第 56 卷 第 5 期 2007 年 5 月
1000-3290/2007/56(05)/2585-05
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.56,No.5,May,2007

第二玻恩近似理论研究激光辅助 e-Ar 散射*

孙金锋[1)3)] 王晓飞[1)†] 朱遵略[1)2)] 胡秋波[1)]

1)(河南师范大学物理与信息工程学院,新乡 453007)

2)(四川大学原子与分子物理研究所,成都 610065)

3)(洛阳师范学院物理与电子科学系,洛阳 471022)

(2006 年 6 月 13 日收到;2006 年 10 月 3 日收到修改稿)

在电子入射方向平行于激光场的极化方向这种特殊的散射模式下,应用第二玻恩近似(SBA)理论,分别利用含有极化势的静电屏蔽势和单纯的静电屏蔽势这两种原子势模型对激光场中电子-氩原子散射进行了研究,并与低频近似和实验数据进行了比较.结果表明,第二玻恩近似理论给出的结果与实验符合较好.另外,极化势在激光辅助电子-原子散射中起着重要作用.

关键词:极化势,第二玻恩近似,微分截面,激光场

PACC:3480Q

1. 引 言

随着激光技术的迅速发展,使人们可以获得、控制从远红外到真空紫外波段范围的各种相干辐射源,它们不仅被应用于全息技术、光纤技术、物质科学、生命科学、等离子体物理等领域,而且也成为了一种研究原子体系的有利工具[1—3].激光场中电子-原子散射研究正是在这一背景下应运而生.由于激光场的参与使电子-原子散射体系出现了一些新的过程,如同时电子-光子激发过程、同时电子-光子电离过程等.因此激光场中电子-原子散射过程受到广泛关注[4,5].由于该散射过程是一个三体相互作用过程(即含有电子、靶原子和光子),精确计算非常困难,因此至今仍只能在一些特殊情况下(如本文所研究的激光辅助弹性散射过程正是忽略激光场与靶原子相互作用的一种特殊过程),利用一些近似方法来研究.

早在 1973 年,Kroll 和 Watson[6] 就提出了非常著名的低频近似理论(称作 K-W 公式),它主要是利用非微扰论的方法来计算激光辅助电子-原子散射过程的微分截面.随后 Kruger 等人[7,8] 论证了此公式的正确性,之后一段时间 K-W 公式对分析实验数据起着重要的导向作用.Weingartshofer,Wallbank 和 Holmes 等[9—13] 对激光场中电子与原子的散射过程进行了大量的实验研究,发现大角度散射时,低频近似公式与实验符合得很好,但是在小角度情况下两者存在很大差别.后来,Geltman,Bouzidi 及 Makhoute 等[14—18] 应用不同的方法对此过程进行了理论研究,但在计算中所用的原子势模型都非常简单,忽略了电子、原子和光子参与的三体过程中的许多相互作用.孙金锋等[19,20] 用第二玻恩近似理论计算了激光场中电子与氦原子、氩原子小角度散射时的散射截面,得到了令人满意的结果.本文在此基础上,应用第二玻恩近似理论,利用文中给出的原子势模型,对激光场中电子-氩原子的微分散射截面(DCS)进行了计算,结果与 Wallbank 等[12] 的实验符合得很好.如果没有特殊说明,本文均采用国际单位制.

2. 理论计算

由于每个激光模中含有大量的光子,所以可以用经典的电磁场 $\boldsymbol{E}(t)=E_0\hat{\varepsilon}\sin\omega t$ 来表示空间均匀的单模线性激光场,其对应的矢势 A 可表示为 $\boldsymbol{A}(t)=\frac{c\boldsymbol{E}_0}{\omega}\cos\omega t$,则体系的薛定谔方程为

* 国家自然科学基金(批准号:10574039)和河南师范大学青年科学基金(批准号:2005004)资助的课题.

