

基于波叠加法的 patch 近场声全息及其实验研究*

徐 亮[†] 毕传兴 陈 剑 陈心昭

(合肥工业大学噪声振动工程研究所,合肥 230009)

(2006 年 7 月 31 日收到,2006 年 9 月 23 日收到修改稿)

提出了基于波叠加法的 patch 近场声全息技术(PNAH).该方法首先通过线性叠加在振动体内部“虚置”的若干不同强度的简单源产生的波场来拟合实际声场,实现近场外推,然后采用计算简便的 FFT 方法进行全息重建.该方法解决了现有 PNAH 技术近场外推过程中存在的外推精度和计算效率问题,具有外推精度高、计算速度快、实现方法简单等特点,更适用于工程计算.为了验证本方法的正确性与有效性,将其用于单点激励固支板的全息实验中,取得了令人满意的结果.

关键词:近场声全息,近场外推,波叠加,Tikhonov 正则化

PACC:4320,4363

1. 引 言

Patch 近场声全息(PNAH)是最近三四年发展起来的一种新型近场声全息技术(NAH)^[1-5].作为一种在小全息孔径下仍具有很高计算精度的局部全息重建方法,它允许全息孔径小于实际声源面积(仅覆盖局部源面),重建区域也可以是局部源面^[1,2];它突破了传统 NAH 对全息孔径尺寸的限制,在小全息孔径条件下仍能给出源面上对应区域的高精度的重建结果,甚至能给出尺寸大于全息孔径的重建结果^[1-5].这为 NAH 的实际工程应用,特别是在大尺寸声源结构上的应用带来了极大的方便.

PNAH 这种良好的工程运用特性来自于它所特有的近场外推过程,通过对较小全息孔径内实测声压数据的近场外推,获得较大全息孔径内的声压数据的估计值,从而间接地增大测量孔径,减小了有限孔径效应对全息计算结果的影响,保证了结果的精度^[3].近场外推是 PNAH 的根本,也是 PNAH 与传统 NAH 的区别所在.

由于 PNAH 技术具有上述优点,且非常适合于工程应用,一经提出,即受到了国外学者的广泛关注,获得了较快的发展.相继提出了基于 FFT 法^[1]、边界元法(BEM)的 PNAH^[5],且都取得了较好的效

果.这些方法均采用补零与重建过程迭代作为声压近场外推的手段,由于计算中存在迭代过程,计算量很大,实验发现往往需要经过上千次迭代才能得到较为满意的重建结果,计算耗时多,效率低^[4];而且由于迭代收敛条件的选取一直没有有效的方法,只能凭经验选取,造成实际应用上的困难.

针对现有方法的不足,提出一种基于波叠加法的 patch NAH(WSAPNAH).该方法基本思想是在被测对象背离分析域的位置“虚置”若干个不同强度的简单源,通过线性叠加各简单源产生的声场来拟合实际声场^[6-10],实现近场外推;然后采用 FFT 方法进行全息重建.由于该方法采用波叠加法进行近场外推,仅需要在解出源强后与相应的 Neumann Green 函数矩阵相乘即可实现,算法中没有迭代过程,也不存在边界元方法的奇异积分处理问题,所以与上述两种 PNAH 算法相比计算速度快,实现过程简便,便于工程应用.为了验证该方法的正确性和可靠性,将该方法用于单点激励固支板的全息实验中,取得了令人满意的结果.

2. 基于波叠加法的 PNAH

PNAH 技术总体上分为两个步骤,其一是近场外推过程,其二是全息重建过程.其中,近场外推是

* 国家自然科学基金(批准号:10504006,50675056)及教育部博士点基金(批准号:20060359003)资助的课题.

[†] E-mail: hf_xl307@sina.com

PNAH 技术所特有的全息处理过程,也是 PNAH 技术的关键所在.近场外推方法的优劣,直接决定了相应 PNAH 的性能.对此,本文提出基于波叠加法的新近场外推方法.

2.1. PNAH 中的近场外推方法

如图 1 所示,几何体 Ω 稳态振动在空间内形成小振幅稳态时谐声场.全息面 h_1 包含 M 个测量点,全息面 h_2 包含 N 个测量点,其中 $N > M$ 且 h_1 包含于 h_2 内.近场外推问题即是如何通过数值方法利用 h_1 上测得的全息数据 p_{h_1} 获得 h_2 上全息数据 p_{h_2} ,尽可能精确地估计值 \hat{p}_{h_2} ,从而等效地“增大”全息测量面,减小有限孔径效应对重建结果的影响,提高结果精度.如果外推声压与实际声压分布足够接近,那么对外推后声压进行全息重建甚至可以得到源面上大于全息孔径法向投影区域的重建结果.

