

居民出行分布中的电子云现象^{*}

王殿海 景超 姚荣涵[†]

(吉林大学交通学院, 长春 130022)

(2006 年 9 月 29 日收到, 2006 年 12 月 13 日收到修改稿)

研究发现, 居民出行分布的概率密度曲线与氢原子基态电子在核外出现的概率密度曲线极为相似, 运用量子力学中的电子云分布模型可以很好地解释居民出行分布特性. 根据氢原子中电子的径向概率密度函数建立了模拟电子云居民出行分布模型. 利用长春市和旧金山地区的抽样调查数据对模型进行了验证. 在此基础上, 进一步建立了实用模型, 并结合实例给出了模型标定方法和过程. 该模型可在城市规划和城市交通规划中定量描述居民出行分布状态.

关键词: 科学与社会, 自组织系统, 电子云, 出行分布

PACC: 0170, 0175, 0190, 0565

1. 引 言

以物理学的观点, 小到微观粒子, 大到宏观天体, 有许多事物的运行规律都存在着惊人的相似性, 如原子绕核运转和行星绕恒星运转. 在人类活动中, 有些规律与自然界的自然规律也存在着相似之处^[1-5]. 作者在交通调查中发现居民出行的概率分布规律与原子中电子在核外绕核运动的规律极为类似. 电子在核外绕原子核运动的概率分布形成电子云, 图 1 为电子云平面投影示意图^[6], 居民在出行中心周围的出行分布概率也形成类似电子云的密度曲线(如图 2).

大量的居民出行调查数据表明了如下几种基本现象: 1) 以住所为参考点, 居民的出行距离或时间明显呈现出这样的规律: 离住所非常近的地方, 出行人数所占比例较小, 随着距离增加, 比例随之上升, 但比例很快上升到一定值时, 再随着距离增加, 出行人数所占比例下降; 2) 以工作地点为参考点, 其他条件相同时离工作地越近, 居民选择住址的可能性越大; 3) 以购物中心为参考点, 离购物中心越近的居民来中心购物的机会就越多; 4) 以城市中心区为参考点, 离中心区越近的地区吸引的居民越多. 这些现象总的来看符合如图 1 和图 2 所示的规律, 即出行距离

特别小时, 出行分布的概率密度并不很大, 随着距离的增加, 概率密度增加并很快达到极值, 之后, 随着距离的增大, 居民出行的概率随之变小. 需要特别指出的是, 这里所说的距离可以是时间距离, 也可以是空间距离. 当考察同一出行方式时, 这两种距离对居民出行分布概率规律无大影响. 但当对多种出行方式进行综合考察时, 采用时间作为距离量度更能反映出明显的规律.

受电子绕核运转规律的启发, 王殿海等人于 1996 年提出了基于氢原子基态电子在核外出现概率密度的模拟电子云居民出行分布理论模型(见(1)(2)式^[7]), 并给出了算例. 但该研究成果还存在两个问题: 1) 基本模型仅仅是一种理论模型, 由于当时缺少调查数据, 并未对模型进行验证, 不能认定居民分布呈现电子云现象; 2) 没有考虑居民出行分布中的供需不平衡问题(如实际中居民居住需求与住房供给多数情况下是不平衡的). 模型经过一次计算便获得了居民分布状态, 这与实际不符. 经过几年的深入研究, 本文在原有成果的基础上, 获得了更为满意的研究成果: 1) 课题组专门组织了长春市居民出行抽样调查, 为验证模型的普适性, 又借用了旧金山地区的居民出行调查数据, 对理论模型进行了总体出行和分方式出行拟合验证, 结果表明居民分布规律确实符合电子云现象; 2) 考虑居民出行中供需不

^{*} 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2006CB705505)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: cyanyrh@yahoo.com.cn

平衡问题,建立了完整的居民分布迭代模型(见(6)~(10)式)并给出了参数标定方法和算例说明,结果表明这种迭代模型更加符合实际。

居民出行分布是城市规划和城市交通规划的重要研究内容。人们在居民出行分布模型研究中积累了许多成果,如增长系数模型、引力模型、指数模型、机会插入模型、重力机会模型等^[8-15],这些模型在以往的城市规划和城市交通规划中发挥了重要的作用。本文利用氢原子核外电子绕核运转规律来认识居民出行分布规律,将自然规律与人类活动紧密结合,从方法论上是一种新的尝试。

