高能量无波分裂超短脉冲自相似传输的 理论研究和数值模拟*

雷 霆1) 涂成厚1) 李恩邦2) 李勇男1) 郭文刚1) 魏 岱1) 朱 辉1) 吕福云1)

南开大学物理科学学院 天津 300071)

2)(天津大学精密仪器与光电子工程学院,天津 300072)

(2006年5月24日收到;2006年9月1日收到修改稿)

从非线性薛定谔方程出发,对 SPM 作用引起传输脉冲的相位作了合理近似,引入了频谱展宽因子,发现在存在 增益时正色散光纤的 SPM 作用加剧了脉冲频谱展宽幅度,并且脉冲中心和两翼部分的频谱展宽差异很大.给出了 存在增益的正色散光纤中高斯型脉冲自相似传输的时域演化,揭示了脉冲展宽的中心部分对边翼部分挤压和覆盖 及最终形成自相似脉冲的过程,提出了自相似传输现象的一种合理解释.并通过数值模拟三种不同形状初始脉冲 的自相似演化过程对提出的理论进行了验证.

关键词:自相似脉冲,非线性薛定谔方程,群速度色散(GVD),自相位调制(SPM) PACC:4281 D

1.引 言

自从 Fermann 提出在光纤中抛物型脉冲可以实 现自相似传输和放大以来^[1],应用自相似技术产生 高能量无波分裂光脉冲已成为目前国际上超短脉冲 领域中一个新的研究热点^[2—5].自相似脉冲很好地 解决了脉冲传输中的强度限制问题,在高功率传输 时,自相似脉冲形状不改变,具有抵御光波分裂的能 力.它的另一个优良特性是引入了严格的线性啁啾, 可以实现高效的脉冲压缩,易于获得高功率的超短 脉冲^[6—9].所以,光纤中脉冲的自相似特性,在产生 和传输高能量超短脉冲及其应用等领域具有非常重 要的意义.

Fermann 等在研究脉冲的自相似形成及传输时 指出:自相似脉冲的演化只与脉冲的初始能量及放 大器的参数有关,而与初始脉冲的形状和宽度无 关^[1,00].对于自相似脉冲的形成,研究者多注重借助 渐进解来描述,通过数值模拟给出不同形状脉冲的 自相似演化结果^[10,11].

在考虑了光纤的 GVD ,SPM 及增益分别对脉冲

传输的作用基础上^[12] 本文对 SPM 引起传输脉冲的 相位作了合理近似,引入了频谱展宽因子,发现存在 增益的正色散光纤中 SPM 使脉冲频谱展宽幅度增 加,并且脉冲中心和两翼部分的频谱展宽差异很大. 给出了高斯型脉冲自相似传输的时域演化,揭示了 脉冲边翼(及其展宽)在传输过程中不断地被展宽的 中心部分挤压和覆盖,最终形成边缘很陡的自相似 脉冲的物理机理.数值模拟了三种形状的初始脉冲 自相似演化过程,并给出了演化脉冲的啁啾及演化 脉冲与抛物线型的拟合情况,解释了自相似无波分 裂脉冲演化的特征^[13].

2.光纤中脉冲传输的非线性薛定谔 方程

在增益没有达到饱和、输入脉冲的光谱带宽小 于放大器的放大带宽并忽略受激拉曼散射的情况 下 脉冲演化可以用如下非线性薛定谔方程(NLSE) 来描述^[12]:

$$i\frac{\partial A}{\partial z} = -i\frac{\alpha}{2}A + \frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma |A|^2 A , \quad (1)$$

 [※] 光电信息技术科学教育部重点实验室(南开大学、天津大学),天津市南开大学弱光非线性光子学材料先进技术及制备教育部重点实验室。国家自然科学基金(批准号 160677013)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号 20060055021)资助的课题。