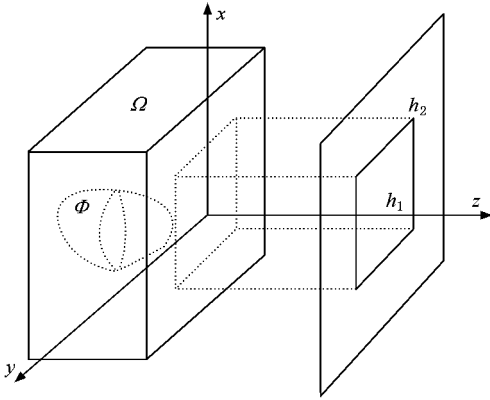


图 1 声源与声场各域之间的位置关系

2.2. 基于波叠加法的近场外推方法

根据波叠加基本原理,声辐射体表面上或空间中任意一点的声压和振速可以由放置在辐射体内部的一系列连续分布的简单源产生的波场叠加得到^[6,7],那么空间声场中任意点 r 处的声压应满足波叠加积分方程

$$p(r) = \int_{\Phi} i\rho ck q(r_0) g(r, r_0) d\Phi, \quad (1)$$

式中 Φ 为置于 Ω 内部的由无限个简单源组成的连续体, i 为虚数单位, ρ 为媒质密度, c 为媒质中声速, r 为空间中的任意一点, $p(r)$ 为点 r 处的声压, $r_{\Phi S}$ 为 Φ 上某一简单源位置, $q(r_{\Phi S})$ 为位于点 $r_{\Phi S}$ 处的简单源的源强, $g(r, r_0)$ 为 r 到 $r_{\Phi S}$ 的 Green 函数

$$g(r, r_0) = \frac{e^{ik|r-r_{\Phi S}|}}{4\pi|r-r_{\Phi S}|}. \quad (2)$$

由于实际计算中简单源连续分布方式无法实现,所以需要对(1)式进行离散化处理.以在 Φ 表面有限结点处离散分布简单源的方式来替代连续分布简单源的方式,于是(1)式可化为求和形式

$$p(r) = i\rho ck \sum_{S=1}^{N_S} g(r, r_{\Phi S}) q(r_{\Phi S}), \quad (3)$$

式中, N_S 为简单源个数.

由(3)式可将 h_1 上 M 个测点处声压表示为

$$P_{h_1} = GQ, \quad (4)$$

式中, $P_{h_1} = [p(r_1) p(r_2) \dots p(r_M)]^T$, $Q = [q(r_{\Phi 1}) q(r_{\Phi 2}) \dots q(r_{\Phi N_S})]^T$ 为各简单源源强组成的列向量. G 为简单源到 h_1 的传递矩阵,由(3)式可知

$$G_{n,m} = i\rho ck g(r_n, r_m), \quad n \in 1, 2, \dots, M; m \in 1, 2, \dots, N_S, \quad (5)$$

其中 $g(r_n, r_m)$ 为 h_1 上第 n 个结点到 Φ 上第 m 个简单源的 Green 函数.

同理, h_2 上各点的声压可表示为

$$P_{h_2} = HQ, \quad (6)$$

式中 $P_{h_2} = [p(r_1) p(r_2) \dots p(r_N)]^T$, H 为简单源到 h_2 的传递矩阵

$$H_{n,m} = i\rho ck g(r_n, r_m), \quad n \in 1, 2, \dots, N; m \in 1, 2, \dots, N_S, \quad (7)$$

其中 $g(r_n, r_m)$ 为 h_2 上第 n 个结点到 Φ 上第 m 个简单源的 Green 函数.

由(4)式可在最小二乘意义下解出源强 Q , 即

$$Q = G^+ P_{h_1}, \quad (8)$$

式中, G^+ 为 G 的广义逆矩阵.为了保证解的唯一性,简单源的总数 N_S 应小于等于 h_1 上的测量点数 N .将(8)式代入(6)式即可得到 P_{h_2} 与 P_{h_1} 之间的关系

$$P_{h_2} = H(G^+ P_{h_1}). \quad (9)$$

通过(9)式即可利用较小的全息测量面 h_1 上测得的数据,求出较大全息面 h_2 上的声压数据,实现近场外推.