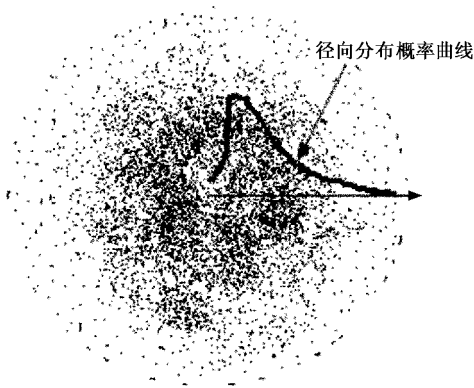


图1 电子云平面投影示意图

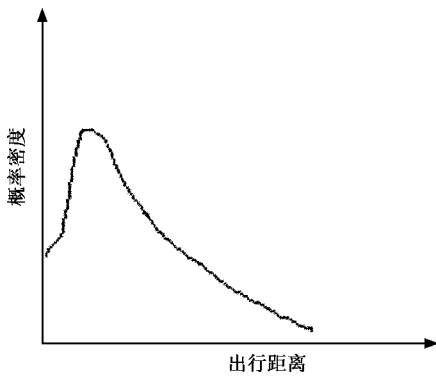


图2 居民分布概率与出行距离的关系

2. 理论模型

2.1. 模型建立

从物理学知道,氢原子中核外电子在原子核周围出现的概率大小与电子距离原子核的距离有关。1 S电子的电子云在平面上的投影如图1所示^[6]。

由图1可以直观地看出,当距离原子核特别近时,电子出现的概率并不是特别大,但随着距离的加

大,概率密度迅速增大并达到最大值,当距离进一步增加,概率又逐渐减小并最后趋近于0。这里要强调的是,电子的能量越大,其所形成的电子云的半径越大,也就是其出现在离核较远位置的概率越大。电子之所以绕核旋转并形成电子云,就是因为原子核对其有一个引力。

于是,不难联想到家庭、工作单位或购物中心等对一个居民来说就好比一个原子核,而居民就好比一个电子,他的出行选择总是要考虑到出行距离,并希望出行距离近一些。因此,距离较近的出行被选择的可能性就大,而较远的出行被选中的可能性就要小些。与电子类似:当居民的收入增加,出行方式有所改善时,其出行的距离会有所增加,相当于电子的能量增加。我们可以把居民出行的这种规律用电子云来描述。这样就可以借助量子力学的有关模型来描述居民出行分布规律。

由量子力学知识知道,氢原子中电子的径向概率密度为^[6]

$$f(r) = \frac{4r^2}{a_0^3} e^{-\frac{2r}{a_0}}, \quad (1)$$

式中 r 为径向距离; a_0 为常数(玻尔理论中 $n=1$ 的圆轨道半径); $f(r)$ 为距离原子核 r 处的概率密度函数。

对(1)式进行积分得到^[7]

$$\begin{aligned} F(r_1, r_2) &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{4r^2}{a_0^3} e^{-\frac{2r}{a_0}} dr \\ &= - \left(\frac{2r^2}{a_0^2} + \frac{2r}{a_0} + 1 \right) e^{-\frac{2r}{a_0}} \Big|_{r_1}^{r_2} \\ &= \left(\frac{2r^2}{a_0^2} + \frac{2r}{a_0} + 1 \right) e^{-\frac{2r}{a_0}} \Big|_{r_2}^{r_1}. \end{aligned} \quad (2)$$

