

拉盖尔-高斯模叠加而成的部分相干光的相干涡旋*

刘普生† 吕百达

(四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064)
(2006 年 7 月 24 日收到, 2006 年 8 月 28 日收到修改稿)

对 Bogatyryova 等人近来提出的一种可分离位相的部分相干光的相干涡旋作了详细研究. 这类新的光束由相同角向指数的拉盖尔-高斯(LG)模非相干叠加而成. 研究表明, 叠加 LG 模式的模指数、权重因子和参考点位置的选择都会影响圆刃型位错出现的位置, 使得涡旋消失或出现多个相干涡旋. 而且, LG 模叠加而成的位相不可分离的部分相干光也存在相干涡旋.

关键词: 奇点光学, 一类新的部分相干光束, 相干涡旋, 圆刃型位错

PACC: 4225, 4225K

1. 引 言

光波场中振幅为零位置处的位相具有不确定性. 对奇点附近位相结构复杂特性的研究已发展为现代光学的一个新分支——奇点光学, 并在光通信、光电子学、遥感、原子俘获和量子信息处理等方面展现出诱人的应用前景^[1-3]. 奇点光学所研究的范畴原来主要限于完全空间相干单色光^[1-4], 近年来 Wolf 等人将奇点光学的范围进一步拓展, 包括研究多色光的光谱异常行为^[5, 6]和部分空间相干光的位相奇异性等^[7-11]. 文献[9]分析了准单色部分相干光的奇点, 指出传统的强度涡旋可视为相干涡旋的特例, 当光场的空间相干性增加时, 相干涡旋可逐渐演变为强度涡旋. Bogatyryova 等人^[11]用拉盖尔-高斯(LG)模非相干叠加构造出一种新的有可分离位相的部分相干光, 发现这类部分相干光的相干涡旋类型为横平面上的圆刃型位错, 实验证实了理论预测. 本文对这类新的部分相干光的相干涡旋作进一步研究, 考虑任意 LG 模非相干叠加构造的部分相干光, 研究了不同模式叠加、权重因子比值和参考点位置的选择对相干涡旋的影响.

2. 部分相干光的相干涡旋

由部分相干光的模分解理论, 部分相干光可由完全相干模的非相干叠加而成. 在任意 z 平面处, 部分相干光的交叉谱密度可表示为 LG 模的叠加^[12]

$$W(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z) = \sum \beta_{pl} \psi_{pl}^*(\rho_1, \varphi_1, z) \psi_{pl}(\rho_2, \varphi_2, z), \quad (1)$$

式中 $\rho_i, \varphi_i (i=1, 2)$ 为柱坐标系中 LG 模在横平面上的坐标, β_{pl} 为 $\psi_{pl}(\rho, \varphi, z)$ 模的权重因子. 每个 LG 模可表示为

$$\psi_{pl}(\rho, \varphi, z) = \frac{w_0}{w} \left(\frac{\rho}{w}\right)^{|l|} L_p^{(|l|)}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right) \times \exp[-i\Phi(\rho, \varphi, z)] \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2}\right) \quad (2)$$

w_0 为束腰宽度, $w = [(w_0^2 + 4z^2)(k^2 w_0^2)]^{1/2}$ 为 z 处的束宽, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, $L_p^{(|l|)}(\cdot)$ 为径向指数为 p , 角向指数为 l 的拉盖尔多项式, 位相 $\Phi(\rho, \varphi, z)$ 为

$$\Phi(\rho, \varphi, z) = l\varphi - kz + (2p + |l| + 1) \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right) - \frac{k\rho^2}{2R}, \quad (3)$$

式中 $z_0 = kw_0^2/2$ 为瑞利长度, $R = z + k^2 w_0^4/4z$ 为等相面曲率半径. 将(2)(3)式代入(1)式, 经积分运

* 国家自然科学基金(批准号: 10574097)资助的课题.