† E-mail:xfw628@yahoo.com.cn

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial}{\partial t}\Psi_{k}(\boldsymbol{r},t) = \left[\frac{\left(\boldsymbol{P}+\frac{e}{c}\boldsymbol{A}\right)^2}{2m} + V(r)\right]\Psi_{k}(\boldsymbol{r},t), \tag{1}$$

把矢势 A 视为经典数,作变换

$$\Psi_{k}(\boldsymbol{r},t) = \exp\left(-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\int_{-\infty}^{t}\frac{e^2}{2mc^2}\boldsymbol{A}^2(t')\mathrm{d}t'\right)\Phi_{k}(\boldsymbol{r},,t), \tag{2}$$

可以消去(1)式中的 A^2 项,则(1)式变为

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial}{\partial t}\Phi_{k}(\boldsymbol{r},t) = \left[\frac{P^2}{2m} + \frac{e}{mc}\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{A}(t) + V(r)\right]\Phi_{k}(\boldsymbol{r},t), \tag{3}$$

当 $t\to-\infty$ 时,电子和靶原子相距很远($r\to\infty$),其相互作用可以忽略,即 $V(r)=0$.此时系统可以化为自由电子在激光场中运动,其解就是 Volkov 解[21]

$$\chi_{k}(\boldsymbol{r},t) = \exp\left[\mathrm{i}\left(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} - \frac{\hbar k^2}{2m}t - \frac{eE_0}{m\omega^2}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}\sin\omega t\right)\right], \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{k}$ 为电子的波矢量.

取 Volkov 解为基函数,则对应的推迟格林函数为

$$G(\boldsymbol{r},t;\boldsymbol{r}',t') = -\frac{\mathrm{i}}{(2\pi)^2\hbar}\int \mathrm{d}\boldsymbol{k}\chi_{k}(\boldsymbol{r},t) \times \chi_{k}^{*}(\boldsymbol{r}',t')u(t-t'), \tag{5}$$

这里 $u(t-t')$为阶跃函数,则 (3) 式可利用(5)式等价地表示成 Lippmann-Schwinger 方程形式,即

$$\Phi_{k}(\boldsymbol{r},t) = \chi_{k}(\boldsymbol{r},t) + \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}'\int_{-\infty}^{t}\mathrm{d}t' \times G(\boldsymbol{r},t;\boldsymbol{r}',t) \times V(r')\Phi_{k}(\boldsymbol{r},t'). \tag{6}$$

根据含时散射理论,单模激光场中运动的电子在原子势场 $V(r)$的作用下,从初态 $\boldsymbol{k}_i$ 跃迁到末态 $\boldsymbol{k}_f$ 的散射矩阵为

$$S_{\mathrm{fi}} = -\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\langle\chi_{k_\mathrm{f}}|V|\Phi_{k}(\boldsymbol{r},t)\rangle, \tag{7}$$

这里的 Φ_k 是指方程(3)的解,式中 $<||>$ 表示对整个时间和空间积分.仅考虑散射矩阵的前两项:

$$S_{\mathrm{fi}}^{\langle 2\rangle} = S_{\mathrm{fi}}^{(1)} + S_{\mathrm{fi}}^{(2)}, \tag{8}$$

