_{d0} + k_s a_w) / a_w^3 \mathcal{N}(a_w) da_w. \quad (24)$$

显然,  $\gamma_b(z)$  不仅依赖于融化粒子的横截面, 还依赖于雨滴的尺寸分布以及厚度  $z$ .

雷达反射率因子  $Z_{eq}(z)$  定义为

$$Z_{eq}(z) = 10 \lg \left[ \frac{\lambda^4}{\pi^5} \left| \frac{\epsilon_w + 2}{\epsilon_w - 1} \right|^2 \gamma_b(z) \right], \quad (25)$$

式中  $\epsilon_w$  为水的介电常数,  $Z_{eq}(z)$  的单位为  $\text{dB mm}^6/\text{m}^3$ .

特征衰减因子  $\gamma_c(z)$  定义为

$$\gamma_c(z) = 10^4 \lg e \int_0^{a_w \max} \sigma_c(a) [C + (1 - C) \times (a_{s0} + k_s a_w)^3 / a_w^3]^3 N(a_w) da_w \quad (26)$$

特征衰减因子  $\gamma_c(z)$  的单位为  $\text{dB}/\text{km}$ .

图 2 和图 3 给出了不同频率的电磁波在不同降雨率下, 雷达反射率和特征衰减因子随融化层厚度的变化曲线. 从图 2 和图 3 可以看出, 当电磁波频率为 3 和 10 GHz 时, 雷达亮带非常明显, 当电磁波频率为 35 和 94 GHz 时, 将观测不到雷达亮带, 而且随着降雨率的增大, 雷达反射率和特征衰减都有所加强, 而且雷达亮带也更宽, 这与实验结果<sup>[10, 11]</sup>是相符合的.

图 4 给出了两种不同尺寸分布的融化层的反射

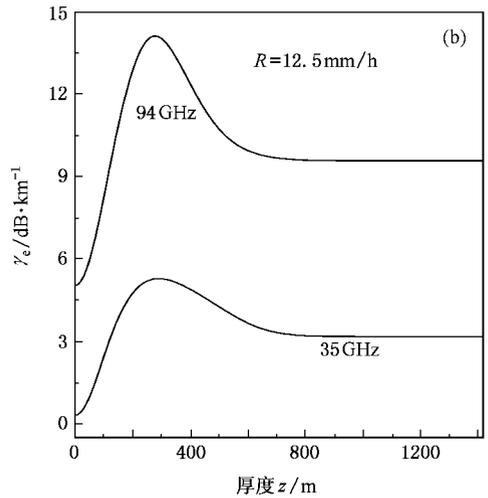
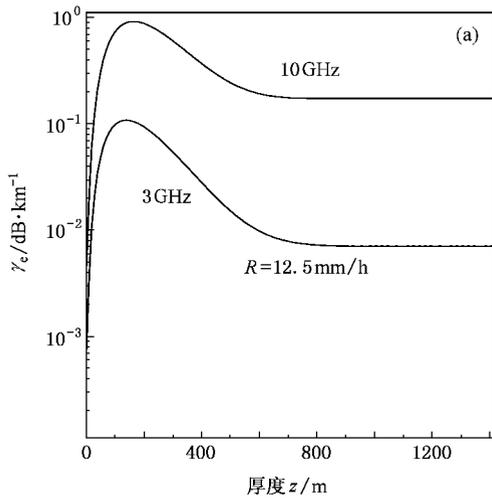


图 2 对于不同频率的电磁波, 特征衰减因子  $\gamma_c(z)$  随融化层厚度的变化. 粒子尺寸分布为 Gamma 分布. (a) 电磁波频率为 3 和 10 GHz; (b) 电磁波频率为 35 和 94 GHz.

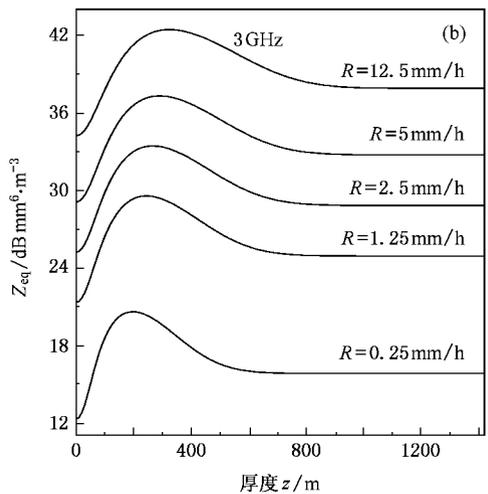
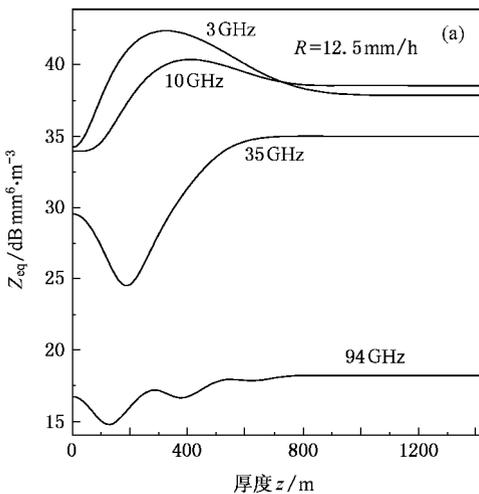