† E-mail: p. s. liu@163. com

算得

$$\begin{aligned} & \frac{\xi^{-1/2}}{1-\xi} \exp\left[-\frac{1+\xi}{1-\xi}\left(\frac{\rho_1^2+\rho_2^2}{w^2}\right)\right] \\ & \times I_l\left(\frac{4\sqrt{\xi}}{1-\xi}\frac{\rho_1\rho_2}{w^2}\right) \exp[i\Psi(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)] \\ & = \sum \beta_{pl} \psi_{pl}^*(\rho_1, \varphi_1, z) \psi_{pl}(\rho_2, \varphi_2, z), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $I_l(\cdot)$ 为 l 阶修正贝塞尔函数, 位相因子

$$\Psi(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z) = k(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{k(\rho_1^2 - \rho_2^2)}{2R}. \quad (5)$$

由(1)(4)(5)式可知, 这种由一系列相同角向指数 (即有相同拓扑指数) 的完全相干 LG 模非相干叠加

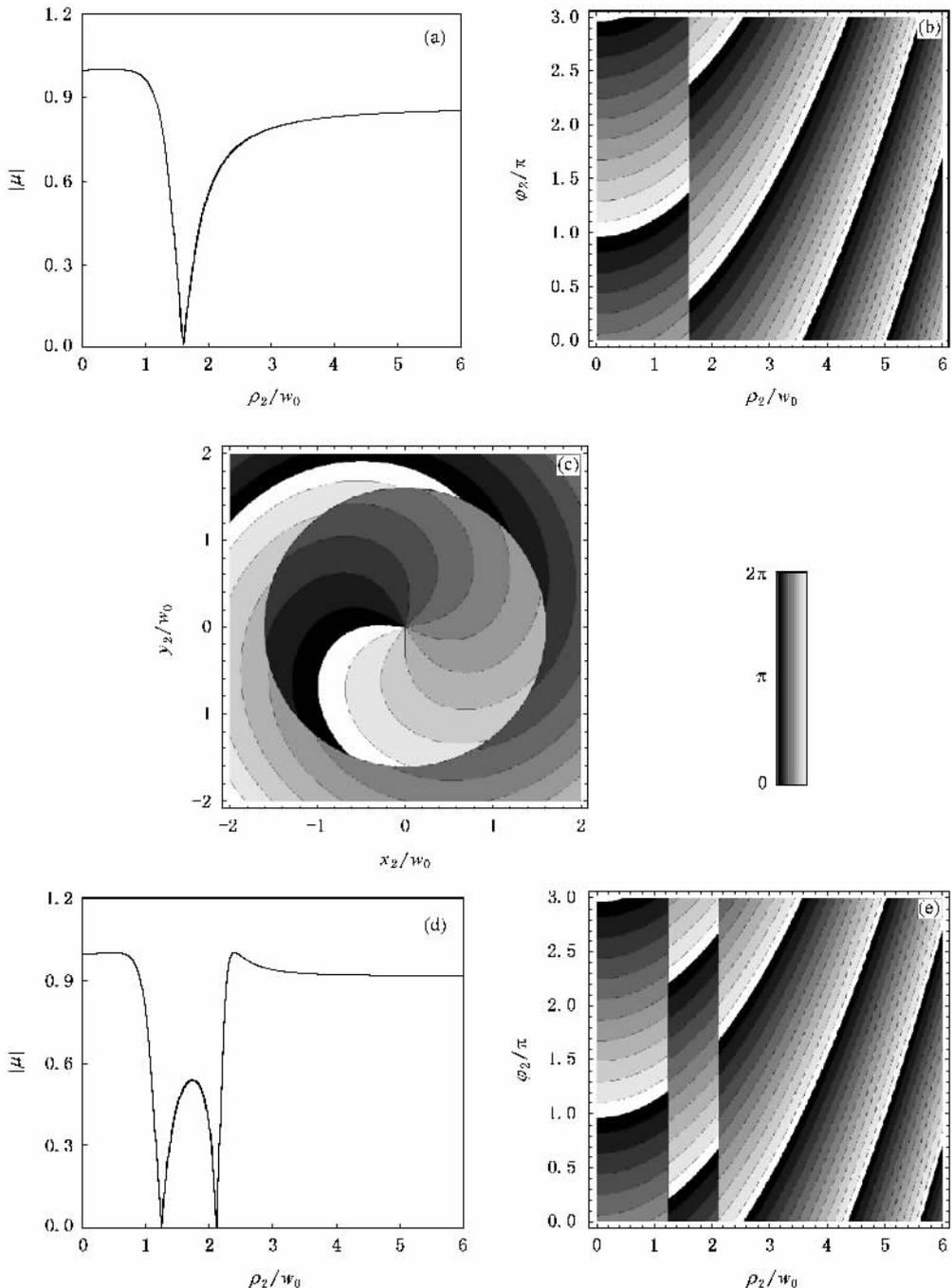


图1 光谱相干度的绝对值(a)(d);对应的等位相线(b)(e);在直角坐标系中的等位相线(c); $\beta_0/\beta_1 = 1, \rho_1 = 0.5w_0, \varphi_1 = 0, z = z_0$. (a)(b)(c)为 $\psi_{0l}(\rho, \varphi, z)$ 模与 $\psi_{1l}(\rho, \varphi, z)$ 模非相干叠加, (d)(e)为 $\psi_{0l}(\rho, \varphi, z)$ 模与 $\psi_{2l}(\rho, \varphi, z)$ 模非相干叠加