令 $\frac{r}{a_0} = x$, 则有累计概率模型

$$F(x) = 1 - (2x^2 + 2x + 1)e^{-2x}, \quad (3)$$

式中 a_0 是一个需要确定的常数,其确定办法将在后面说明。

运用(2)式和(3)式,可以计算出不同的 r 值或 x 值时的分布概率, $x=1, 2, \dots$ 的概率如表1。

表1 r_1, r_2 不同取值时的分布概率

r_1	0	1	2	3	4	5
r_2	1	2	3	4	5	∞
x	1	2	3	4	5	∞
$F(r_1, r_2)$	0.323	0.439	0.176	0.048	0.011	0.003
$F(x)$	0.323	0.762	0.938	0.986	0.997	1

2.2. 模型验证

表 2 是 2001 年 7 月本课题组对长春市的 3 个购物中心(恒客隆、远方、好望角) 1 个就业中心(好望角)和 4 个居住区(红旗、银龙、旺达、景阳)的 8061 个居民进行的出行抽样调查数据. 研究发现, 当以空间距离为变量时, 不同的出行方式居民出行概率分布曲线明显不同, 很难找到一个统一的分布规律. 如果把本表的数据经过一次数据转换, 即把各个出行距离按各种出行方式的平均速度转化成出行时间, 则以时间为变量的各种出行方式的居民出行分布概率曲线具有明显的相似性. 这一规律说明, 从统计意义上来说, 若以时间为距离量度, 则出行方式决定了人们活动的空间范围. 随着出行方式速度的加快, 在

相同的时间内出行的空间距离就加大. 这也正好解释了同样人口的城市发达国家面积远大于发展中国家的原因, 同时也预示着一个现象的发生. 随着小轿车进入家庭, 中国的城市将有一个快速的外延(郊区化)发展过程. 上述规律也可以用量子力学理论解释. 对于一个居民, 其出行方式的改善, 就好比核外电子的能量增加, 增加能量的电子在离核较远的位置出现的概率会比能量较低时增大. 因此, 本文在模型验证中使用的距离为时间.

表 3 是 1990 年美国旧金山地区(湾区)居民出行抽样调查数据(3305 人). 图 3—图 8 是运用表 2 和表 3 数据对模型(3)的验证结果. 结果表明, 在各种情况下, 模型(3)的模拟结果均通过了 χ^2 检验, 说明模型可靠.

表 2 长春市居民出行抽样调查数据(人)*

方式 \ 距离/m	0—500	501—1000	1001—2000	2001—4000	4001—6000	> 6000	合计
步行	2376	335	175	67	12	6	2971
自行车	78	359	605	671	134	34	1881
公共汽车	21	82	314	573	770	282	2042
小汽车等	13	17	70	343	537	187	1167
合计	2478	793	1164	1654	1453	509	8061

* 时间-空间距离转换公式为 $t_j = d_j/v_i + b$, 式中 t_j 为出行时间; d_j 为出行距离; v_i 为 i 出行方式的平均速度; b 为公共交通出行平均候车时间.

表 3 美国旧金山地区居民出行抽样调查数据

时间/min	5	10	15	20	25	30	35
累计人数	1169	2094	2667	2913	2994	3156	3173
时间/min	40	45	50	55	60	65	70
累计人数	3189	3220	3239	3249	3273	3277	3281
时间/min	75	85	90	95	105	140 -	
累计人数	3286	3292	3296	3298	3300	3305	

3. 应用模型

3.1. 模型建立

前面所讨论的模型是理论模型, 有时候理论模型的条件很难满足, 在实际应用中应该讨论实用模型. 由于上班出行是各种出行中比例最大的出行(按出行目的划分), 所以本文以就业中心为参考点, 讨论居民选择住址的概率模型, 也即工作出行分布概率模型. 其他类型的分布模型可采用类似的方法确定.

应该注意到(2)式和(3)式是建立在两个前提基础上的. 一是就业中心周围任何一处都可以选作住址, 且无差异; 二是可选择的地区是个圆. 显然, 在实际规划中上述两个前提都很难存在, 因为各个城市的地理形态和土地利用布局都不相同. 因此, 必须对上述模型进行进一步处理, 使之满足实际需要.