式中 A 为脉冲包络的慢变振幅 ; α 是光纤中的损耗 系数 ; $T = t - z/v_g$, v_g 为群速度 ; β_2 是群速度色散 ; γ 是非线性系数.对(1)式引入归一化的脉冲振幅和时 间变量 ,并考虑有增益的情况 ,得到修正的非线性薛 定谔方程

$$i\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\operatorname{sgr}(\beta_2)}{2L_{\rm D}}\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{\exp(G_2)}{L_{\rm NL}}|U|^2 U + \frac{1}{2}GU,$$
(2)

式中归一化时间 $\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{t - z/v_g}{T_0}$, T_0 为脉冲的初 始宽度; U 是 归一化 慢变振幅, $U(z,\tau) = A(z,\tau)$ τ)($\sqrt{P_0} \exp(-Gz/2)$), 其中 P_0 为入射脉冲的峰值 功率; $L_{NL} = 1/\gamma P_0$ 为非线性长度, $L_D = T_0^2/|\beta_2|$ 为 色散长度; G = g - a 为放大器的净增益系数, g, a分别为光纤的增益及损耗系数.

在光纤中脉冲受 GVD ,SPM 和增益的共同作用, 由于(2)式一般情况下没有解析解,我们先分别讨论 GVD ,SPM 和增益单独作用对脉冲演化的影响.

3.群速度色散对脉冲传输的影响

3.1.无增益时 GVD 对脉冲传输的影响

在(2)式中,当 $\gamma = 0$,G = 0,即(2)式右边的第 二项(非线性项)及第三项(增益项)不考虑时,在只 有 GVD 作用的情况下(2)式的解析解为

$$U(z,T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{U}(0,\omega) \exp\left(\frac{i}{2}\beta_2 \omega^2 z - i\omega T\right) d\omega ,$$
(3)

其中 $\widetilde{U}(0,\omega)$ 是 U(0,T)的傅里叶变换 ,U(0,T)是 输入的初始脉冲.

由于(3)式对于非高斯脉冲很难得到解析结果, 本文选取初始无啁啾高斯脉冲的表达式如下:

$$U(0,T) = \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2}\right).$$
 (4)

将(4) 武经变换并代入(3) 武可得

$$U(z,T) = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z}{L_{\rm D}}\right)^2\right)^{1/4}} \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2 \left[1 + \left(\frac{z}{L_{\rm D}}\right)^2\right]}\right) \times \exp\left[i\phi(z,T)\right], \quad (5)$$

其中

$$\oint (z,T) = -\frac{\operatorname{sgr}(\beta_2 (z/L_{\rm D}))}{\mathcal{I}(1+(z/L_{\rm D}))^2} \cdot \frac{T^2}{T_0^2} + \frac{1}{2}\operatorname{arctan}\left(\frac{z}{L_{\rm D}}\right).$$
(6)

由(5)式可知,在 GVD 的作用下,初始无啁啾的脉冲 在传输 z 距离后,产生了附加 4(z,T)的相位,脉冲 中不同部分相位不同;其脉冲宽度展宽为 $T_1(z) =$ $[1+(z/L_0)^2]^2 T_0$,脉冲的形状保持不变,仍为高斯 型,但振幅降低了.对(6)式进行时间微分可知其啁 啾为线性的.

3.2.有增益时色散对脉冲的影响

同时考虑光纤中的增益和色散作用,对于(4)式 的无啁啾高斯脉冲,可以得到

$$U(z,T) = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z}{L_{\rm D}}\right)^2\right)^{1/4}} \\ \times \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2\left(1 + \frac{z^2}{L_{\rm D}^2}\right)} + \frac{Gz}{2}\right) \\ \times \exp\left[i\phi(z,T)\right], \qquad (7)$$

其中 ∜ z ,T)与(6)式相同.

对比(7)式与(5)式可知,在 GVD 作用下,增益 对脉冲宽度没有影响,而脉冲的幅度是无增益时的 exp(Gz/2)倍,两种情况下的相位一样.换句话说,增 益只是改变了脉冲的振幅,而对脉冲宽度和相位没 有影响.

