

随机相位扰动抑制激发介质中漂移的螺旋波^{*}

马 军^{1)†} 靳伍银³⁾ 李延龙^{1)‡} 陈 勇²⁾

1) 兰州理工大学物理系, 兰州 730050)

2) 兰州大学理论物理研究所, 兰州 730000)

3) 兰州理工大学机电工程学院, 兰州 730050)

(2006 年 5 月 11 日收到, 2006 年 10 月 31 日收到修改稿)

研究了一类二维变量描述的激发系统中漂移螺旋波的抑制问题. 通过在整个系统中局部注入带随机相位的电信号, 如在系统 256×256 格点的边界或中心区域中选取 4×4 或者 5×5 格点区域施加一个带随机相位的外部激励电信号, 在系统内部产生一个持续的靶波信号, 实现靶波对螺旋波的动力学竞争. 数值计算表明, 该方法对于 Barkley 模型中螺旋波有很强的抑制作用, 与简单的局部周期信号驱动比较, 具有暂态过程比较短的特点, 而且对于时空噪声具有一定的抗干扰性. 在一定的噪声范围内, 即使系统出现不均匀性, 也可以观测到靶波, 新出现的靶波对螺旋波有抑制作用.

关键词: 螺旋波, 靶波, Barkley 模型, 随机相位

PACC: 8730C, 0545, 0250

1. 引 言

在非线性物理研究领域中, 时空扩展系统的动力学特性一直是近年来关注的重点之一. 时空扩展系统一般都具有复杂特性, 如生物系统、Internet、社会网络和宇宙等, 对于这些复杂性的研究也提出了一些简化的模型, 如耦合映像格子与反应扩散方程等. 随着全世界社会经济的发展, 人的健康问题备受关注, 因此, 基于部分实验结果针对人的大脑、心脏病理和星系等提出了一些模型, 并从非线性动力学方面展开了广泛的研究^[1-5].

螺旋波(spiral waves)的研究一直是非线性交叉学科斑图动力学的一个重要课题. 螺旋波广泛存在于生物、物理、化学系统和宇宙中^[6-21], 如液晶中的 Ising-Block 相变、流体中的 Rayleigh-Benard 对流、黏性霉菌群体的自组织演化、卵细胞中的钙离子波、心脏中的电信号、铂金表面一氧化碳的氧化反应^[6-8]、反应扩散系统中的化学波和星云^[3, 10, 11]等. 研究螺旋波有着重要的应用价值^[12-23]. 近年来的心脏实验研究表明, 心动过速及心颤致死与螺旋波的自组织及螺旋波破裂有密切的关系. 正常的心脏由一个靶波

源(窦房结)控制, 靶波断开后产生螺旋波, 对应于心率过速, 螺旋波失稳至螺旋波湍流态, 系统开始进入时空混沌, 对应于心颤^[13, 17, 18, 21], 而心颤致死的过程与螺旋波的失稳有密切的关系. 怎样消除心脏中的螺旋波肌电信号是当前心脏病理学研究的热点之一, 从控制螺旋波的角度看, 主要为电信号刺激、光照和药物刺激. 电信号刺激控制主要是直接用周期的电信号来激励系统, 或将系统置于外加的电场、磁场(如通电螺旋管和均匀强电场等). 对于心颤, 目前比较成熟的方法是心颤发生时在患者心脏上加一个 5000 V 左右的瞬时电压使心脏暂停(闭腔控制), 或者采用开腔方法将大约 600 V 电压直接加在心脏上将心脏打停, 使得螺旋波肌电信号消失, 然后使心脏重新起搏, 这种方法虽然有效, 但给患者带来很大痛苦, 而且具有一定的偶然性.

理论计算表明, 如果能够掌握螺旋波的运动规律, 5 mV 左右的电压就可以将心脏中的螺旋波引出心脏. 目前主要采用电信号局部刺激来产生靶波和改变系统参数(空间扰动)等^[9, 16-18]使螺旋波的波尖被驱赶到系统边界, 使波尖与边界碰撞而消除, 而系统自身的拓扑缺陷并没有消除, 一旦受到激发则可能重新产生螺旋波, 同时该方法也面临暂态过程比

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10572056, 10305005, 10405018)和甘肃省自然科学基金(批准号: 3ZS042-B25-021)资助的课题.

[†] E-mail: hyperchaos@163.com

较长的问题.从可行性角度看,抑制心脏中的螺旋波和预防心颤的关键在于控制方法对时空噪声的抗干扰性、达到控制目标的暂态过程的长短、刺激信号的强弱选择、对于反复或重复激发的螺旋波是否具有动态竞争和自适应性.这些研究将帮助科学家得到关于斑图形成、预防心率过速及心颤致死的重要信息.

由于稳定旋转的螺旋波的波尖容易探测到,在确定了波尖位置后,希望通过外加电场或简单的周期信号就可以在一段时间内使波尖远离系统中心,而漂移的螺旋波的波尖运动比较复杂,本文将讨论外界带随机相位的弱信号在局部刺激下对系统漂移螺旋波的抑制问题.

2. 螺旋波的形成和特征

我们所熟悉的行波表现为平行的波前和波后完全一致地传播,而螺旋波的波前和波后在顶点处融为一体,形成具有奇异性结构的螺旋波顶点,为一类拓扑缺陷.它在许多方面与其他类型的拓扑缺陷有着相似的性质,如超流、超导、Bose-Einstein 凝聚中的旋涡、矢量序参数的线缺陷、光束中的波位错、宇宙时空拓扑缺陷等等.在螺旋波中,螺旋波顶点邻域的波前曲线具有较大的曲率,因此运动较慢,其他各处的传播速度均随曲率减小而增大,因而螺旋波的波前曲线卷曲成螺旋状.本质上,螺旋波是一种行波,它可以存在于激发介质和振荡介质中.作为时空斑图的重要研究内容,在实验和数值仿真上都能观测到螺旋波,并对螺旋波控制进行了许多的讨论和研究.从动力学方程角度,耦合映像格子和反应扩散方程常用于模拟螺旋波的特征.