构造的部分相干光具有可分离的位相 $\Psi(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)$.

光谱相干度定义为^[12]

$$|\mu(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)| = \frac{W(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)}{[W(\rho_1, \varphi_1, z)W(\rho_2, \varphi_2, z)]^{1/2}}, \quad (6)$$

$W(\rho_i, \varphi_i, z) = W(\rho_i, \varphi_i, \rho_i, \varphi_i, z)$ 为点 (ρ_i, φ_i, z) 处的谱强度. $|\mu(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)| = |\mu(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)| \exp[i\Psi(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)]$ 与 $W(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)$ 有相同的位相 $\Psi(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)$. 相干涡旋意味着 $|\mu(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)| = 0$, 即该处位相 $\Psi(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)$ 不确定, 且属于圆刃型位错^[11].

3. 数值计算和分析

现考虑由两个 LG 模非相干叠加构造的部分相干光, 为简单起见, 设束腰宽度相等. 在实验中, 可通

过选择不同的 LG 模, 用中性衰减片改变模式的权重因子(或其比值)^[11], 以及改变参考点的位置来研究部分相干光在 $z = \text{常数}$ 的横平面处光谱相干度的位相奇点行为. 图 1(a)(d) 为 $\psi_{01}(\rho, \varphi, z)$ 模分别与 $\psi_{11}(\rho, \varphi, z), \psi_{21}(\rho, \varphi, z)$ 模非相干叠加场 (ρ_1, φ_1, z) 和 (ρ_2, φ_2, z) 两点的光谱相干度绝对值, 图 1(b)(e) 为对应的等位相线, 计算参数为 $\beta_0/\beta_1 = 1, \rho_1 = 0.5w_0, \varphi_1 = 0, z = z_0$. 如图 1(a)(b) 所示, 在半径 $\rho_2 = 1.6w_0$ 的圆位置处, 有 $|\mu(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)| = 0$, 即在该处位相 $\Psi(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)$ 不确定, 横平面上出现圆刃型位错. 为进一步说明位错处的位相变化, 图 1(c) 给出了 $\psi_{01}(\rho, \varphi, z)$ 与 $\psi_{11}(\rho, \varphi, z)$ 模非相干叠加场 (ρ_1, φ_1, z) 和 (ρ_2, φ_2, z) 点对应在直角坐标系中 $(0.5w_0, 0, z)$ 和 (x_2, y_2, z) 两点的光谱相干度的等位相线. 由图知, 在半径 $\rho_2 = (x_2^2 + y_2^2)^{1/2} = 1.6w_0$ 圆上, 位相 $\Psi(x_1, y_1, x_2, y_2, z)$ 不确定, 越过这一圆刃型位