需要说明的是(8)式中通过 h_1 上的测量数据反解源强 Q 的过程,本质上属于声辐射逆问题^[9-13].这类问题具有求解的不适定性(ill-posedness),即测量数据的微小误差将导致解出的源强产生很大变化.然而,实际测量中由于仪器以及外界干扰的影响,不可避免地带来测量误差,这将直接影响到近场

外推的精确度. 对于此类问题, 数学上常采用正则化处理稳定求解过程. 本文求解源强 Q 的过程中采用了 Tikhonov 正则化方法^[13].

2.3. PNAH 的全息重建过程

通过近场外推得到外推声压数据 P_{h_2} 后, 即可进行全息重建. 反演 Ω 表面上各点的声压与法向振速以及其他高阶声学量. 由于 FFT 方法计算简便、快速, 因此, 本文采用 FFT 方法进行全息重建. 源面声压重建公式为^[14]

$$P_S(x, y, z_S) = F^{-1} \{ G_p(k_x, k_y, z_H - z_S) W(k_x, k_y) \times F \{ P_H(x, y, z_H) \} \}, \quad (10)$$

式中, 下标 H 表示是全息面上的物理量, 下标 S 表示为重建面上的物理量, 下同; F, F^{-1} 分别表示二维连续 Fourier 变换及其逆变换. k_x, k_y 分别为 x, y 方向的波数分量; $W(k_x, k_y)$ 为波数域滤波窗, 用于去除噪声误差产生的高波数成分. 滤波窗表达式如下^[15]:

$$W(k_x, k_y) = \begin{cases} 1 - 0.5e^{(k_r/k_c - 1)\alpha}, & k_x^2 + k_y^2 \leq k_c^2, \\ 0.5e^{(1 - k_r/k_c)\alpha}, & k_x^2 + k_y^2 > k_c^2, \end{cases} \quad (11)$$

式中, α 为滤波窗的陡度系数, α 越小, 函数值在 k_c 附近截止的越陡峭. k_c 为截止波数; $k_r = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$; G_p^{-1} 为声压逆传递算子.

$$G_p^{-1}(k_x, k_y, z_H - z_S) = e^{-ik_x(z_H - z_S)}. \quad (12)$$

当 $k_x^2 + k_y^2 \leq k^2$ 时,

$$k_z = \sqrt{k^2 - (k_x^2 + k_y^2)},$$

当 $k_x^2 + k_y^2 > k^2$ 时,

$$k_z = i\sqrt{(k_x^2 + k_y^2) - k^2}.$$

源面法向振速重建过程为

$$V_S(x, y, z_S) = F^{-1} \{ G_V^{-1}(k_x, k_y, z_H - z_S) \times W(k_x, k_y) F \{ P_H(x, y, z_H) \} \}, \quad (13)$$

式中, G_V^{-1} 为振速逆传递算子,

$$G_V^{-1}(k_x, k_y, z_H - z_S) = \frac{k_z}{\rho c k} e^{-ik_x(z_H - z_S)}. \quad (14)$$

经过近场外推与全息重建两个步骤, 实现了整个 PNAH 全息演算过程. 值得一提的是由于波叠加的近场外推方法的引入, 重建结点可按任意间隔划分, 突破了常规 FFT 方法重建结点间隔必须与声压采样间隔一致的限制.

3. 实验研究

为了验证基于波叠加法的 PNAH 技术在实际全息测量中的性能, 进行了单点激励固支板声全息实验.

整个实验是在半消声室内完成的, 消声室本底噪声小于 16 dBA. 实验系统实物照片如图 2 所示. 整个实验系统由声源、激励装置、信号采集装置三部分组成. 其中声源为四边固定在刚性框架上的固支钢板, 钢板面积为 $0.5 \text{ m} \times 0.6 \text{ m}$, 厚度为 3 mm, 钢板中心处钻孔, 通过导杆与激振器相连. 激励装置由信号发生器、功率放大器、激振器组成, 信号发生器产生的激励信号, 经功率放大器放大后, 推动激振器工作, 进而使固支钢板振动发声, 形成稳态声场. 声压信号采集装置由参考、扫描传声器, 信号调理器, 信号采集器, 以及自行研制的平面声学扫描装置组成. 平面声学扫描装置在计算机指令的控制下能实现平面上任意点的自动精确定位, 定位精度小于 0.01 mm, 可有效避免因扫描传声器测量位置不准确造成的误差. 实验中采用参考传声器互谱法得到复声压相位, 扫描传声器自谱法获得声压幅值.