设任意一个就业中心 i 居住需求数为 D_i , 周围 j 环内(距离就业中心 i 的距离为 ja_0)居住区可供选址数(供给数, 规划区可取居住区面积)为 S_j (i 为整数, j 为大于 0 的实数, 最好取整数), j 环的理论分

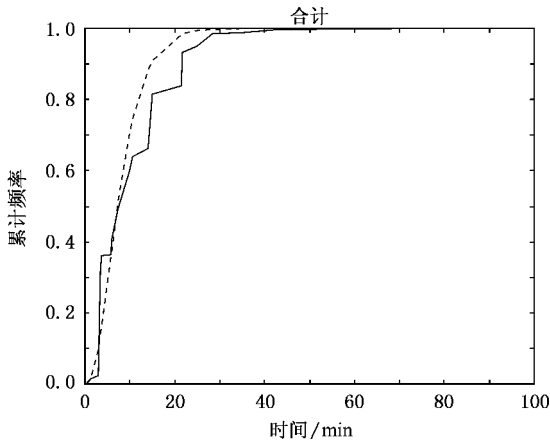


图3 长春市各种出行方式出行时间累计频率曲线拟合(——调查数据曲线,---拟合曲线;样本数:8061人;置信度:95%; χ^2 临界值:8309.9; χ^2 值:5342.6;检验结果:显著; $a_0 = 5.5$ min)

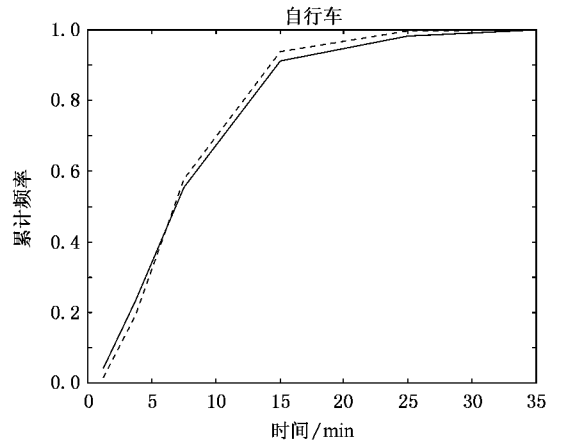


图5 长春市自行车出行方式出行时间累计频率曲线拟合(——调查数据曲线,---拟合曲线;样本数:1881人;置信度:95%; χ^2 临界值:2001.2; χ^2 值:116.2;检验结果:显著; $a_0 = 5.0$ min)

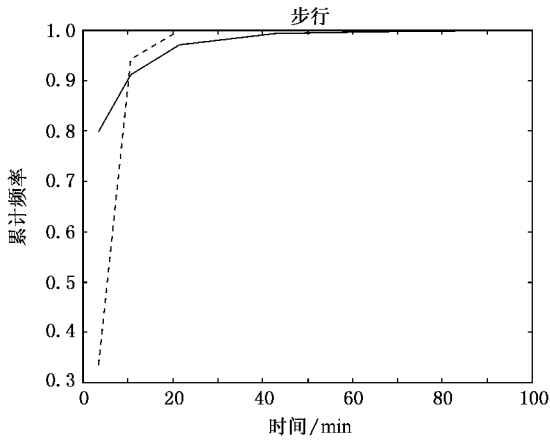


图4 长春市步行出行方式出行时间累计频率曲线拟合(——调查数据曲线,---拟合曲线;样本数:2971人;置信度:95%; χ^2 临界值:3122.1; χ^2 值:1929.7;检验结果:显著; $a_0 = 3.5$ min)

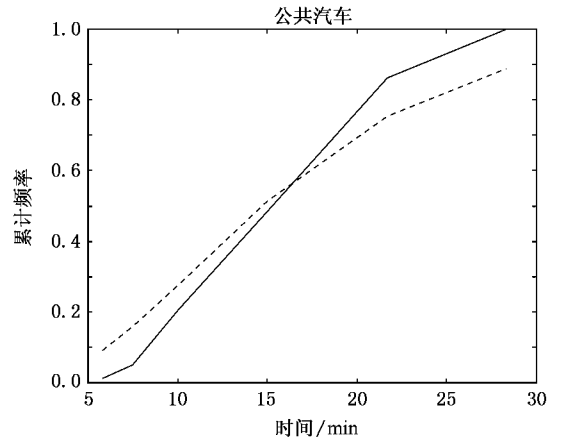


图6 长春市公共汽车出行方式出行时间累计频率曲线拟合(——调查数据曲线,---拟合曲线;样本数:2042人;置信度:95%; χ^2 临界值:2167.3; χ^2 值:397.9;检验结果:显著; $a_0 = 11.0$ min)