任意的以反应扩散方程描述的两变量激发系统可表示为

$$\begin{aligned} \partial u / \partial t &= f(u, v, \mu) + D_u \nabla^2 u, \\ \partial v / \partial t &= g(u, v, \mu) + D_v \nabla^2 v, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 u, v 是系统的两个变量, $f(u, v, \mu)$ 是非线性函数, $g(u, v, \mu)$ 可以是线性或非线性函数, μ 是系统参数, D_u 和 D_v 是扩散系数.在恰当的参数下,系统(1)可以出现稳定旋转的螺旋波、漂移的螺旋波或者观测到时空混沌以及丰富的斑图.在描述心脏电信号的传播中, u, v 分别代表膜间电位和恢复电流.在 Belousov-Zhabotinsky (BZ) 反应中,分别代表次溴酸盐浓度和亚铁菲绕啉离子(ferroin)浓度.将系统(1)的方程在平衡点 (u_0, v_0) 附近进行泰勒级数展

开,并忽略高阶项.

$$\begin{aligned} u &= u_0 + u', \\ v &= v_0 + v'; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \partial_t u' &= a_{11} u' + a_{12} v' + D_u \nabla^2 u', \\ \partial_t v' &= a_{21} u' + a_{22} v' + D_v \nabla^2 v'. \end{aligned} \quad (3)$$

这里

$$\begin{aligned} a_{11} &= \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{u_0, v_0}, \\ a_{12} &= \left. \frac{\partial f}{\partial v} \right|_{u_0, v_0}, \\ a_{21} &= \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{u_0, v_0}, \\ a_{22} &= \left. \frac{\partial g}{\partial v} \right|_{u_0, v_0}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \sum_k \begin{pmatrix} c_k^1 \\ c_k^2 \end{pmatrix} \exp(\lambda_k t + i k u' + i k v') + c. c., \quad (5)$$

$$\lambda_k \begin{pmatrix} c_k^1 \\ c_k^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} - k^2 D_u & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - k^2 D_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_k^1 \\ c_k^2 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$\lambda_k^2 - r_k \lambda_k + \Delta_k = 0, \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} r_k &= a_{11} + a_{12} - k^2(D_u + D_v) \\ &= r_0 - k^2(D_u + D_v), \\ \Delta_k &= a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12} \\ &\quad - k^2(a_{11} D_v + a_{22} D_u) + k^4 D_u D_v \\ &= \Delta_0 - k^2(a_{11} D_v + a_{22} D_u) + k^4 D_u D_v, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\lambda_k = [r_k \pm \sqrt{r_k^2 - 4\Delta_k}].$$

Hopf 分岔是一类非平衡相变,发生在系统从稳定焦点到非稳定焦点的过程中,系统开始由时空均匀态过渡到周期振荡态.当 $\Delta_k > 0$ 时, Hopf 分岔出现在临界点 $r_k = 0$, 此时满足

$$r_k = r_0 - k^2(D_u + D_v) \leq r_0.$$

当 $D_u, D_v > 0, k = 0$, 则系统的本征角频率 $\omega_0 = \sqrt{\Delta_0}$ 特征值 $\lambda_0 = \pm i\omega_0$.在不同的参数条件下,会出现不同的振荡角频率.在可激发情况下,不同频率的螺旋波之间出现竞争,较高频率的螺旋波将吞并低频率的螺旋波,同频率的螺旋波之间相互共存,使时空扩展系统出现丰富的斑图.

3. 螺旋波的控制

时空扩展系统内部存在着一定的耦合作用,任

何外部刺激都会改变系统的动力学特性,其原因在于间接改变了系统的参数结构.因此,对于时空扩展系统动力学行为的影响,最直接的方法就是反馈方法^[22]和信号刺激(外部信号或者内部信号)^[23-26]并同时考虑外界噪声对螺旋波和非线性系统的影响^[27-31].周期信号激励是常用的方法^[23-26],从控制可行性角度看,信号的强度选择、系统控制区域以及控制周期的选择非常重要.因为太强的控制信号可能毁坏系统,比较大的复杂系统不可能实现全局控制,而局部控制下部分方法可能导致达到控制目标的暂态过程太长.消除了螺旋波之后,是否还会存在螺旋波的重新激发,这也是一个值得关注的问题,因此动态自适应控制方法值得探索.控制螺旋波的目标,包括将螺旋波的抑制、将系统控制到均匀态^[32,33]或者将系统转化成靶波^[34]并同时追踪螺旋波波尖的轨迹^[20,35].考虑到随机相位可以用来控制一些混沌系统^[36-38],这里在局部周期信号刺激产生靶波^[23-26]的基础上采用带随机相位的电信号来刺激系统,在比较弱的信号强度和更小的控制区域(如 4×4 格点)使系统在比较短的暂态过程下出现靶波,从而抑制螺旋波.虽然周期信号局部刺激也可以产生靶波,但数值计算表明:同等刺激强度下周期信号的频率只有接近于系统螺旋波的旋转频率时才能缩短系统产生靶波并消除螺旋波的时间,但仍然需要经历一个比较长的暂态时间.另外,在外部周期信号刺激下系统螺旋波的旋转频率已经发生了改变,原因在于外界的信号刺激改变了系统的参数结构.因此,需要对外界驱动的周期信号的频率进行动态调整,实现始终与系统螺旋波的频率尽可能一致来实现共振,以达到缩短暂态过程的目的.进一步考虑产生靶波信号的条件.理论上,对于系统局部施加恰当幅度的随机信号也可能产生靶波,但如果考虑到时空噪声的影响,随机信号刺激下系统螺旋波会加速破裂.最近,我们通过大量的数值模拟发现:如果在一个周期信号中增加随机相位,进一步考虑噪声的影响后,可在一定程度上提高了抗噪声干扰能力.