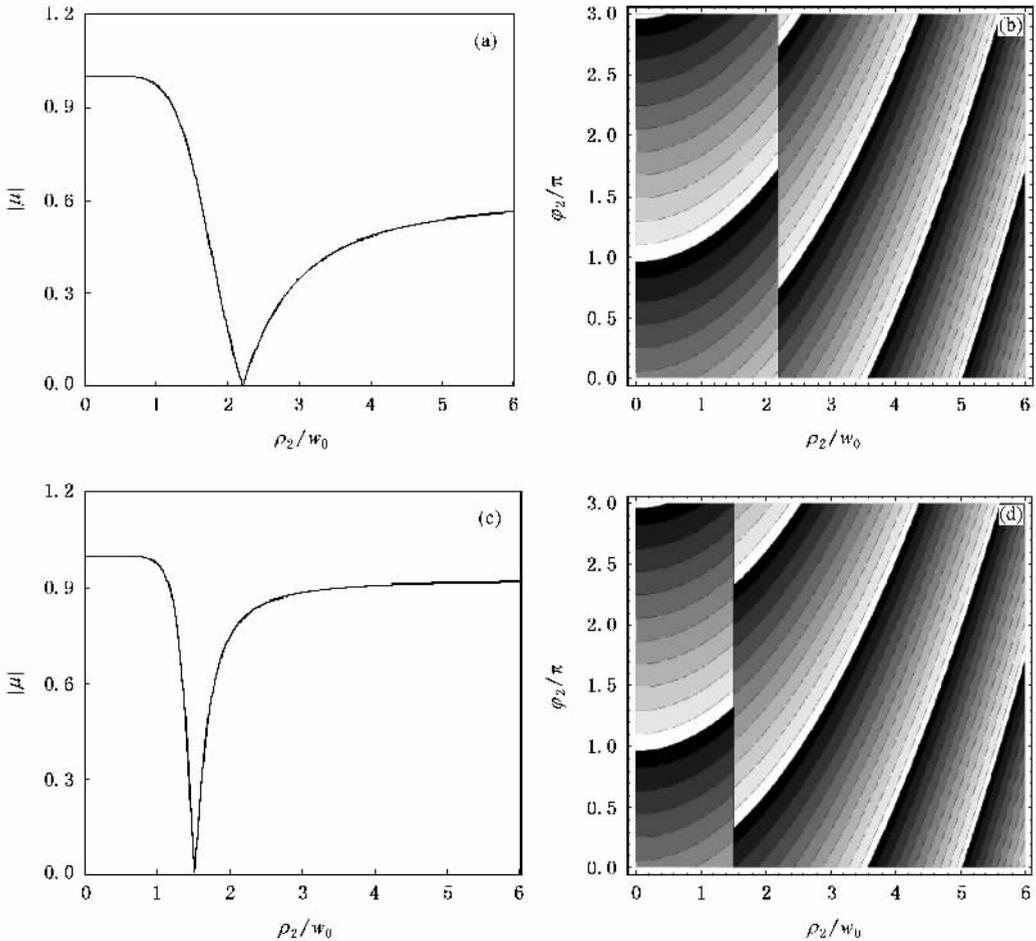


图 2 $\psi_{01}(\rho, \varphi, z)$ 模与 $\psi_{11}(\rho, \varphi, z)$ 模非相干叠加场光谱相干度的绝对值 (a)(c); 对应的等位相线 (b)(d); $\rho_1 = 0.5w_0, \varphi_1 = 0, z = z_0$, (a)(b) 为 $\beta_0/\beta_1 = 5$, (c)(d) 为 $\beta_0/\beta_1 = 0.5$

错,发生 π 位相突变.改变不同的模式进行非相干叠加.例如见图 1(d)(e), $p=2, l=1$, 可发现分别在半径 $\rho_2 = 1.24w_0$ 和 $2.11w_0$ 位置处出现圆刃型位错.

图 2(a)(c)分别为权重因子比值 $\beta_0/\beta_1 = 5$ 和 0.5 的 $\psi_{0l}(\rho, \varphi, z)$ 模与 $\psi_{1l}(\rho, \varphi, z)$ 模非相干叠加场 (ρ_1, φ_1, z) 与 (ρ_2, φ_2, z) 两点的光谱相干度

绝对值,图 2(b)(d)为对应的等位相线,其余计算参数与图 1 同.比较图 1(a)(b)与图 2 可知,改变模的权重因子比值,也会影响横平面上圆刃型位错的位置.例如,图 2(a)(b)和(c)(d)出现圆刃型位错的半径分别为 $\rho_2 = 2.2w_0$ 和 $1.51w_0$.