图 3 对于不同频率的电磁波和不同的降雨率, 雷达反射率因子  $Z_{eq}(z)$  随融化层厚度的变化. 粒子尺寸分布为 Gamma 分布. (a) 电磁波频率为 3, 10, 35 和 94 GHz, 降雨率为 12.5 mm/h; (b) 电磁波频率为 3 GHz, 降雨率为 0.25, 1.25, 2.5, 5 和 12.5 mm/h.

率. 从图 4 可以看出, 当频率较低时, 其差别非常小, 随着频率的增大, 两者差别增大, 但是其特点却是完

全相同的. 在实际应用中应根据测量结果选择雨滴的尺寸分布.

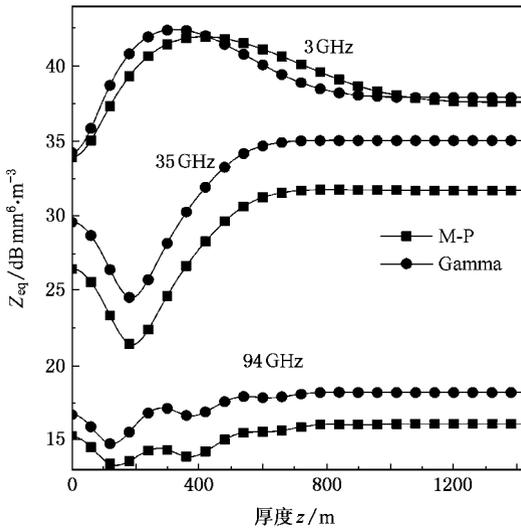


图 4 对于不同频率的电磁波,两种不同尺寸分布的融化层的雷达反射率

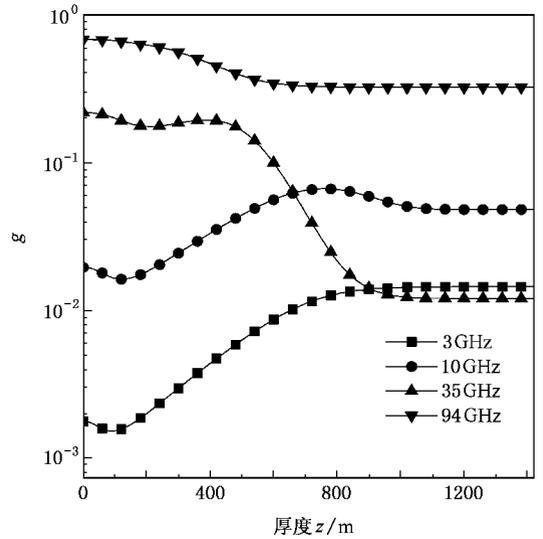


图 5 对于不同频率的电磁波,不对称因子  $g$  的垂直廓线

### 5. 蒙特卡罗方法计算融化层的反射率

蒙特卡罗方法是通过跟踪每一个光子的散射过程和传输路径<sup>[12]</sup>来计算粒子层的散射特性.假设强度归一化的非极化平面波沿  $z$  方向平行入射,选择入射面为  $yz$  平面,忽略边界反射.根据 Lambert-Beer 定律,光子在融化层中随机游走时,运行光学厚度为  $\Delta\tau_{\text{scat}}$  而不被散射的概率为  $p = \exp(-\Delta\tau_{\text{scat}})$ .由累积概率函数  $\Delta\tau_{\text{scat}}$  可以取为

$$\Delta\tau_{\text{scat}} = -\ln\rho = \sum_0^n \sigma_{\text{scat}} \times dL, \quad (27)$$