考虑在系统(1)第一式的等号右端施加如下一个电信号或者光照,

$$G = k \cos(\omega t + \phi_{\text{ran}}) \delta(x - x_m) \delta(y - y_n), \quad (9)$$

其中 k 是外部刺激信号的强度, ω 是外部施加信号的角频率, ϕ_{ran} 代表随机信号导致的相位, $\delta(x - x_m)$, $\delta(y - y_n)$ 代表信号刺激的位置,满足 $\delta(x) = 1$ ($x = 0$), $\delta(x) = 0$ ($x \neq 0$). (9)式的信号,相当于在

时空扩展系统的局部区域施加一个带随机相位的信号,在描述心脏系统的Barkley模型中相当于用一个带随机相位的电信号来局部刺激系统,在BZ反应中可以理解为在局部区域调节光照的强度.从信号处理角度看,可以产生各种相位的信号,这里可以把随机相位选择为 $0-1$, $0-\pi$, $0-2\pi$ 等,控制区域可以在系统边界或者系统内部.

在这里把要研究的系统划分为 256×256 个格点,与文献[26]不同的是,这里引入了随机相位,在一个 4×4 或者 5×5 格点区域内施加控制信号(9)式,通过数值计算观测(均匀和非均匀介质)Barkley模型中漂移螺旋波的演化.

Barkley模型表述如下:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \epsilon^{-1} u(1-u) \left(u - \frac{v+b}{a} \right) + D \nabla^2 u, \quad (10a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = f(u) - v,$$

$$f(u) = \begin{cases} 0 & (0 \leq u < 1/3), \\ 1 - 6.75u(u-1)^2 & (1/3 \leq u \leq 1), \\ 1 & (1 < u), \end{cases} \quad (10b)$$

其中各变量的意义可参见文献[3,26,32-34].本文选取参数 $a = 0.84$, $b = 0.07$, $\epsilon = 0.02$,扩散系数 $D = 1$ 和恰当的初始值来产生一个稳定旋转的螺旋波(图1(a))^[26,32],然后将系统的参数调整为 $\epsilon = 0.065$ 来获得漂移的螺旋波,研究带随机相位的信号(9)式施加在系统(10a)中第一式等号右端后对系统的影响,研究带随机相位的外部信号在局部刺激下能否对螺旋波加以抑制.

4. 数值计算与分析

整个系统被划分为 256×256 个格点,时间积分步长选取0.02,考虑非开流边界条件,采用欧拉向前差分方法进行积分.对于系统(10),刺激信号(9)式的 $\omega = 2\pi/4.17$ 相位选择 $0-1$.对于不同 ω 和反馈系数 k 以及噪声强度下局部刺激信号(9)式对系统漂移螺旋波的抑制问题,图1—图12给出了漂移螺旋波在被控制后随时间 t 的演化图.

从图1和图2可以看出,系统的螺旋波很快被转化成靶波,而且具有稳定性.对比图1(b)和图2(b)可以看出,在同等条件下(相同相位和控制区域)较大的反馈强度并不一定导致相对较短的暂态过程.

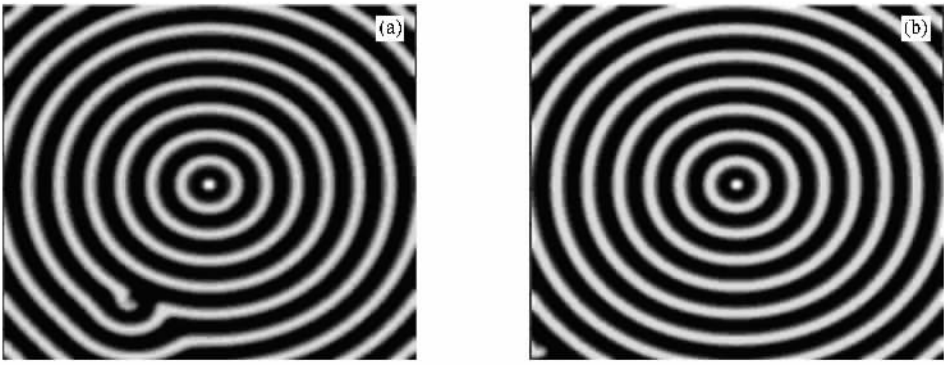


图 1 当刺激信号强度 $k = 2.0$, $\omega = 2\pi/4.17$ 时漂移螺旋波随时间 t 的演化 控制区域为 $125 < i, j < 131$.
(a) $t = 200$ (b) $t = 300$

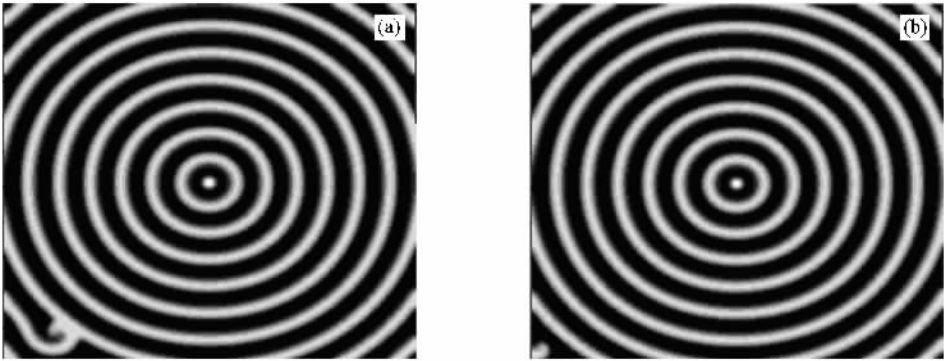


图 2 当刺激信号强度 $k = 2.5$, $\omega = 2\pi/4.17$ 时漂移螺旋波随时间 t 的演化 控制区域为 $125 < i, j < 131$.
(a) $t = 300$ (b) $t = 350$