图 3(a)(c)和(e)分别为选择参考点 $\rho_1 =$

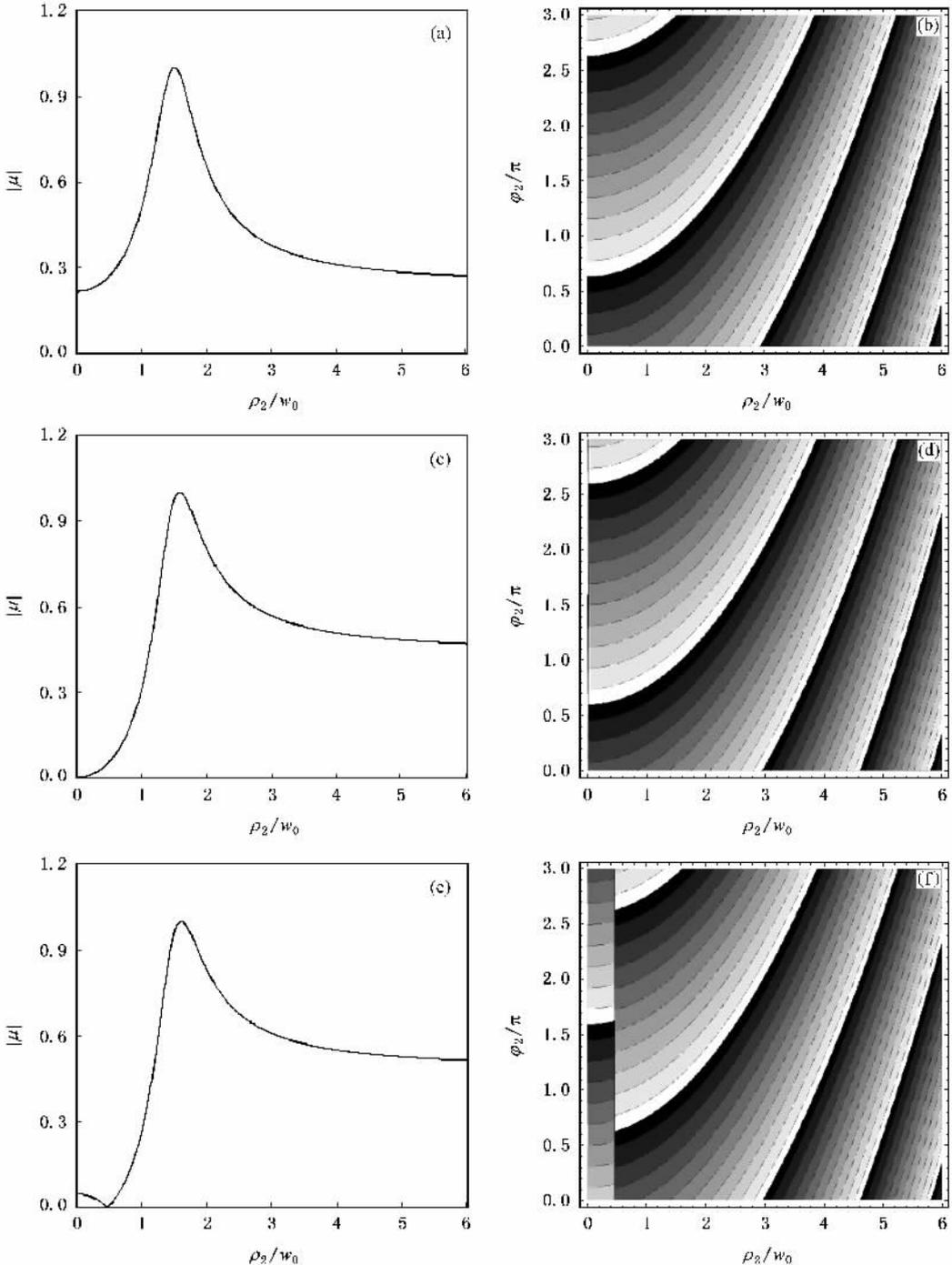


图 3 $\psi_{0l}(\rho, \varphi, z)$ 模与 $\psi_{1l}(\rho, \varphi, z)$ 模非相干叠加场光谱相干度的绝对值(a)(c)(e);对应的等位相线(b)(d), (f); $\beta_0/\beta_1 = 1, \varphi_1 = 0, z = z_0$, (a)(b)为 $\rho_1 = 1.52w_0$, (c)(d)为 $\rho_1 = 1.58w_0$, (e)(f)为 $\rho_1 = 1.60w_0$