式中  $\rho$  为 0—1 之间的均匀随机数,  $dL$  为融化层的几何厚度步长.这样我们可以通过(27)式得到粒子每次运行的几何距离.每次碰撞后,只要光子没有被吸收或者没有离开融化层,必须根据光子所处的位置确定新的散射方向.本文中融化粒子的尺寸参数 ( $\alpha = 2\pi/\lambda a$ ) 较小,因此可以用 Henyey-Greenstein (HG) 相函数来模拟融化粒子的散射特性.对于 HG 相函数,新的散射方向可以通过计算累积概率函数得到解析形式,即

$$\cos\nu = \frac{1}{2g} \left[ 1 + g^2 - \left( \frac{g^2 - 1}{2g\rho - g - 1} \right)^2 \right], \quad (28)$$

$$\psi = 2\pi\rho, \quad (29)$$

式中  $\psi$  为方位角,  $\nu$  为局部坐标系的散射角,  $g$  为不对称因子,  $\rho$  为 0—1 之间的均匀随机数.

由于融化层中粒子的特性随厚度  $z$  是连续变化

的,因此必须确定粒子每次碰撞后的位置坐标,进而确定它的相函数.由于 HG 相函数仅是不对称因子的函数,我们计算了不对称因子的垂直廓线,如图 5 所示.从图 5 可以看出,随着频率的增大,不对称因子也在增大,这是因为当频率较低时,粒子的尺寸参数很小,因此其散射接近于瑞利散射,即各向同性散射.

要对光子的散射方向和位置进行跟踪,必须建立坐标系.设光子由第  $m$  个粒子散射到第  $m+1$  个粒子时,粒子的位置矢量和光子运动方向的单位矢量分别表示为  $r_m, \hat{s}_m$  和  $r_{m+1}, \hat{s}_{m+1}$ ,如图 6 所示.选取原点固定在第  $m$  个粒子所在位置的坐标系为  $x_1, y_1, z_1$ .令  $z_1$  的方向和  $\hat{s}_m$  一致,  $y_1$  在包含  $z_1$  且垂直于原坐标系中  $xy$  平面的一个平面  $p$  内,则  $x_1$  与  $p$  平面垂直.  $\hat{s}_{m+1}$  是单位矢量,它在  $xyz$  坐标系和  $x_1 y_1 z_1$  坐标系中的分量亦即其方向余弦分别用  $U, V, W$  和  $U_1, V_1, W_1$  表示.在图 7 中,已把  $xyz$  的原点平移到第  $m$  个散射粒子所在的位置.由此,这两组方向余弦之间的关系可以通过将  $x_1 y_1 z_1$  坐标系两次旋转变换到  $xyz$  坐标系而求出.

设在  $xyz$  坐标系中  $r_m$  和  $r_{m+1}$  的坐标分别为  $(x', y', z')$  和  $(x, y, z)$ , 则两次散射间的坐标关系为

$$\begin{aligned} x &= x' + UL, \\ y &= y' + VL, \\ z &= z' + WL. \end{aligned} \quad (30)$$

在原坐标系内方向余弦  $(U, V, W)$  满足

$$\begin{aligned}
 U &= U_1 \sin \phi' + V_1 \cos \theta' + W_1 \cos \phi' \sin \theta', \\
 V &= -U_1 \cos \phi' + V_1 \sin \theta' \cos \theta' \\
 &\quad + W_1 \sin \phi' \sin \theta', \\
 W &= -V_1 \sin \theta' + W_1 \cos \theta'.
 \end{aligned}
 \tag{31}$$

这里  $L$  是从  $r_m$  至  $r_{m+1}$  的距离, 可由 (27) 式计算得到.  $\hat{s}_{m+1}$  在  $x_1 y_1 z_1$  坐标系中的三个方向余弦为  $U_1 = \sin \nu \cos \psi$ ,  $V_1 = \sin \nu \sin \psi$ ,  $W_1 = \cos \nu$ , 如图 7 所示. 图 7 中的  $\nu$  和  $\psi$  可由 (28) 和 (29) 式计算. 重复应用 (27)–(31) 式, 就能对光子的位置和散射方向进行跟踪计算.