进一步提高反馈系数并考虑上述随机相位扰动法对时空噪声的响应. 时空噪声定义为 $\eta(x, y, t)$,

$$\begin{aligned} \eta(x, y, t) &= 0, \\ \eta(x, y, t)\eta(x', y', t') &= k_0 \delta(x - x') \delta(y - y') \delta(t - t'). \end{aligned}$$

从图 3 可以看到, 即使考虑时空噪声, 上述的

方法也可以很快将漂移的螺旋波转化成稳定的靶波. 与图 2 的结果比较后可知, 时空噪声的引入反而加速了靶波的出现, 缩短了暂态过程. 下面将控制区域限制在 $126 < i, j < 131$ 的 4×4 格点上, 进一步研究缩小控制区域后随机相位扰动法的有效性.

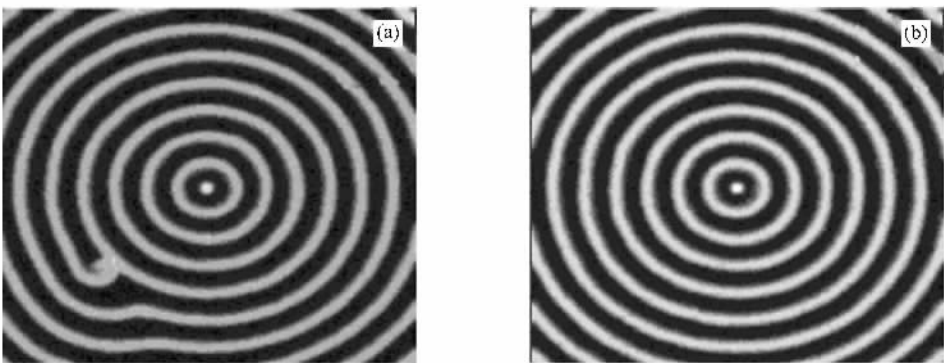


图 3 当刺激信号强度 $k = 2.5$, $\omega = 2\pi/4.17$, 噪声强度 $k_0 = 0.004$ 时漂移螺旋波随时间 t 的演化 控制区域为 $125 < i, j < 131$. (a) $t = 150$ (b) $t = 250$

从图 4 可以看出,在 4×4 格点上施加周期信号也可以很快将螺旋波转化成稳定的靶波.与图 1 的结果比较后可知,在控制区域 4×4 下靶波大约出现

在 $t = 350$ 处(相对图 1 滞后约 50 个时间单位).

下面进一步考虑在较小控制区域下时空噪声对控制结果的影响.

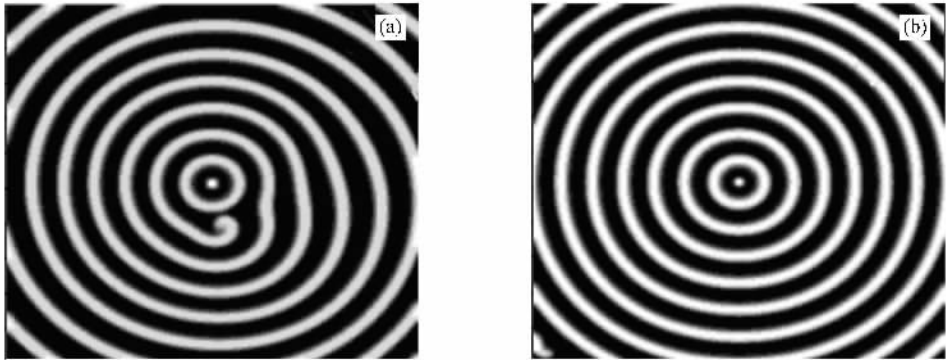


图 4 当刺激信号强度 $k = 2.0$, $\omega = 2\pi/4.17$ 时漂移螺旋波随时间 t 的演化.控制区域为 $126 < i, j < 131$. (a) $t = 50$ (b) $t = 350$