其中

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{fi}}^{(1)} &= -\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\langle\chi_{k_\mathrm{f}}|V|\chi_{k_\mathrm{i}}\rangle \\ &= -2\pi\mathrm{i}\sum_{\nu}\delta(E_{k_f}-E_{k_i} + \nu\hbar\omega)J_{\nu}(\lambda_{\mathrm{fi}})\tilde{V}(k_{\mathrm{fi}}), \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{fi}}^{(2)} &= -\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{d}t\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}'\int_{-\infty}^{t}\mathrm{d}t'\chi_{k_\mathrm{f}}^{*}(\boldsymbol{r},t) \\ &\quad\times V(r)G_{k_q}(\boldsymbol{r},t;\boldsymbol{r}',t')V(r')\chi_{k_\mathrm{i}}(\boldsymbol{r}',t') \\ &= -\frac{1}{(2\pi)^3\hbar^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{d}t\int \mathrm{d}\boldsymbol{k}_{\mathrm{q}}\tilde{V}(k_{\mathrm{fq}}) \\ &\quad\times\tilde{V}(k_{\mathrm{qi}})\sum_{l}\sum_{n}\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}}{\hbar}[E_{\mathrm{f}}-E_{\mathrm{i}}+(l+n)\hbar\omega]t} \\ &\quad\times[(E_{\mathrm{e}}-E_{\mathrm{q}}-n\hbar\omega) \\ &\quad+\mathrm{i}0^{+}]^{-1}J_{l}(\lambda_{\mathrm{fq}})J_{n}(\lambda_{\mathrm{qi}}), \end{aligned} \tag{10}$$

则交换 ν 个光子的 T 矩阵为

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{fi}}^{\langle 2\rangle}(\nu) &= T_{\mathrm{fi}}^{(1)}(\nu) + T_{\mathrm{fi}}^{(2)}(\nu) \\ &= J_{\nu}(\lambda_{\mathrm{fi}})\tilde{V}(k_{\mathrm{fi}}) + \sum_{n}\int \mathrm{d}\boldsymbol{k}_{q}(2\pi)^{-3} \\ &\quad\times\tilde{V}(k_{\mathrm{fq}})\tilde{V}(k_{\mathrm{qi}})J_{(\nu-n)}(\lambda_{\mathrm{fq}})J_{n}(\lambda_{q\mathrm{i}}) \\ &\quad\times[(E_{\mathrm{i}}-E_{q}-n\hbar\omega)+\mathrm{i}0^{+}]^{-1}, \end{aligned} \tag{11}$$

其中 $J_n(\lambda)$为 n 阶第一类贝塞尔函数,$\tilde{V}(k_{\alpha\beta})$为原子势 $V(r)$的傅里叶变换

$$\tilde{V}(k_{\alpha\beta}) = \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\boldsymbol{k}_{\alpha}-\boldsymbol{k}_{\beta})\cdot\boldsymbol{r}}V(r), \tag{12}$$

其他参数为

$$\begin{aligned} E_{\alpha} &= \hbar^2k_{\alpha}^2/2m, \\ \lambda_{\alpha\beta} &= (\boldsymbol{k}_{\alpha}-\boldsymbol{k}_{\beta})\cdot\boldsymbol{\alpha}_0, \\ \boldsymbol{\alpha}_0 &= e\boldsymbol{E}_0/m\omega^2, \\ \alpha,\beta &= \mathrm{i},\mathrm{q},\mathrm{f}, \end{aligned} \tag{13}$$

故交换 ν 个光子的第二玻恩近似微分散射截面为

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)^{\nu} = \frac{k_{\mathrm{f}}(\nu)}{k_{\mathrm{i}}}\left(\frac{m}{2\pi\hbar}\right)^2|T_{\mathrm{fi}}^{\langle 2\rangle}(\nu)|^2. \tag{14}$$

计算时我们采用的原子势模型含有极化势和静电屏蔽势,形式如下(原子单位):

$$V(r) = V_{\mathrm{se}}(r) + V_{\mathrm{p}}(r), \tag{15}$$

其中 $V_{\mathrm{se}}(r)$是静电屏蔽势,用以下形式来描述:

$$V_{\mathrm{se}}(r) = -\frac{Z}{r}\sum_{i=1}^{3}A_i\exp(-\alpha_i r), \tag{16}$$

Z 是原子的核电荷数,参数 A_i 和 α_i 已在文献[22]中给出.则其傅里叶变换形式为

$$\tilde{V}_{\mathrm{se}}(k) = -4\pi Z\sum_{i=1}^{3}\frac{A_i}{\alpha_i^2+|\boldsymbol{k}|^2}, \tag{17}$$