图 2 实验系统实物照片

3.1. 基于波叠加法的近场外推方法的有效性验证

实验采用 320 Hz 单频正弦激励, 选择固支板中心(激励点)为坐标原点, 全息面位于 $x = 4.5 \text{ cm}$ 的平面中, 大小为 $0.72 \text{ m} \times 0.72 \text{ m}$, 其上均布 25×25 个测点.

实验中通过测量系统测出全息面上各点声压, 结果如图 3 所示. 为了更加直观地反映全息面声压幅值分布的全貌, 图 3 中分别给出了全息面声压幅值的峰值图 $\chi(a)$ 和斑图 $\chi(b)$.

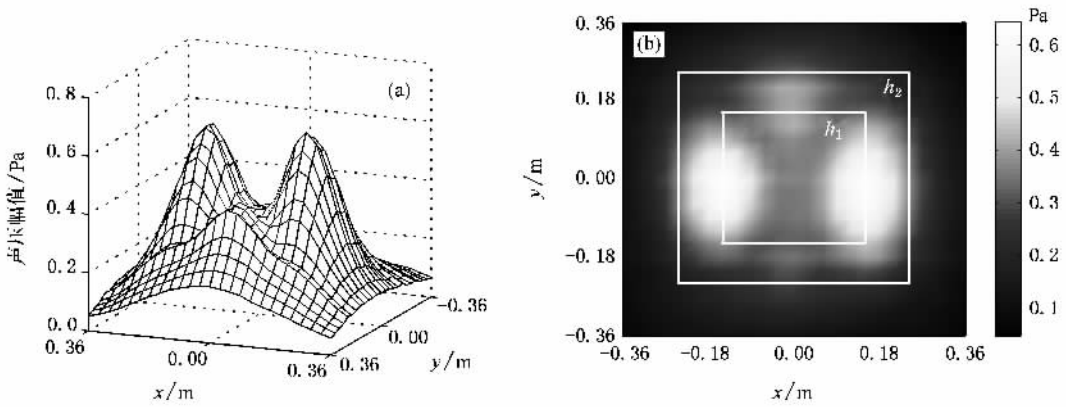


图 3 全息面声压幅值分布

图 3 (b) 的斑图中用白色矩形框标示出了全息面上的两个区域 h_1, h_2 . 其中 h_1 位于内侧, 面积为 $0.3 \text{ m} \times 0.3 \text{ m}$, 包含 11×11 个测点; h_2 面积为 $0.48 \text{ m} \times 0.48 \text{ m}$, 包含 17×17 个测点. 下面将利用 h_1 上 11×11 个测点测得的声压数据, 运用基于波叠加法的近场外推方法计算 h_2 上 17×17 点的声压估计值, 并与 h_2 上的实际测量值进行比较, 以验证基于

波叠加的近场外推方法的有效性. 此次计算过程中总共采用了 11×11 个虚拟的简单源, 它们均匀分布在 h_1 上各个测点的正后方 $x = -3 \text{ cm}$ 的平面上. 图 4 为计算所得的 h_2 上的声压幅值分布, 图 5 为在 h_2 上实际测得的声压幅值分布, 图 6 为计算所得的 h_2 上的声压相位分布, 图 7 为在 h_2 上实际测得的声压相位分布.