4. 自相位调制对脉冲传输的影响

4.1. 无增益时 SPM 的影响

假设 $\beta_2 = 0$,G = 0 ,即只有非线性作用于脉冲 ,可以直接得到(2)式的解为

$$U(z,T) = U(0,T) \exp\left(i\frac{z}{L_{\rm NL}}|U(0,T)|^2\right). (8)$$

从(8)式可以看出,在 SPM 作用下,脉冲的形状 及振幅保持不变,但产生了随光强变化的相位.

4.1.1.SPM 引起脉冲的频谱展宽

自相位调制作用后脉冲的频谱可以用 S(L ,ω) 精确的表示

$$S(L,\omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U(0,T) \exp[i\phi_{NL}(L,T) + i(\omega - \omega_0)T] dT \right|^2, \quad (9)$$

$$S(0,\omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U(0,T) \exp[i(\omega - \omega_0)T] dT \right|^2$$

 $= 2\pi T_0^2 \exp\left(-T_0^2 \cdot (\omega - \omega_0)^2\right).$ (10) 初始无啁啾高斯脉冲传输距离 *L* 后 ,由自相位调制 引起的相位可由下式表示:

$$\phi_{\rm NL}(L,T) = \frac{2\pi n_2 P_0 L}{\lambda} \exp\left(-\frac{T^2}{T_0^2}\right) = c \exp\left(-\frac{T^2}{T_0^2}\right) ,$$
(11)

$$c = \frac{L}{L_{\rm NL}} = \frac{2\pi n_2 P_0 L}{\lambda}$$
, (12)

其中 n_2 为非线性折射率系数 λ 为光波长.

为了解无啁啾高斯脉冲在传输距离 z = L 后其

频谱的展宽情况,我们先对(11)式中的 $\exp\left(-\frac{T^2}{T_0^2}\right)$ 做如下近似:

$$\exp\left(-\frac{T^2}{T_0^2}\right) = -a \frac{T^2}{T_0^2} + b + R_n(x). \quad (13)$$

式中 R_a(x)为误差函数.我们尝试将初始脉冲在时 域上分成多个小区间,然后用(13)式分别进行拟合. 发现脉冲的不同区域,具有不同的系数 a,b.于是 (11)武近似为

$$\phi_{\rm NI}(L,T) = c \left[-a \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 + b \right].$$
 (14)

利用(14) 式的近似,可以得到脉冲频谱如下:

$$S(L,\omega) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} U(0,T) \exp[i\phi_{NL}(L,T) + i(\omega - \omega_0)T] dT \right|^2$$
$$\approx \sum_k \left| \int_{m_k T_0}^{n_k T_0} U(0,T) \exp[i\phi_{NL}(L,T) + i(\omega - \omega_0)T] dT \right|^2$$
$$= \sum_k \left| A^{-1} B \exp\left(-\frac{T_0^2(\omega - \omega_0)^2}{2(1+2iac)} \right) \right|^2, \qquad (15)$$

A,*B*在给定频率及脉冲区域内为定值,其表示式如下:

$$A = \frac{1}{T_0} \sqrt{2 + 4iac} \exp(-ibc),$$

$$B = \int_{f(\omega, m_k)}^{f(\omega, m_k)} e^{-t^2} dt, \qquad (16)$$

其中 f(ω , n_k) = $\frac{iT_0(\omega - \omega_0) - n_k - 2in_kac}{\sqrt{2 + 4iac}}$ f(ω ,

 m_k)的表示式形式与 $f(\omega, n_k)$ 一样. m_k, n_k 表示积分的区域.

将(15)式和(10)式比较即可以看出,在自相位 调制作用下,在传输距离 L 后脉冲频谱有所展宽, 展宽因子为

$$\sigma = (1 + 4a^2c^2)^{1/4}.$$
 (17)

4.1.2. 无增益时 SPM 引起的啁啾

分析初始无啁啾高斯脉冲受 SPM 作用引入的 啁啾 将(14)式对时间进行微分 得

$$\delta\omega = -\frac{\partial\phi_{\rm NL}}{\partial T} \approx \frac{2acT}{T_0^2}.$$
 (18)

脉冲不同部分的系数 a 不一样,因此脉冲的啁啾不是线性的.通过数值计算发现,中心部分引入的 啁啾大于边翼部分引入的;并且脉冲中心较大区域 内参数 *a* 相差不大,引入的啁啾具有较好的线性度.例如在脉冲中心 0.2*T*₀ 的区域内,与线性啁啾的相对偏差在 1% 以内.可见,SMP 在脉冲中心部分引入了近似线性的啁啾.