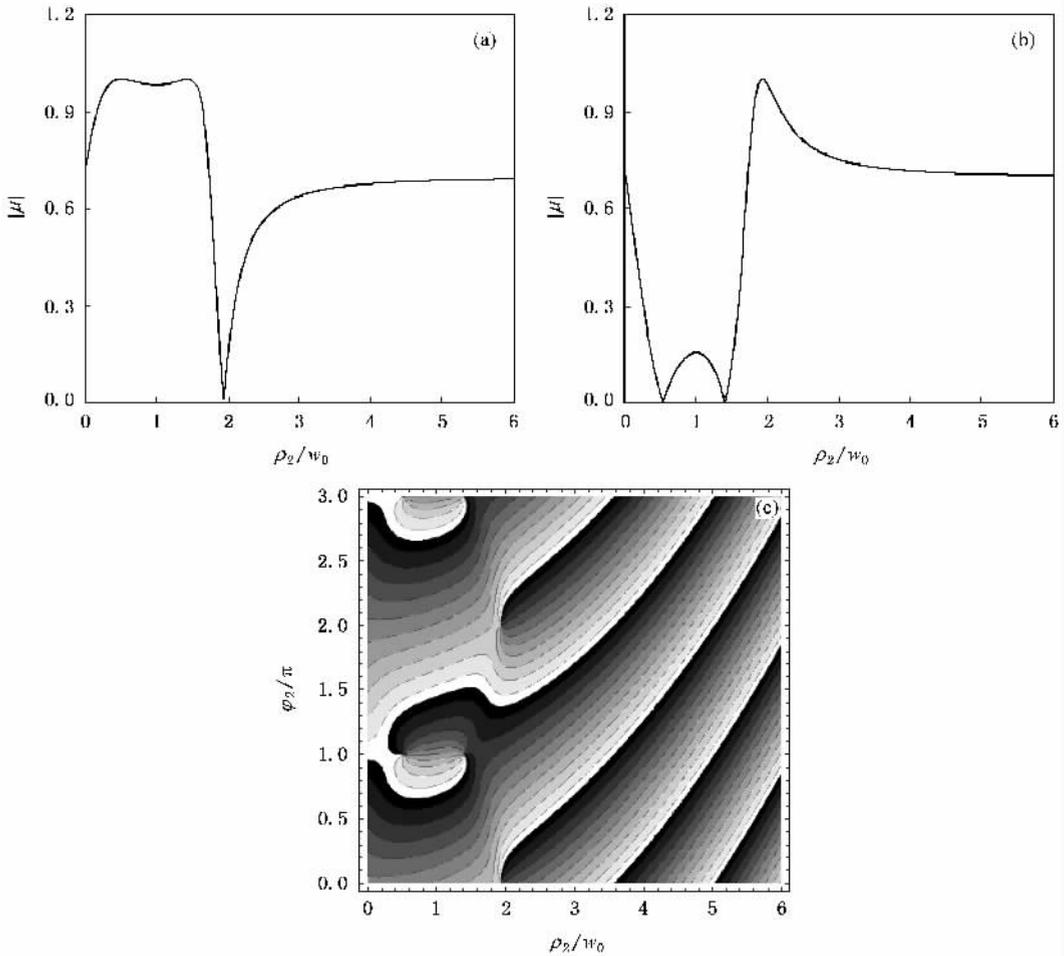


图4 $\psi_{0l}(\rho, \varphi, z)$ 模与 $\psi_{12l}(\rho, \varphi, z)$ 模非相干叠加场光谱相干度的绝对值(a)(b),对应的等位相线(c); $i\beta_0/\beta_1 = 1$, $\rho_1 = 0.5w_0$, $\varphi_1 = 0$, $z = z_0$, $\varphi_2 = n\pi$ (a) n 为奇数, (b) n 为偶数

1.52 w_0 , 1.58 w_0 和 1.60 w_0 时 $\psi_{0l}(\rho, \varphi, z)$ 模与 $\psi_{11}(\rho, \varphi, z)$ 模非相干叠加场(ρ_1, φ_1, z)与(ρ_2, φ_2, z)两点的光谱相干度绝对值,图 3(b)(d)和(f)为对应的光谱相干度的等位相线,其他计算参数同图 1. 比较图 1(a)(b)和图 3,发现参考点改变后,圆刃型位错的位置也随之发生变化.如图 3(a)(b) $\rho_1 = 1.52w_0$,未出现有位相奇点.选择参考点 $\rho_1 = 1.58w_0$,图 3(c)(d)中,在 $\rho_2 = 0$ 处有 $|\mu(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)| = 0$,即横平面上的奇点位置在轴上.随着参考点位置的进一步改变,位相奇点又变为横平面上的圆刃型位错,可见图 3(e)(f), $\rho_1 = 1.60w_0$,在半径 $\rho_2 = 0.46w_0$ 处出现圆刃型位错.