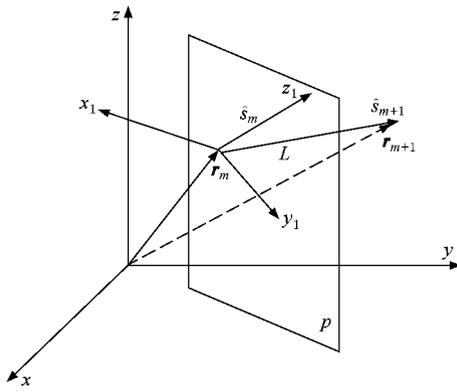


图 6 粒子位置与光子散射方向的关系

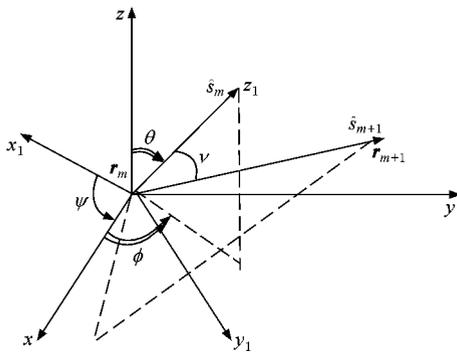


图 7 粒子坐标系与原坐标系中散射方向的关系

在本文的仿真中, 我们采用了 Mayer<sup>[4]</sup>的方法, 将吸收作单独处理. 沿着光子的运动路径对吸收系数进行积分, 得到总的吸收光学厚度  $\tau_{\text{abs}}$ , 当光子离开融化层时, 每一个光子的出射能量都乘以一个权重因子  $\exp(-\tau_{\text{abs}})$ . 本文中我们假设光子不被吸收的概率小于光子临界生存概率  $w_c$  (取  $w_c = 10^{-10}$ ) 时, 则表示光子被吸收, 且每次计算中所取的光子数为  $10^5$  个. 当光子的位置  $z > h$  或  $z < 0$  时, 表示光子从介质中逃逸.

根据蒙特卡罗方法, 我们计算了不同降雨率时融化层对 94 GHz 电磁波的反射率, 结果如图 8 所示. 图中横坐标  $\mu_0 = \cos \nu_0$  表示入射角余弦. 从图 8 可以看出, 降雨率越高, 融化层的反射率越大. 这是因为降雨率大的融化层中包含的粒子尺寸更大, 其对光的衰减也就更大, 即降雨率大的融化层有更厚的光学厚度, 这就使其透射率降低而反射率加强. 图 9 给出了融化层对三种不同频率电磁波的反射, 显然, 频率越高反射率越大. 这是因为电磁波频率越高, 粒子的尺寸参数越大, 因而对光的后向散射加强.

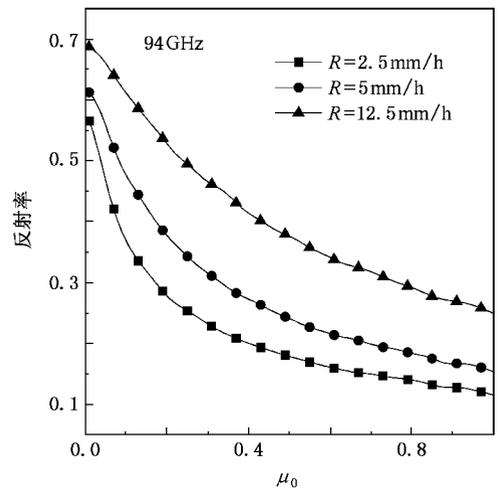


图 8 对于不同的降雨率, 融化层对 94 GHz 电磁波的反射率

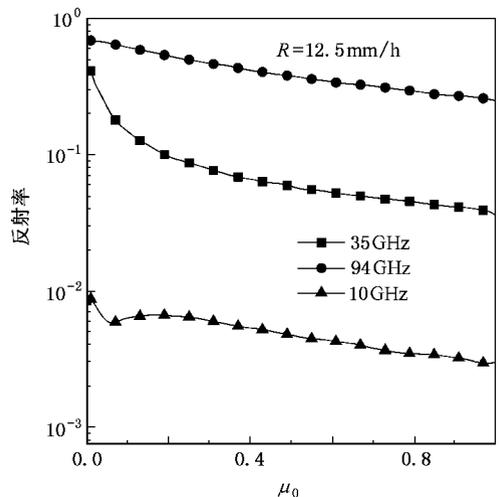


图 9 融化层对三种不同频率电磁波的反射率 降雨率为 12.5 mm/h

作为比较,我们计算了两种不同尺寸分布的融化层的反射率,结果如图 10 所示.从图 10 可以看出,由两种不同尺寸分布得到的反射率有微小的差别.因此在实际应用时,应当选择更适合的尺寸分布.