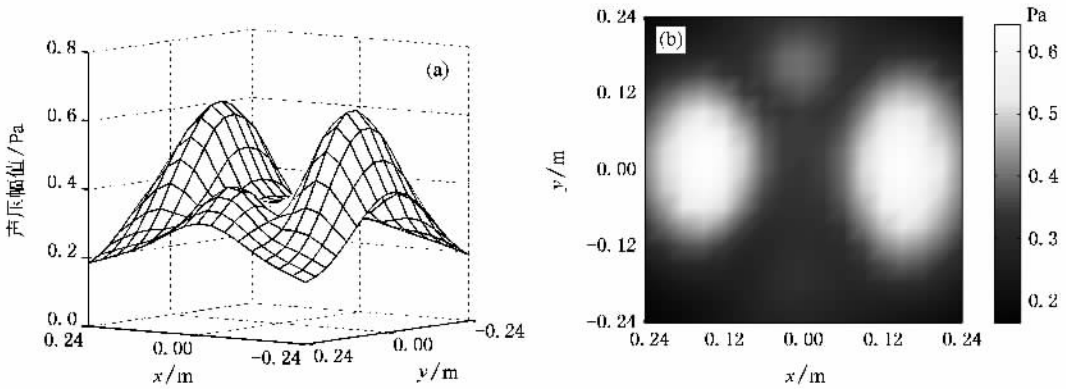


图 4 近场外推所得 h_2 上声压幅值

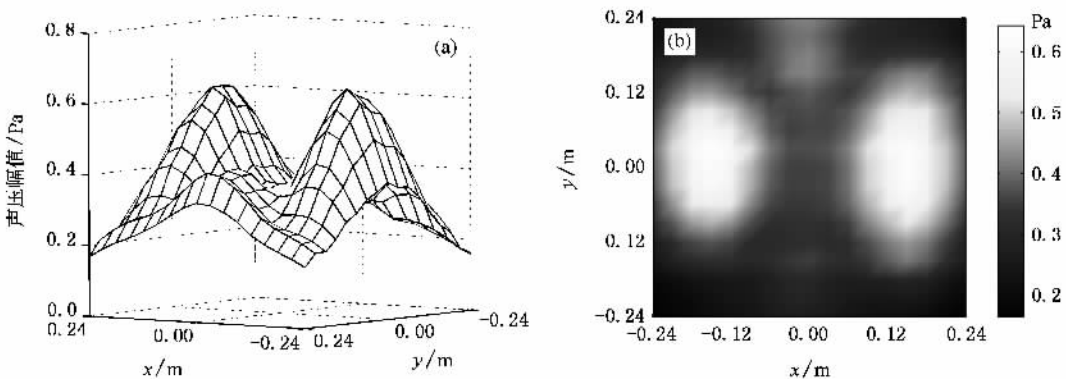


图 5 实际测量所得 h_2 声压幅值

对比图 4, 图 5 可以发现, 基于波叠加法的近场外推方法计算所得的声压幅值与实际测量值相比无论是峰值、整体形状, 还是分布情况都非常相似. 为了定量地反映出计算所得的声压与实测声压的近似程度, 定义相对均方误差如下:

$$\eta = \sqrt{\sum_{i=1}^M |a_i - \bar{a}_i|^2} / \sqrt{\sum_{i=1}^M |\bar{a}_i|^2}, \quad (15)$$

式中 M 为 h_2 上结点总数, a_i 和 \bar{a}_i 分别为第 i 个节

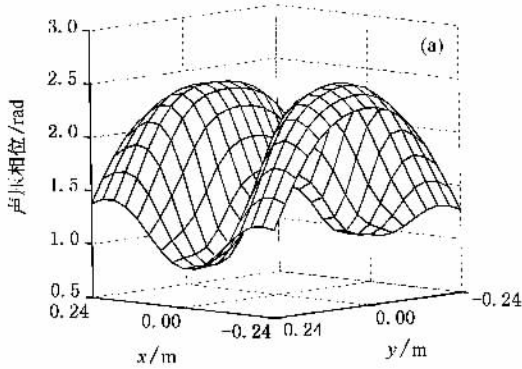


图 6 近场外推所得 h_2 上声压相位

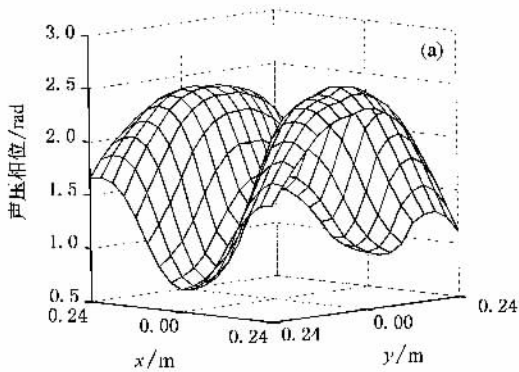
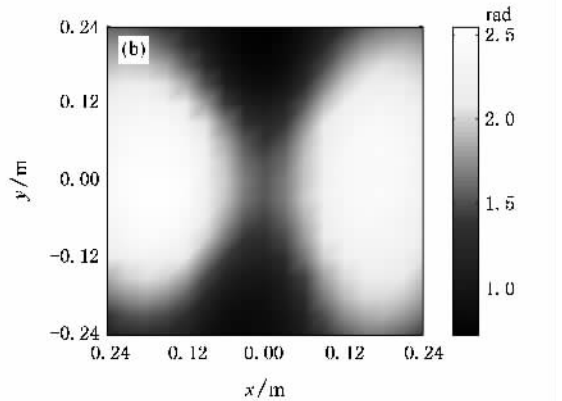
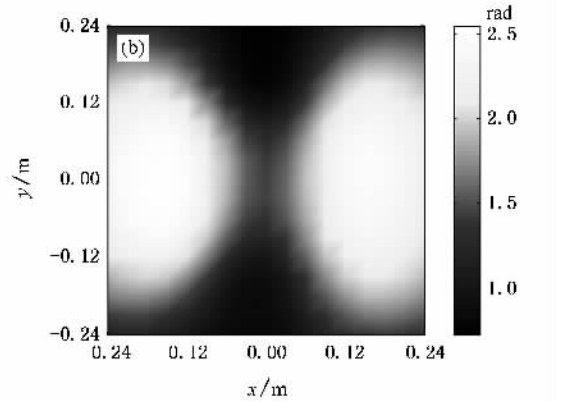