图 4 为 $\psi_{0l}(\rho, \varphi, z)$ 模与 $\psi_{12l}(\rho, \varphi, z)$ 模非相干叠加场(ρ_1, φ_1, z)与(ρ_2, φ_2, z)两点的光谱相干度绝对值(a)(b)和对应的等位相线(c).其中 $\varphi_2 = n\pi$ (a) n 为奇数 (b) n 为偶数,其他计算参数同

图 1.由图 4 知,对角向指数 $l = 1$ 和 2 的 LG 模非相干叠加场,在图 4(a) $\rho_2 = 1.94w_0$ 和(b) $\rho_2 = 0.54w_0$, 1.4 w_0 位置处分别有 $|\mu(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)| = 0$,等位相线如图 4(c)所示,上述位置处位相 $\Psi(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, z)$ 不确定.与角向指数相同的部分相干光比较,角向指数不同的这类部分相干光由于不满足(4)式,位相一般不可分离,而且相干涡旋类型不再是圆刃型位错.但模指数和权重因子,以及参考点位置的选择同样也会对相干涡旋的位置和个数产生影响.

4. 结 论

本文对有相同角向指数 l 的 LG 模非相干叠加构造的部分空间相干光的相干涡旋做了研究.与文献 [11] 比较,我们详细研究了实验中可变的参数对

相干涡旋的影响. 结果表明, 用不同的 LG 模进行非相干叠加, 改变模的相对权重和参考点的位置, 可使横平面上圆刃型位错的位置发生改变, 位错消失或出现多个位错. 取相同角向指数 l 模的优点是非相干叠加构造的部分相干光具有可分离的位相. 进一

步, 也可用不同角向指数的 LG 模非相干叠加来构造部分相干光, 这时位相一般不再可分离. 但数值计算结果说明这类部分相干光仍存在相干涡旋. 叠加模式的模指数和权重因子, 以及参考点位置的选择也都会对相干涡旋的位置和个数产生影响.

- [1] Nye J F , Berry M V 1974 *Proc. R. Soc. Lond. A* **336** 165
- [2] Soskin M S , Vasnetsov M V 2001 *Progress in Optics* Wolf E ed. (Elsevier Amsterdam) **42** p219
- [3] Ye F W , Li Y P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 328 (in Chinese) [叶芳伟、李永平 2003 物理学报 **52** 328]
- [4] Dong L W , Ye F W , Wang J D , Li Y P 2004 *Acta Phys. Sin.* **10** 3353 (in Chinese) [董亮伟、叶芳伟、王建东、李永平 2004 物理学报 **10** 3353]
- [5] Gbur G , Visser T D , Wolf E 2001 *Phys. Rev. Lett.* **88** 013901
- [6] Ponomarenko S A , Wolf E 2002 *Opt. Lett.* **27** 1211
- [7] Ponomarenko S A 2001 *J. Opt. Soc. Am. A* **18** 150
- [8] Gbur G , Visser T D 2003 *Opt. Commun.* **222** 117
- [9] Gbur G , Visser T D , Wolf E 2004 *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.* **6** S239
- [10] Schouten H F , Gbur G , Visser T D , Wolf E 2003 *Opt. Lett.* **28** 968
- [11] Bogatyryova G V , Fel 'de C V , Polyanskii P V , Ponomarenko S A , Soskin M S , Wolf E 2003 *Opt. Lett.* **28** 878
- [12] Mandel L , Wolf E 1995 *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press , England) p170

Coherence vortices in partially coherent beams consisting of a superposition of Laguerre-Gaussian modes^{*}

Liu Pu-Sheng[†] Lü Bai-Da

((Institute of Laser Physics & Chemistry , Sichuan University , Chengdu 610064 , China)

(Received 24 July 2006 ; revised manuscript received 28 August 2006)

Abstract

The coherence vortices in a new class of partially coherent beams with separable phase recently proposed by Bogatyryova *et al.* are studied in detail. The new beams are generated by taking an incoherent superposition of Laguerre-Gaussian (LG) modes with equal azimuthal index. It is shown that the mode indices and weight factors of superposed LG modes , as well as the reference choice , affect the position where the circular edge dislocation takes place , and result in the vortex disappearance or the appearance of more than one coherence vortices. Furthermore , there also exist coherence vortices in partially coherent beams with non-separable phase consisting of an incoherent superposition of LG modes.

Keywords : singular optics , a new class of partially coherent beams , coherence vortex , circular edge dislocation

PACC : 4225 , 4225K

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10574097).

[†] E-mail : p. s. liu@163. com