4.2. 有增益时 SPM 对脉冲的影响

4.2.1. 有增益时 SPM 引起的频谱展宽 在有增益的情况下 (17) 式变为

$$\sigma_1 = (1 + 4a^2 c_1^2)^{1/4} , \qquad (19)$$

其中

$$c_{1} = \frac{L_{\text{eff}}}{L_{\text{NL}}} = \frac{\left[\exp(GL) - 1\right]}{GL_{\text{NL}}}$$
$$= \frac{2\pi n_{2} P_{0}}{\lambda} \frac{\left[\exp(GL) - 1\right]}{G}. \quad (20)$$

将(19)与(17)式对比可以发现,在相同条件下, 传输相同的距离 L 则 c₁ > c 因此增益 G 和 SPM 共 同作用时,比 SPM 单独作用时频谱展宽得更严重.

4.2.2. 有增益时 SPM 引起的啁啾

有增益时 SPM 引入的啁啾为

$$\delta\omega = -\frac{\partial\phi_{\rm NL}}{\partial T} \approx \frac{2ac_1 T}{T_0^2}.$$
 (21)

由于 $c_1 > c$ 则在有增益时 ,SPM 引入的啁啾比

没有增益时的要大.

4.3. 小 结

结合(16)(17)式,定性分析(15)式,很明显,脉 冲中心的高强度区域与脉冲边翼的低强度区域分别 对应不同的系数 *a* 和*b*.脉冲中心部分能量高,对脉 冲频谱的强度贡献大,脉冲中心部分系数 *a* 和*b*比 较大,脉冲展宽因子大;脉冲边翼部分能量低,对脉 冲频谱的强度贡献很小,系数 *a* 和*b*比较小,脉冲 展宽因子不大.

由 4.1.2 节的分析 ,脉冲中心部分引入的啁啾



比边翼部分大,结合(3)式可以推导出,受 SPM 引入 的啁啾影响,脉冲中心部分受 GVD 作用产生的时域 展宽比脉冲边翼部分的展宽迅速^[12].当脉冲受 GVD 和 SPM 共同作用(并且都很显著)时,脉冲边翼部分 将被脉冲中心部分的展宽所挤压和覆盖.

图 1 为高斯型脉冲自相似传输距离为 z = 0— 2.4 L_{NL} (选取参数 $L_{\text{NL}} = 2L_{\text{D}}$)的时域演化图,图 1 (a)(b)分别对应对数和线性坐标.从图 1(a)中的 对数坐标轴下可以明显看到脉冲边翼部分被脉冲中 心部分挤压、掩盖,最终形成了边缘很陡的自相似脉 冲(对应线性坐标轴下图 1(b)中抛物线型脉冲).



图 1 高斯型脉冲自相似传输距离为 0—2.4L_N(选取参数 L_{NL} = 2L_D)的演化图 (a)对数坐标(b)线性坐标

5. 无波分裂脉冲传输的数值模拟

由上面的理论分析可知,光纤色散作用使高斯 脉冲在时域上展宽,并引入了线性啁啾;自相位调制 作用使脉冲在频域上展宽,在脉冲的中心部分引入 了线性啁啾,脉冲的中心部分比边翼部分展宽得迅 速,增益使脉冲幅度增加,使 SPM 作用引起的频谱 展宽和引入的线性啁啾量剧增.由此可以预见,在合 适的条件下,GVD,SPM 和增益综合作用,脉冲的边 翼展宽将被脉冲中心部分展宽挤压和覆盖,脉冲时 域上将演化成近似初始脉冲中心的形状(抛物线 型),频谱展宽、且具有严格线性啁啾的无波分裂脉 冲.下面我们对高斯型、双曲正割型及抛物线型脉冲 的自相似演化进行的数值模拟和曲线拟合证明了这 一推测.