$V_{\mathrm{p}}(r)$是极化势[23]形式如下:

$$V_{\mathrm{p}}(r) = -\frac{\alpha_{\mathrm{p}}}{2(r^2+d^2)^2}, \tag{18}$$

这里 α_{p} 是原子的极化率,参数 d 与 α_{p} 和 Z 的关系为 $d^4=\alpha_{\mathrm{p}}/(2Z^{1/3})$,傅里叶变换为

$$V_{k}^{(\mathrm{p})} = -\frac{\alpha_{\mathrm{p}}}{16\pi d}\exp(-kd). \tag{19}$$

第二玻恩近似中主要困难是对 T_{fi}^{2} 中间态 k_{q} 的积分计算，当电子的入射方向与激光场的极化方向平行时，此积分可以转化为简单的数值积分. 本文就是在此模式下进行计算的.

3. 分析与讨论

应用第二玻恩近似理论，利用(15)式所描述的原子势模型，计算了小角度(5°—25°)情况下激光辅助电子与氩原子散射吸收单光子、双光子和三光子的微分截面. 计算参数如下：入射电子能量 $E_{\mathrm{i}}=10.5\ \mathrm{eV}$，激光场的强度 $I=1.5\times10^{8}\ \mathrm{W/cm^{2}}$，光子频率 $\omega=0.117\ \mathrm{eV}$，为了研究极化势的影响，也利用(16)式计算了同等条件下的散射截面. 同时也利用以下式计算了同等条件下低频近似的结果：

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)^{\nu}=\frac{k_{\mathrm{f}}(\nu)}{k_{\mathrm{i}}}J_{\nu}^{2}(\lambda_{\mathrm{fi}})\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)^{\mathrm{el}},\qquad(20)$$

其中$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)^{\mathrm{el}}$表示不存在激光场时同等条件下的弹性散射微分截面，其他参数与(13)式相同. 在计算时弹性截面是由我们以前的光学势模型方法[24]得到. 交换不同光子数情况下的计算结果连同实验结果[12]分别显示在图 1、图 2、和图 3 中.

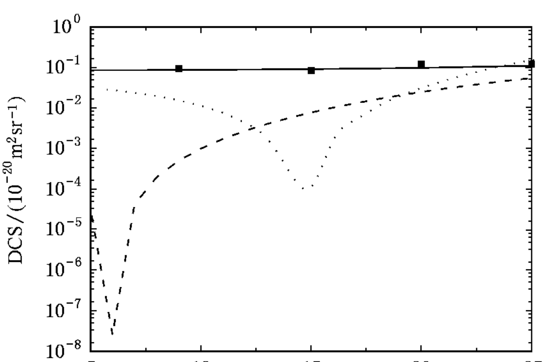

图 1　单光子吸收微分截面(——为包括极化势结果；………为仅考虑静电屏蔽势结果；– – –为低频近似结果；■为实验结果)

从图中不难看出，和实验相比较，低频近似得出的结果比实验值小几个到十几个数量级，主要是因为它仅考虑从初态 k_{i} 到末态 k_{f} 这一过程，只相当于第一玻恩近似(FBA). 小角度散射时，λ_{fi} 的值很小，在此情况下，$J_{v}(\lambda_{\mathrm{fi}})\approx\lambda_{\mathrm{fi}}^{2}/2^{n}n$!，故从 k_{i} 态到 k_{f} 态这一过程对散射截面的贡献不起主要作用. 在第