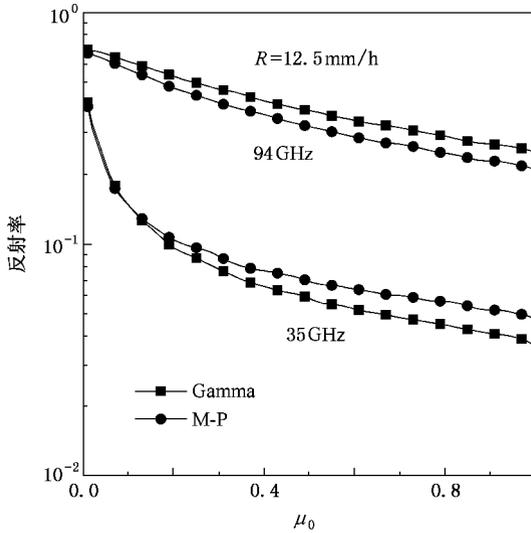


图 10 两种不同尺寸分布的融化层的反射率 入射频率为 35 和 94 GHz

## 6. 结 论

本文根据 Mie 理论,计算了 1—100 GHz 的频率范围内融化层的单位距离特征衰减因子和雷达反射率的垂直廓线.比较了两种不同尺寸分布融化层的雷达反射率.结果表明两种雷达反射率虽略有差别,但是都能在 20 GHz 以下观测到雷达亮带现象,这与实验结果是符合的.计算了 1—100 GHz 的频率范围内不对称因子的垂直廓线,并利用 HG 相函数模拟了融化层的单次散射相函数.用蒙特卡罗方法计算了降雨率为 12.5 mm/h 时整个融化层对 10, 35 以及 94 GHz 的电磁波的反射率;同时计算了不同的降雨率时融化层对 94 GHz 电磁波的反射率.计算结果表明:对于相同的降雨率,频率越高反射越强;而对于相同频率的电磁波,降雨率越高反射越强.最后对两种不同尺寸分布(M-P 分布和 Gamma 分布)进行了比较,结果表明由两种不同尺寸分布得到的反射率稍有差别.本文的计算方法可以用于对融化层的遥感,数值结果也可以用于计算融化层对太阳光的反射.

- [ 1 ] Zhang W 1994 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **42** 492
- [ 2 ] Zhang W 1994 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **42** 347
- [ 3 ] Sun X M, Han Y P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 682 ( in Chinese )  
[ 孙贤明、韩一平 2006 物理学报 **55** 682 ]
- [ 4 ] Mache A, Mitchel D L, Breman L V 1999 *Phys. Chem. Earth B* **24** 237
- [ 5 ] Roberti L, Kummerow C 1999 *J. Geophys. Res.* **104** 2093
- [ 6 ] Shi N, Gu J Q, Yi Y M et al 2005 *Chin. Phys. Lett.* **14** 844
- [ 7 ] Rasmussen R M, Levizzani V, Pruppacher H R 1984 *J. Atmos. Sci.* **41** 381
- [ 8 ] Wu Z S, Guo L X, Ren K F 1997 *Appl. Opt.* **36** 5188
- [ 9 ] Han Y P, Wu Z S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 57 ( in Chinese ) [ 韩一平、吴振森 2000 物理学报 **49** 57 ]
- [ 10 ] Lhermitte R M 1988 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **26** 207
- [ 11 ] Kozu T, Nakamura R, Meneghini R 1991 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **29** 690
- [ 12 ] Wang L, Xu Z H, Feng H J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2694 ( in Chinese ) [ 王 凌、徐之海、冯华君 2005 物理学报 **54** 2694 ]

# Monte Carlo simulation of backscattering by a melting layer of precipitation \*

Sun Xian-Ming Han Yi-Ping Shi Xiao-Wei

( School of Science , Xidian University , Xi'an 710071 , China )

( Received 12 July 2006 ; revised manuscript received 14 December 2006 )

## Abstract

The melting snow particles on top of clouds form the melting layer of precipitation. The melting process starts with the snow particles falling, so the microphysical characteristics of the melting layer vary continuously in vertical direction. In this paper, a Monte Carlo simulation model for the melting layer is developed, and the melting snow particles are modeled by more practical three-layered spherical particles. The size distribution of the melting snow particles is derived from the raindrops size distribution. Vertical profiles of radar reflectivity and specific attenuation factor are computed at 5, 10, 35 and 94 GHz using the Mie theory at rain rates below 12.5 mm/h. It is shown that the radar bright band can be absent in the melting layer at frequencies above 20 GHz. This agrees with radar observations at 35 and 94 GHz. Based on the radiative transfer theory, the Monte Carlo method is used to compute the reflectivity of the melting layer whose microphysical characteristics are continuous in vertical direction. We compared the reflectivity of the melting layers with two different size-distributions (Gamma size distribution and Marshall-Palmer size distribution). These provided theoretical and numerical basis for radar remote sensing of the melting layer with high frequencies electromagnetic waves.

**Keywords** : melting layer of precipitation, Monte Carlo method, backscattering, electromagnetic waves

**PACC** : 4110H, 4225B, 9265D

\* Project supported by the Program for the New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education, China ( Grant No. NECT-04-0949 ).