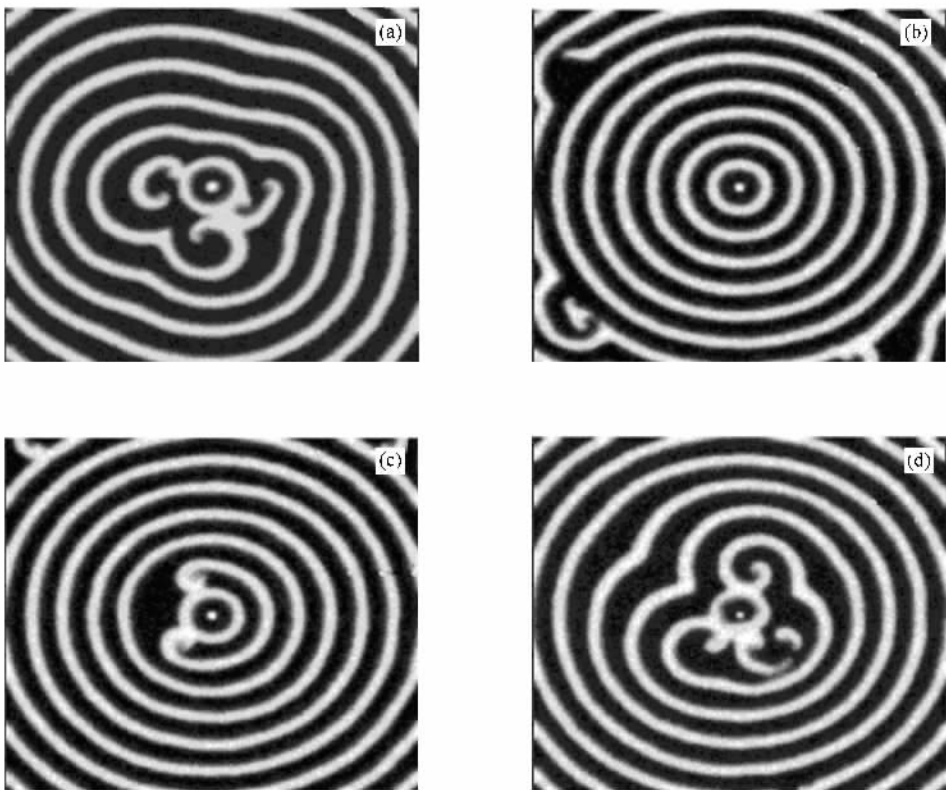


图 5 当刺激信号强度 $k = 2.2$, $\omega = 2\pi/4.17$, 噪声强度 $k_0 = 0.004$ 时漂移螺旋波随时间 t 的演化.控制区域为 $126 < i, j < 131$. (a) $t = 100$ (b) $t = 300$ (c) $t = 350$ (d) $t = 550$

从图 5 可以看出,在控制区域较小时,如果考虑时空噪声影响,较弱的刺激信号也可以暂时消除螺旋波,观察到靶波,但螺旋波与靶波反复竞争,螺旋波成对出现.

进一步增加局部刺激信号的强度,系统的螺旋波仍然可以被新出现的靶波所抑制,和简单的周期信号与等幅度的信号刺激不同,直接增加信号幅度并不能明显地缩短靶波抑制螺旋波的暂态过程,这是由于局部刺激信号(9)式中带有随机相位的特点造成的.

从图 6 可以看出,在没有考虑噪声的情况下,进

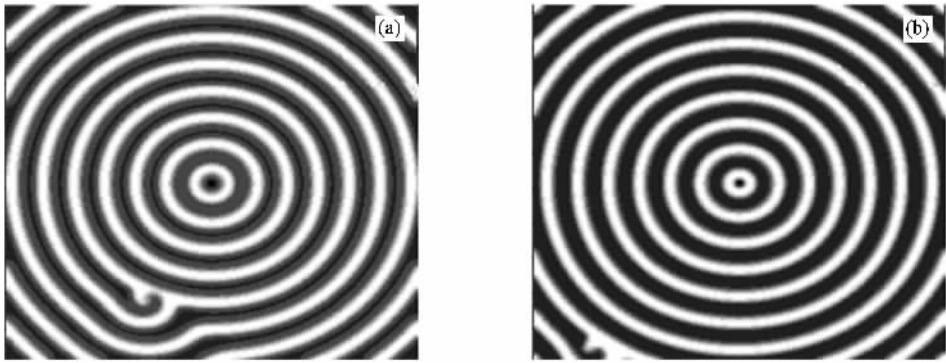


图 6 当刺激信号强度 $k = 4.0$, $\omega = 2\pi/4.17$, 噪声强度 $k_0 = 0.0$ 时漂移螺旋波随时间 t 的演化 控制区域为 $126 < i , j < 131$. (a) $t = 190$ (b) $t = 310$

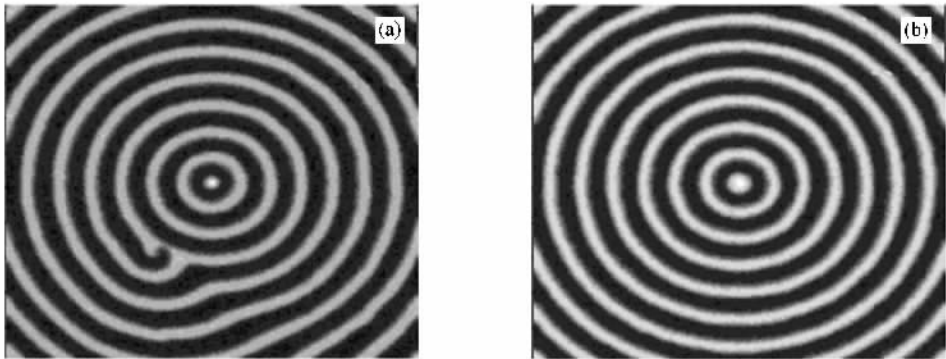


图 7 当刺激信号强度 $k = 4.0$, $\omega = 2\pi/4.17$, 噪声强度 $k_0 = 0.004$ 时漂移螺旋波随时间 t 的演化 控制区域为 $126 < i , j < 131$. (a) $t = 100$ (b) $t = 280$

从图 7 可以看到 , 即使考虑时空噪声的影响 , 在 4×4 格点区域上进一步增加刺激信号的强度 , 仍然可以使新出现的靶波彻底地对螺旋波加以抑制 . 图 6 和图 7 的结果表明 , 时空噪声的引入相对加速了靶波的出现并缩短了靶波抑制螺旋波的暂态过程 .

以上对 Barkley 模型螺旋波在带随机相位($0 - \pi$)信号的局部刺激下进行了数值测试 , 结果表明 : 以 (9) 式表示的控制方法可以使系统出现新的靶波 , 靶波可以在较短的时间内将系统的漂移螺旋波加以抑制 , 对于时空噪声也具有一定的抗干扰性 . 我们也选取了其他的 ω 值 , 如 $\omega = 0.2\omega_0 , 0.4\omega_0 , 0.8\omega_0$,