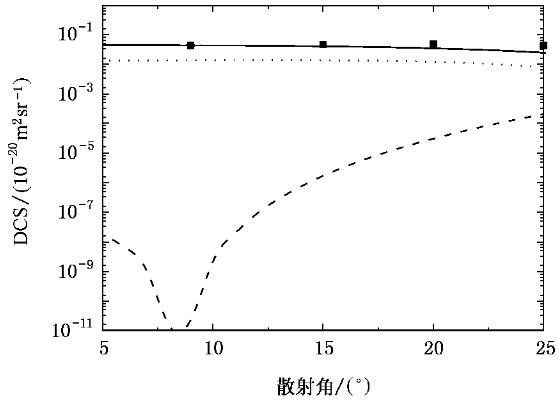

图 2　双光子吸收微分截面(曲线注同图 1)

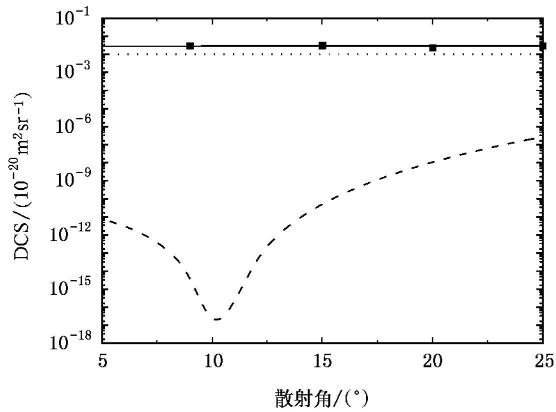

图 3　三光子吸收微分截面(曲线注同图 1)

二玻恩近似中，不仅考虑了从 k_{i} 态直接到 k_{f} 态的过程，而且考虑了先从 k_{i} 态到中间态 k_{q}，然后又从 k_{q} 态到末态 k_{f} 这一二阶过程，第二项 $T_{\mathrm{fi}}^{(2)}(n)$ 在第一次碰撞后要对极角进行积分，即使小角度散射，出现在该积分中的贝塞尔函数可能很大，所以二阶振幅成为主要项. 因此得到了比较好的结果.

从(7)—(14)式也可以清楚地看到：在第二玻恩近似的计算中，散射过程的动力学部分已包含了"双散射"效应，因此激光辅助相对信号不仅与激光场有关，而且与原子势 $V(r)$ 有关，从图中也可以看到，对于不同的原子势模型，SBA 给出了不同结果. 通过对比可知，电子-原子间的极化势在激光辅助电子-原子散射过程中起着非常重要的作用. 静电屏蔽势仅包括静电势和交换势[22]，加上极化势后，和实验相比较，计算结果明显好于仅用静电屏蔽势时所得到的结果. 从图 1 到图 3，都可以得到这一结论.

从图中我们也发现 SBA 的结果与实验之间还存在着差异. SBA 结果比实验值小一些，我们对此作

出以下解释：首先，实验上存在缺陷.早期Weingartshofer[9]等指出实验中散射角的不确定度为8°.Wallbank 等没有说明，只是称电子监测器的分辨率为 2°.这些对小角度散射来说是一个不可忽略的因素.其次，理论模型有可能没有完全模拟实验.计算用空间均匀的电磁场来描述激光场，对激光场来说不均匀性是存在的.计算时仅考虑了吸收光子过程，而实验测量有可能还包含发射光子的过程.另外，所用的原子势模型能否完全描述激光场中电子-原子间的相互作用还有待进一步深入研究.

4. 结　论

本文用 SBA 理论，采用不同的原子势模型计算了激光辅助电子-氩原子散射的微分截面，计算结果表明，SBA 理论是一种处理激光场中电子-原子散射问题较好方法.同时，极化势在散射过程中起着重要作用，是激光场中原子势不可缺少的部分.