图 7 实际测量所得 h_2 声压相位

以上比较过程都是作整体上的比较, 能反映出总体平均近似程度, 但还不能排除含有局部偏差较大的情况, 下面将抽取局部数据进行比较. 图 8 抽取 $x = -0.24$ m 的点进行了声压幅值和相位的比较. 由于近场外推方法是通过 h_1 上的声场信息来估计 h_2 上的声场, 因此距离 h_1 越远误差越大. 图 8 中抽取的点均位于 h_2 的最外围, 距离 h_1 边界最远, 理论上讲是计算误差最大的部分. 然而从图 8 中结果看来, 即使在这些点计算值与实际测量值之间仍然符合得很好.

点处计算值和实际测量值. 由(15)式计算可得外推声压相对于测量声压的幅值误差仅为 5.87%.

从图 6 和图 7 中看来, 基于波叠加法的近场外推方法计算所得的声压相位与实际测量值仅在边缘处稍有差别, 总体上仍然符合得很好. 按(15)式计算可得外推声压相对于测量声压的相位误差为 3.38%, 这说明计算所得声压相位与实际测得的声压相位的近似程度还是相当高的.



以上实验结果清楚地表明, 基于波叠加法的近场外推方法计算所得的声压与实际测量值非常近似, 该方法在实际声场外推过程中是非常有效的.

3.2. 基于波叠加法的 PNAH 的有效性验证

上面的实验证明了基于波叠加法的近场外推方法的有效性. 下面将采用基于波叠加法的 PNAH 重建固支板表面法向振速, 完成整个 PNAH 过程, 验证基于波叠加法的 PNAH 整体性能.

为了体现 PNAH 的优越性, 增强说服力, 将在全

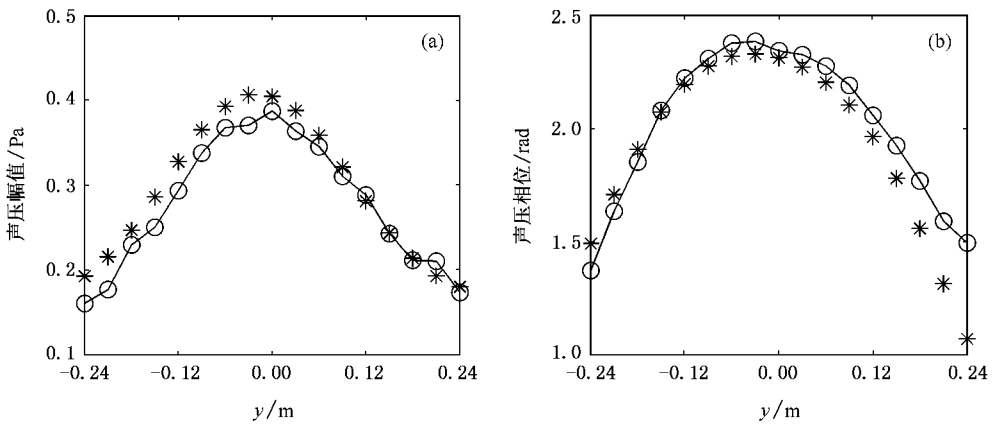


图 8 外推所得声压与测量值(局部)的比较 (a)为幅值 (b)为相位(其中○代表实际测量值,*代表计算值)