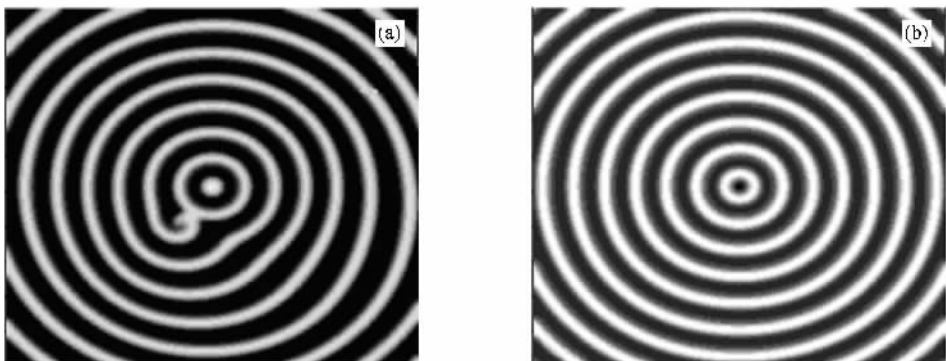


图 8 当刺激信号强度 $k = 4.0$, $\omega = 2\pi/4.17$, 噪声强度 $k_0 = 0.0$, 随机相位在 $0 - \pi$ 之间时 , 对漂移螺旋波的控制结果 控制区域为 $126 < i , j < 131$. (a) $t = 50$ (b) $t = 310$

$1.5\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0, 4\omega_0$, 其中 ω_0 为螺旋波的本征频率, 并选取随机相位在 $0-1$ 之间, 信号强度 $k = 2, 3, \dots$ 等, 观察在这些控制条件下漫游漂移的螺旋波能否在 500 个时间单位内被出现的靶波所抑制. 数值计算表明: 当刺激信号(9)式中的 ω 非常接近系统螺旋波的本征频率时, 将加速靶波的出现并最终抑制掉漂移的螺旋波($t \approx 350$) 而其他的频率在 500 个时间单位内没明显观察到靶波, 也没有把螺旋波

抑制掉. 与简单的周期信号局部刺激不同, 在不考虑噪声的情况下, 简单地增加刺激信号的强度并不能显著缩短靶波抑制螺旋波的暂态过程. 我们也测试了随机相位在 $0-\pi, 0-2\pi$, 控制区域在系统边界时控制器(9)式下对螺旋波漂移的抑制. 数值计算表明, 新出现的螺旋波仍然可以在比较短的暂态过程内将螺旋波加以抑制. 图 8—图 10 给出了随机相位在 $0-\pi$ 之间对飘移螺旋波的控制结果.

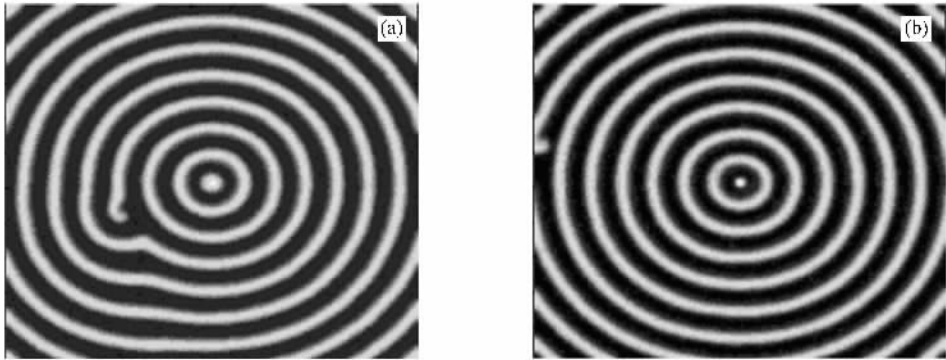


图 9 当刺激信号强度 $k = 4.0$, $\omega = 2\pi/4.17$ 噪声强度 $k_0 = 0.002$ 随机相位在 $0-\pi$ 之间时, 对漂移螺旋波的控制结果. 控制区域为 $126 < i, j < 131$. (a) $t = 100$ (b) $t = 220$

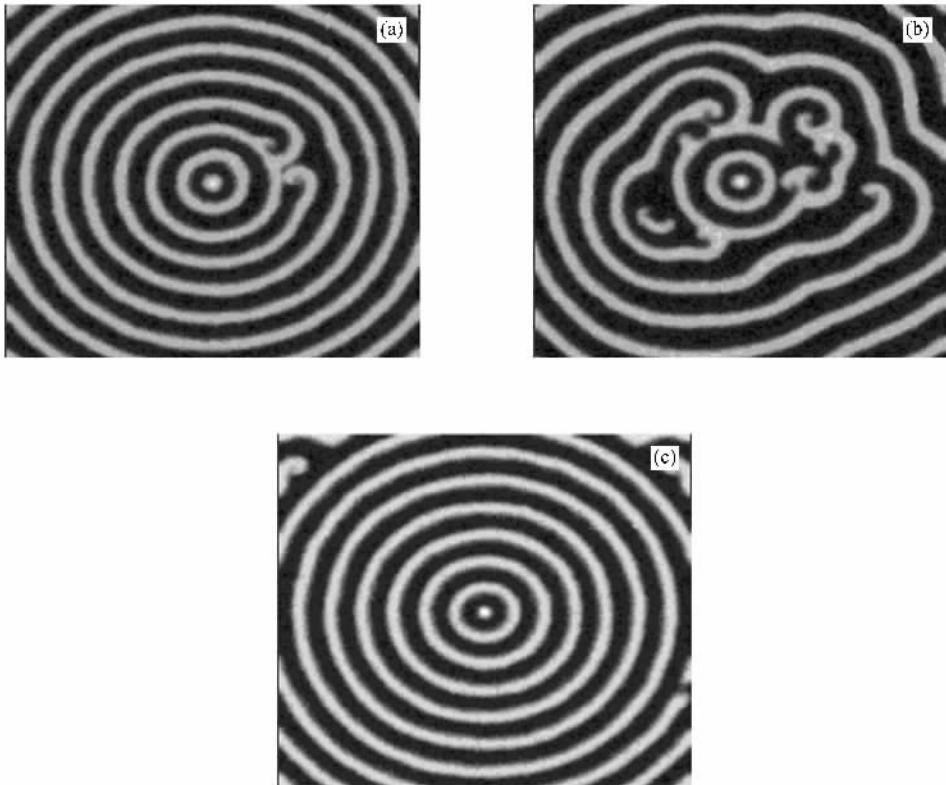


图 10 当刺激信号强度 $k = 4.0$, $\omega = 2\pi/4.17$ 噪声强度 $k_0 = 0.006$ 随机相位在 $0-\pi$ 之间时, 对漂移螺旋波的控制结果. 控制区域为 $126 < i, j < 131$. (a) $t = 600$ (b) $t = 700$ (c) $t = 900$

从图 8—图 10 的数值结果可以看到,随机相位在 $0-\pi$ 之间时对于螺旋波也有很强的抑制作用.相对于无噪声的情况,在较小的噪声下系统出现靶波和抑制螺旋波的暂态过程变短.较大的噪声下也可以出现靶波,但靶波与螺旋波竞争更激烈,导致波尖成对出现并重新被靶波抑制,具有动

态性.