5.1. 脉冲自相似传输的数值模拟参数

对高斯型、双曲正割型和抛物线型脉冲分别进 行数值模拟.模拟采用的参数分别为初始脉冲峰值 功率 $P_0 = 60$ W,脉冲宽度 $T_0 = 200$ fs 二阶色散系数 $\beta_2 = 2.5 \times 10^{-3} \text{ ps}^2/\text{m}$,非线性系数 $\gamma = 5.8 \times 10^{-3}/\text{Wm}$,净增益系数 G = 1.9/m,传输距离 z = 4 m.

5.2. 三种脉冲自相似演化的数值模拟结果

采用以上参数对三种脉冲的非线性自相似传输 进行数值模拟.图2为脉冲演化图 脉冲在时域和频 域都大幅度展宽.图3为对应的脉冲时域展宽及其 啁啾.图4为三种初始脉冲及其演化后的抛物拟合.

从图 2 可以看出,三种无啁啾的初始脉冲传输 后,脉冲和频谱有较大的展宽,脉冲强度有较大的增 长.从图 3 可以看出,展宽后三种脉冲的啁啾是线性 的,但线性度不一样.

从图 4 中可以看出,三种初始无啁啾脉冲在 |*T*/*T*₀| = 0.5 时域内,其脉冲形状和抛物线拟合得 较好,双曲正割脉冲拟合的误差略微大一些.高斯和 双曲正割脉冲在经过 4 m 的传输后,已经演化成自 相似的抛物型脉冲.而抛物型脉冲演化后的形状与 抛物线的拟合有较大偏差,这是由于抛物脉冲的初 始演化并不是自相似的,而是由 SPM 控制的阶段, 只有在传输足够长的距离后才能达到自相似 传输^[11].



图 2 高斯型、双曲正割型及抛物型脉冲展宽及频谱展宽数值模拟结果 (a)(b)及(c)分别为高斯型、双曲正割型及抛物型脉冲的初始形状(1)演化展宽的脉冲(2)初始频谱(3)及演化后的频谱(4)



图 3 高斯型、双曲正割型及抛物型脉冲展宽及产生的啁啾数值模拟结果 (a)(b)及(c)分别为高斯型脉冲、双曲正割型脉冲及抛物型脉冲演化后的脉冲展宽(1)及产生的线性啁啾(2)

结合图 2 至图 4 的结果,可以看出,三种不同形状的无啁啾初始脉冲在设定的放大器参数下演化传输后,脉冲和频谱被展宽,脉冲的边翼被挤压和覆

盖,演化后的脉冲形状与初始脉冲中心部分的形状 (近抛物线型)拟合得很好,并且引入了严格的线性 啁啾.这与本文前半部分的预测是一致的.



6.结 论

本文分析了 GVD ,SPM 及增益 *G* 对初始无啁啾 脉冲传输行为的影响 ,即在 GVD 作用下 ,初始无啁 啾高斯脉冲会在时域上展宽 ,脉冲幅度降低 ,且引入 了附加相位和线性啁啾 ,而其频谱并不改变 ,若同时 存在增益 ,脉冲宽度和相位与没有增益时是一样的 , 而脉冲的振幅是无增益时的 exp(*Gz*/2)倍 ;在 SPM 的作用下 ,脉冲的形状及振幅保持不变 ,但产生了随 光强变化的相位 ,脉冲不同部分的频谱展宽程度不 同 :在有增益时脉冲的展宽比没有增益时更严重 脉冲中心部分频谱展宽最大.自相位调制作用的强度 与脉冲的强度有关,脉冲中心部分集中了脉冲大部 分的能量,对脉冲的演化起主要作用;脉冲的边翼部 分能量低,在传输过程中随着脉冲中心部分的展宽 逐渐被挤压和覆盖.通过数值模拟得到了在三者的 共同作用下,若满足一定的条件,脉冲会演化为自相 似脉冲.实现自相似传输后,在传输时不仅保持了脉 冲的形状,而且由于频谱展宽和引入了严格的线性 啁啾,可以实现有效脉冲压缩从而获得高能量 fs 脉冲.