息面面积小于固支板面积的恶劣条件下使用基于波叠加法的 PNAH 重建整个固支板表面法向振速,并与实际测得的法向振速进行比较.实验中固支板仍采用 320 Hz 单频正弦激励,板表面按 x 方向间隔 0.025 m, y 方向间隔 0.03 m 划分为 21×21 个结点,由于周界上结点位置与钢板固定螺钉重合,因此只能测量中心处 19×19 点的表面法向振速.表面法向振速的测量是通过加速度传感器(B&K4375)、电荷放大器、信号调理器、信号采集器组成的采集系统测出各节点上的法向加速度,经处理后得到结果如图 9 所示.全息面位于 $x = 4.5$ cm 的平面中,测量孔径

尺寸为 $0.3 \text{ m} \times 0.3 \text{ m}$ ($-0.15 \text{ m} \leq x \leq 0.15 \text{ m}$, $-0.15 \text{ m} \leq y \leq 0.15 \text{ m}$) 其上均匀分布 11×11 个测点.

实验中首先通过基于波叠加法的近场外推方法对 11×11 点的测量声压进行外推,外推到 21×21 点(为了减小重建过程中卷绕误差对结果边缘精度的影响,适当增大了外推点数),计算过程中使用了 11×11 个虚拟的简单源,它们均匀分布各个测点的正后方 $x = -3$ cm 的平面上,得到全息面 21×21 点的声压估计值后由(13)式重建固支板表面 19×19 点法向振速值,滤波窗 W 截止波数 $k_c = 40$,结果如图 10 所示.

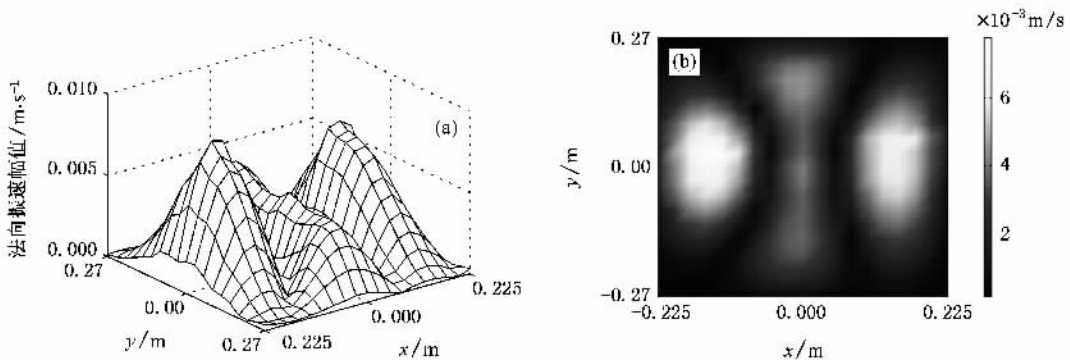


图 9 表面振速测量值

由于实际测量中加速度传感器本身具有一定大小,其固定位置不可能与测点精确重合,因此就单一测点来说可能存在位置误差,但整体趋势应该是一致的.实验结果证明了这一点.从整体上看重建值与测量值在大小、位置、形状、分布上都都很一致.按(15)式计算重建值与测量值相对均方误差也仅有 13.91%,足以说明重建结果的有效性.实验中通过

测量全息面上 11×11 点(面积 $0.3 \text{ m} \times 0.3 \text{ m}$) 的声压值,实现了对固支板表面 19×19 点(面积 $0.45 \text{ m} \times 0.54 \text{ m}$) 区域的法向振速重建,重建区域面积为全息孔径的 2.7 倍,重建结果与传感器实测结果差别很小.这一实验结果充分显示了基于波叠加法的 PNAH 方法的优越性,有力地证明了该方法的有效性和正确性.