我们还进一步考虑了非均匀系统中螺旋波的抑制问题.在数值计算模拟中,通过对系统(10)的扩散系数进行小幅度的扰动,如扩散系数 $D = 1 + 0.2\sin(x + y)$ 来模拟一个非均匀系统,并考虑了噪声的影响,数值计算结果见图 11 和图 12.

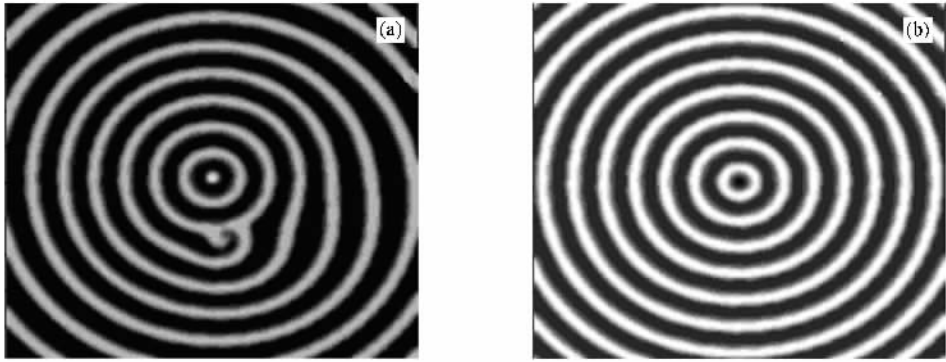


图 11 当刺激信号强度 $k = 3.0$, $\omega = 2\pi/4.17$, 噪声强度 $k_0 = 0.0$, 扩散系数 $D = 1 + 0.2\sin(x + y)$ 时漂移螺旋波随时间 t 的演化. 随机相位在 $0-1$ 之间, 控制区域为 $126 < i, j < 131$. (a) $t = 50$ (b) $t = 190$

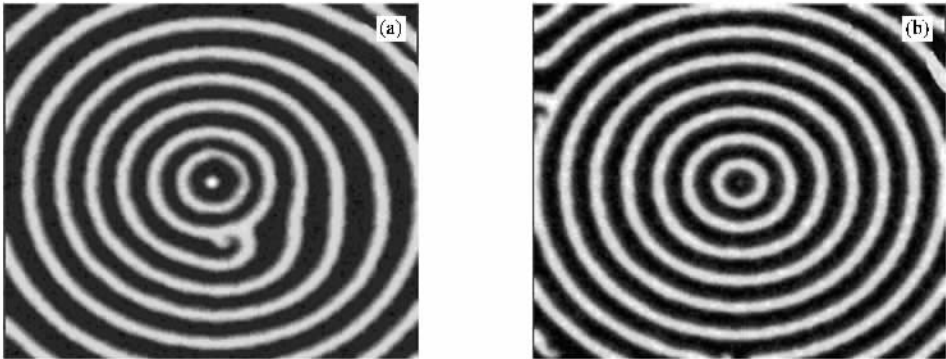


图 12 当刺激信号强度 $k = 3.0$, $\omega = 2\pi/4.17$, 噪声强度 $k_0 = 0.003$, 扩散系数 $D = 1 + 0.2\sin(x + y)$ 时漂移螺旋波随时间 t 的演化. 随机相位在 $0-1$ 之间, 控制区域为 $126 < i, j < 131$. (a) $t = 50$ (b) $t = 220$

数值计算结果表明:在非均匀态下(对扩散系数小扰动)本文方法仍然使系统可以出现新的靶波,即使在一定强度的时空噪声作用下,也可以对螺旋波予以抑制.如果对系统的扩散系数扰动非常大,将导致复杂的斑图,这里不再讨论.

以上通过在系统局部区域注入带随机相位的电信号来抑制 Barkley 模型中的漂移螺旋波,通过数值模拟分别讨论了 5×5 和 4×4 格点区域上施加随机相位信号对系统螺旋波的影响.数值计算结果表明:在如(9)式外部信号刺激下,系统中可以观测到新的靶波,在一定的噪声强度内,即使系统出现非均匀,也仍然可以观测到靶波出现,而且靶波最终可以抑

制掉螺旋波.

5. 结 论

研究了一类激发介质内漂移螺旋波的抑制问题.基于周期信号局部刺激并引入了随机相位,在 5×5 和 4×4 格点上施加作用.数值计算表明:系统的螺旋波很快被新出现的靶波所抑制,而且对于噪声具有较强的抗干扰性,暂态过程也较短.在非均匀的系统,进一步的数值计算结果表明该方法也是有效的.由于稳定的螺旋波波尖比较容易探测到,只要破坏了螺旋波的波尖,螺旋波自然就被消除.漂移

漫游的螺旋波的波尖探测具有一定的困难,而本文采用的带随机相位信号的局部刺激方法在不需要准确探测波尖的情况下就可以很快将波尖驱赶到边

界,从而对漂移漫游的螺旋波加以抑制.

感谢浙江大学张宏教授提供的部分程序和有益的建议.