- [1] Fermann M E , Kruglov V I , Thomsen B C , Dudley J M , Harvey J D 2000 Phys. Rev. Lett. 84 6010
- [2] Buckley J R, Wise F W, Ilday F Ö, Sosnowskd T 2005 Conference on Lasers and Electro-Optics, CTuK4
- [3] Limpert J, Schreiber T, Clausnitzer T, Zöllner K, Fuchs H J, Kley E B, Zellmer H, Tünnermann A 2002 Opt. Express 10 628
- [4] Ilday F Ö, Buckley J R, Lim H, Wise F W, Clark W G 2003 Opt. Lett. 28 1365
- [5] Zhang S M ,Lü F Y ,Gong Y D ,Zhou X Q ,Yang X F , Lü C 2005 Chin. Phys. 14 1839
- [6] Xu W C , Chen W C , Zhang S M , Luo A P , Liu S H 2002 Chin . Phys. 11 40
- [7] Song Z M , Pang D Q , Zhang Z G , Wang Q Y 2005 Acta Phys.

Sin. 54 2771(in Chinese)[宋振明、庞冬青、张志刚、王清月 2005 物理学报 54 2771]

- [8] Ding Y K, Li Z Y, Ni W J, Ge C F, Li S C 2004 Acta Phys. Sin.
 53 1384 (in Chinese) 丁永奎、李智勇、倪文俊、葛春风、李世忱 2004 物理学报 53 1384]
- [9] Ilday F Ö, Buckley J R, Clark W G, Wise F W 2004 Phys. Rev. Lett. 92 213902
- [10] Kruglov V I , Peacock A C , Harvey J D , Dudley J M 2002 J. Opt. Soc. Am. B 19 461
- [11] Finot C , Parmigiani F , P Petropoulos , Richardson D J 2006 Opt . Express 14 3161
- [12] Agrawal G P 2001 Nonlinear Fiber Optics, Third Edition. (San

Francisco : Academic)

[13] Jia Y Q , Yan P G , Lu K C , Zhang T Q , Zhu X L 2006 Acta Phys.

Sin. 55 1809(in Chinese] 贾亚青、闫培光、吕可诚、张铁群、 朱晓农 2006 物理学报 55 1809]

The theoretical study and numerical simulation of self-similar transmission of high energy wave-breaking free ultra-short pulse *

Lei Ting¹⁾ Tu Cheng-Hou¹⁾ Li En-Bang²⁾ Li Yong-Nan¹⁾ Guo Wen-Gang¹⁾ Wei Dai¹⁾ Zhu Hui¹⁾ Lü Fu-Yun^{1)†}

1 X College of Physics , Nankai University , Tianjin 300071 , China)

2) College of Precision Instrument and Opto-Electronics Engineering , Tianjin University , Tianjin 300072 , China)

(Received 24 May 2006; revised manuscript received 1 September 2006)

Abstract

The approximation of the phase introduced by self-phase modulation (SPM) is reasonably calculated and the spectrum broadening factor is given basing on nonlinear Schrödinger equation. The spectrum of propagating pulses is broadened seriously by SPM in the fiber with normal group velocity dispersion (GVD) when gain (G) exists. And the spectra broadening of the central part of pulses is quite different from that of the wings of the pulses. The self-similar evolution of Gaussian pulses is described. The temporal shape of the wings of the pulses being covered by the central part gradually is discovered. A theoretical explanation of self-similar pulses propagation is given which verified by the numerical simulation for the self-similar evolution of three kinds of pulses.

Keywords : self-similar pulse , nonlinear Schrödinger equation , GVD , SPM PACC : 4281 D

^{*} Project supported by the Key Laboratory of Opto-electronic Information Science and Technology (Nankai University, Tianjin University), the Key Laboratory of Advanced Technique and Fabrication for Weak-Light, the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60677013) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (Grant No. 20060055021).

[†] E-mail :lufy@nankai.edu.cn