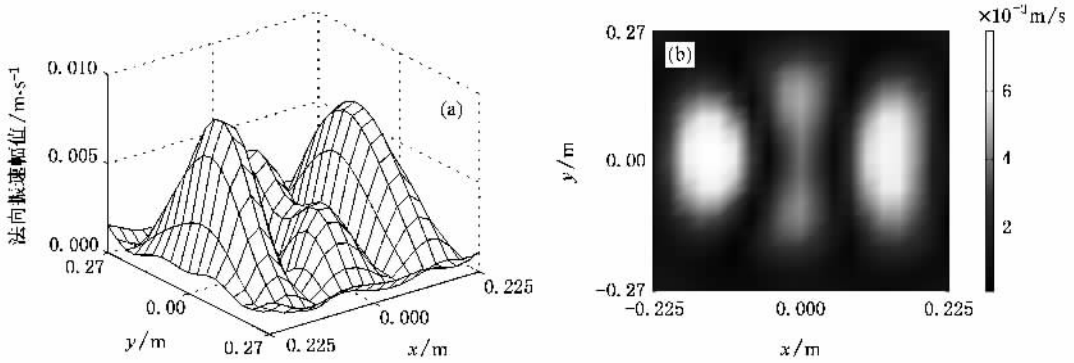


图 10 采用本文 PNAH 方法计算所得表面振速重建值

4. 结 论

PNAH 突破了传统 NAH 对全息孔径尺寸的限制,成功解决了在声源尺寸大于测量阵列的情况下 NAH 技术的运用问题,拓宽了 NAH 技术的应用范围,有着广泛的应用前景.本文提出了一种基于波叠加法的新型 PNAH 方法,该方法利用波叠加方法进行近场外推,具有计算过程直接、速度快,实现过程简便,外推精度高等特点,成功解决了现有 PNAH 方

法因为采用补零与重建过程迭代的方式进行声压近场外推而造成的计算耗时多、效率低,以及迭代收敛条件选择困难等问题.

为了验证该方法的有效性,本文在理论工作的基础上,对单点激励固支板进行了实验研究.通过对近场外推所得声压数据与实测声压数据的比较,证明了基于波叠加的近场外推方法的有效性;通过对固支板表面法向振速的重建值与测量值比较,进一步说明了基于波叠加的 PNAH 技术整体上的有效性.

- [1] Williams E G , Houston B H , Herdic P C 2003 *J. Acoust. Soc. Am.* **114** 1322
- [2] Williams E G 2003 *Proceedings of INTERNOISE2003* No 288
- [3] Williams E G 2003 *J. Acoust. Soc. Am.* **113** 1273
- [4] Moohyung Lee , Bolton J S 2005 *J. Acoust. Soc. Am.* **118**(6) 3721
- [5] Saijyou , Uchida H 2004 *J. Acoust. Soc. Am.* **115** 785
- [6] Koopmann G H , Song L , Fahline J 1989 *J. Acoust. Soc. Am.* **86** 2433
- [7] Song L , Koopmann G H , Fahline J 1991 *J. Acoust. Soc. Am.* **89** 2625
- [8] Yu F , Chen X Z , Li W B , Chen J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2607 (in Chinese) [于 飞、陈心昭、李卫兵、陈 剑 2004 物理学

报 **53** 2607]

- [9] Bi C X , Chen X Z , Chen J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4268 (in Chinese) [毕传兴、陈心昭、陈 剑 2004 物理学报 **53** 4268]
- [10] Kim B K , Ih J G 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **107** 3289
- [11] You Y X , Miao G P 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2038 (in Chinese) [尤云祥、缪国平 2002 物理学报 **51** 2038]
- [12] You Y X , Miao G P 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 270 (in Chinese) [尤云祥、缪国平 2002 物理学报 **51** 270]
- [13] Hansen P C 1992 *S. I. A. M. Rev.* **34** 561
- [14] Williams E G , Maynard J D 1980 *Phys. Rev. Letts.* **45** 554
- [15] Cheng J Z , Zhang D J , Lan C Q , Ye C H 2000 *Chin. Phys.* **9** 913

Algorithm and experimental investigation of patch nearfield acoustic holography based on wave superposition approach *

Xu Liang[†] Bi Chuan-Xing Chen Jian Chen Xin-Zhao

(*Institute of Sound & Vibration Research , Hefei University of Technology , Hefei 230009 , China*)

(Received 31 July 2006 ; revised manuscript received 23 September 2006)

Abstract

A new patch nearfield acoustic holography (PNAH) based on wave superposition approach is proposed in this paper . In the method , the sound field is extrapolated by superposing wave fields produced by a number of fictitious sources placed inside the radiator , and then the FFT is used for reconstructing the normal velocity or the field on and near the radiator . This method has higher computational accuracy and efficiency than other PNAH techniques , and is very easy for applications . In order to prove its validity , the method was used in the experiment to reconstruct the normal velocity of a clamped point-driven steel plate , and satisfactory results were obtained .

Keywords : nearfield acoustic holography , nearfield extrapolation , wave superposition approach , Tikhonov regularization

PACC : 4320 , 4363

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10504006 , 50675056) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (Grant No. 20060359003) .

[†] E-mail hf_xl307@ sina.com