- [1] Boccaletti S, Grebogi C, Lai Y C *et al* 2000 *Phys. Rep.* **329** 103
- [2] Boccaletti S, Kurths J, Osipov G *et al* 2002 *Phys. Rep.* **366** 1
- [3] Alexander S M, Kenneth S 2006 *Phys. Rep.* **425** 79
- [4] Temujin G, Mandic D P, Van Hulle M M 2003 *Phys. Rev. E* **67** 046204
- [5] Xi T T, Lu X, Zhang J 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 025003
- [6] Winfree A T 1987 *When Time Breaks Down* (Princeton : Princeton University Press)
- [7] Ouyang Q 2000 *Pattern Dynamics of Reaction Diffusion System* (Shanghai : Scientific and Technological Education Press) (in Chinese)[欧阳颀 2000 反应扩散系统中的斑图动力学 (上海 : 上海科技教育出版社)]
- [8] Witkowski F X, Leon L J, Penkoske P A *et al* 1998 *Nature* **392** 78
- [9] Wang P Y, Xie P, Yin H W 2003 *Chin. Phys.* **12** 674
- [10] Yuan Q R, Zhao L F, Yang Y B *et al* 2005 *Astronom. J.* **130** 2559
- [11] Dong L F, Liu F C, Liu S H *et al* 2005 *Phys. Rev. E* **72** 046215
- [12] Yuan G Y, Yang S P, Wang G R *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1510 (in Chinese)[袁国勇、杨世平、王光瑞等 2005 物理学报 **54** 1510]
- [13] Martyn P N, Alexander V P 2004 *Prog. Biophys. Mol. Bio.* **85** 501
- [14] Chen J X, Zhang H, Li Y Q 2006 *J. Chem. Phys.* **124** 014505
- [15] Liao H M, Zhou L Q, Zhang C X *et al* 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 238301
- [16] Wang P Y, Xie P, Dai J H *et al* 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 4669
- [17] Sinha S, Pande A, Pandit R 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3678
- [18] Yang J Z, Garfinkel A 2003 *Phys. Rev. E* **68** 066312
- [19] Zhan M, Wang X G, Gong X F *et al* 2005 *Phys. Rev. E* **71** 036212
- [20] Zhang S L, Hu B, Zhang H 2003 *Phys. Rev. E* **67** 016214
- [21] Yang J Z, Xie F G, Qu Z L *et al* 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 148302
- [22] Xiao J H, Hu G, Zhang H *et al* 2005 *Euro. Phys. Lett.* **69** 29
- [23] Zhang H, Cao Z J, Wu N J *et al* 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 188301
- [24] Ramos J I 2002 *Chaos Solitons Fract.* **13** 1383
- [25] Yuan G Y, Wang G R, Chen S G 2005 *Euro. Phys. Lett.* **72** 908
- [26] Zhang H, Hu B, Hu G 2003 *Phys. Rev. E* **68** 026134
- [27] Wang H L, Ouyang Q 2005 *Chaos* **15** 023702
- [28] Hou Z H, Xin H W 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 280601
- [29] Lindner B, Garcia-Ojalvo J, Neiman A *et al* 2004 *Phys. Rep.* **392** 321
- [30] Olemskoi A I, Klepikov V F 2000 *Phys. Rep.* **338** 571
- [31] Landa P S, McClintock P V E 2000 *Phys. Rep.* **323** 1
- [32] Ma J, Ying H P, Pu Z S 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 1065
- [33] Ma J, Pu Z S, Feng W J *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4602 (in Chinese)[马 军、蒲忠胜、冯旺军等 2005 物理学报 **54** 4602]
- [34] Ma J, Wei Z Q, Chen Y H *et al* 2005 *Chin. J. Chem. Phys.* **18** 997 (in Chinese)[马 军、魏智强、陈玉红等 2005 化学物理学报 **18** 997]
- [35] Di Z R, Qu Z L, Weiss J N *et al* 2003 *Phys. Lett. A* **308** 179
- [36] Li S, Xu W, Li R H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1049 (in Chinese) [李 爽、徐 伟、李瑞红 2006 物理学报 **55** 1049]
- [37] Li W, Xu W, Zhao J F *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5559 (in Chinese)[李 伟、徐 伟、赵俊锋等 2005 物理学报 **54** 5559]
- [38] Zhang G J, Xu J X 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 557 (in Chinese)[张 广军、徐健学 2005 物理学报 **54** 557]

Suppression of meandering spiral waves in the excitable media due to a perturbation with stochastic phase^{*}

Ma Jun^{1,2,†} Jin Wu-Yin³ Li Yan-Long^{1,2} Chen Yong²

¹ *Department of Physics, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China*

² *Institute of Theoretical Physics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*

³ *College of Mechano-Electronic Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China*

(Received 11 May 2006 ; revised manuscript received 31 October 2006)

Abstract

A new scheme is proposed to suppress the meandering spiral waves in the excitable media, which is described with two-dimensional variables. An external electronic signal with stochastic phase is imposed on a local area; few grids of the system are perturbed, for example, 4×4 and/or 5×5 grid nodes among all the 256×256 nodes, so that a new target wave may occur and competition between the newly generated target wave and the intrinsic meandering spiral waves develops dynamically. The numerical simulation results confirm that it is effective to suppress the meandering spiral wave in the Barkley model. Compared with a simple periodical driving in a local area, it shows some advantages such as shorter transient period to kill the spiral wave, and it is robust to spatiotemporal noise. A new target wave could come into being and will kill the meandering spiral wave even in the anisotropic media of which the diffusion coefficient is a function of space, when the intensity of the spatiotemporal noise is not too strong.

Keywords : spiral wave, target wave, Barkley model, stochastic phase

PACC : 8730C, 0545, 0250

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10572056, 10305005, 10405018) and the Natural Science Foundation of Gansu Province, China (Grant No. 3ZS042-B25-021).

[†] E-mail : hyperchaos@163.com