[1] Yang H, Zhang T Q, Wang S F, Gong Q H, 2000 *Acta. Phys. Sin.* **49** 1292 (in Chinese) [杨　宏、张铁桥、王树峰、龚旗煌 2000 物理学报 **49** 1292]

[2] Feng X H, Liu Y G, Sun L, Yuan S Z, Kai G Y, Dong X Y, 2005 *Chinese Physics.* **14** 0779

[3] Ling W J, Zheng J A, Jia Y L, Wei Z Y 2005 *Acta. Phys. Sin.* **54** 1619 (in Chinese) [令维军、郑加安、贾玉磊、魏志义 2005 物理学报 **54** 1619]

[4] Mason M J 1993 *Rep. Prog. Phys.* **56** 1275

[5] Ehlotaky F, Jaron A, Kaminski J Z 1998 *Phys. Rep.* **297** 63

[6] Kroll N M, Watson K M 1973 *Phys. Rev.* A **8** 804

[7] Kruger H, Jung Ch 1978 *Phys. Rev.* A **17** 1706

[8] Rosenberg L 1981 *Phys. Rev.* A **23** 2283

[9] Weingartshofer A, Holmes J K, Sabbagh J, Chin S L 1983 *J. Phys.* B **16** 1805

[10] Wallbank B, Holmes J K 1994 *J. Phys.* B **27** 1221

[11] Wallbank B, Holmes J K 1993 *Phys. Rev.* A **48** R2515

[12] Wallbank B, Holmes J K 1994 *J. Phys.* B **27** 5405

[13] Wallbank B, Holmes J K 2002 Can. *J. Phys.* **79** 1237

[14] Geltman S 1997 *Phys. Rev.* A **55** 3755

[15] Makhoute A, Khalil D, Zitane M, Bouzidi M 2002 *J. Phys.* B **35** 957

[16] Bouzidi M, Makhoute A, Khalil D, Maquet A, Joachain C J 2001 *J. Phys.* B **34** 737

[17] Chen C T, Robicheaux F 1996 *J. Phys.* B **29** 345

[18] Kylstra N J, Joachain C J 1998 *Phys. Rev.* A **58** R26

[19] Sun J F, Ma E J, Jiang Y H, Zhang S H 1999 *Acta. Phys. Sin.* **48** 1628 (in Chinese) [孙金锋，马二俊、江玉海、张胜海 1999 物理学报 **48** 1628]

[20] Zhu Z L, Jiang Y H, Sun J F 2000 *Chinese Physics.* **9** 419

[21] Volkov D M 1935 *Z. Phys.* **94** 250

[22] Salvat F, Martine J D, Mayol R, Parellada J 1987 *Phys. Rev.* A **36** 467

[23] Cerkic A, Milosevic D B 2004 *Phys. Rev.* A **70** 053402

[24] Zhang X Z, Sun J F, Liu Y F 1992 *J. Phys.* B **25** 1893

On the second Born approximation for laser-assisted e-Ar scattering*

Sun Jin-Feng[1)3)] Wang Xiao-Fei[1)†] Zhu Zun-Lüe[1)2)] Hu Qiu-Bo[1)]

1)(*College of Physics and Information Engineering*, *Henan Normal University*, *Xinxiang* 453007, *China*)

2)(*Institute of Atomic and Molecular Physics*, *Sichuan University*, *Chengdu* 610065, *China*)

3)(*Department of Physics and Electron Science*, *Luoyang Normal College*, *Luoyang* 471022, *China*)

(Received 13 June 2006; revised manuscript received 3 October 2006)

Abstract

The absolute differential cross sections of e-Ar scattering in laser field are calculated employing the second Born approximation with the static screen potential including polarization potential and the single static screen potential in the special scattering geometry that the incident electron beam is parallel to the polarization direction of laser field. The second Born approximation gives better results than the low-frequency whem formula when compared with the experimental data, and it is found that the electron-atom polarization potential plays an important role in laser-assisted electron-atom scattering.

Keywords: polarization potential, second Born approximation, differential cross section, laser field

PACC: 3480Q

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10574039) and the Science Foundation for Young Scientists of Henan Normal University, China (Grant No. 2005004).

† E-mail: xfw628@yahoo.com.cn