布概率为 F_j ($F_1 = 0.323, F_2 = 0.439, F_3 = 0.176, \dots$), 分布在 S_{ij} 上的概率为 F'_{ij} , 则下式成立:

$$\begin{aligned} \frac{F'_{ij}}{S_{ij}} &= \frac{F_j}{\pi[(ja_0)^2 - (j-1)^2 a_0^2]} \\ &= \frac{F_j}{\pi a_0^2 (2j-1)}, \end{aligned}$$

即

$$F'_{ij} = \frac{F_j S_{ij}}{\pi a_0^2 (2j-1)} \quad (4)$$

为了归一化, 构造如下模型:

$$F_{ij} = F'_j / \sum_{k=0}^n F'_k,$$

将(4)式代入得

$$\begin{aligned} F_{ij} &= \frac{F_j S_{ij}}{\pi a_0^2 (2j-1)} \bigg/ \sum_{k=0}^n \frac{F_k S_{ik}}{\pi a_0^2 (2k-1)} \\ &= \frac{F_j S_{ij}}{2j-1} \bigg/ \sum_{k=0}^n \frac{F_k S_{ik}}{2k-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 F_{ij} 为居民工作在 i 就业中心居住在 j 环的概率; n 为所研究地区(或规划区)所划分的环数, 即 a_0 的倍数。

由于供给和需求可能出现不平衡, 因此, 在实际计算时要有个迭代过程, 迭代公式如下:

$$F_{ij}^{l+1} = \frac{F_j S_{ij}^l}{2j-1} \bigg/ \sum_{k=0}^n \frac{F_k S_{ik}^l}{2k-1}, \quad (6)$$

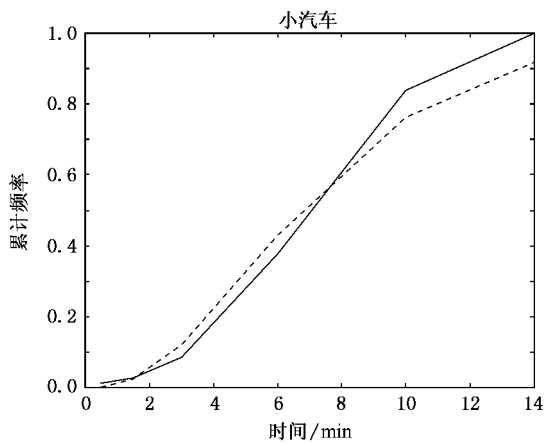


图 7 长春市小汽车等方式出行时间累计频率曲线拟合(——调查数据曲线,---拟合曲线,样本数:1167人,置信度:95%, χ^2 临界值:1261.7; χ^2 值:138.4,检验结果:显著; $a_0 = 5.0$ min)

$$W_{ij}^{l+1} = D_i^l F_{ij}^l, \quad (7)$$

$$Y_{ij}^{l+1} = \begin{cases} D_i^l, & D_i^l \leq W_{ij}^{l+1}, \\ W_{ij}^{l+1}, & D_i^l > W_{ij}^{l+1}, \end{cases} \quad (8)$$

$$D_i^{l+1} = D_i^l - \sum_{k=1}^{l+1} Y_{ij}^{l+1}, \quad (9)$$

$$S_{ij}^{l+1} = S_{ij}^l - Y_{ij}^l, \quad (10)$$

式中 l 为计算轮次, W 为理论分布数, Y 为实际分布数, $D_i^l = D_i$, $S_{ij}^l = S_{ij}$. 当 $D_i^l = 0$ 或 $\sum_{j=1}^n S_{ij}^l = 0$ 时, 停止计算.

3.2. 应用示例

假设图 9 是某规划区示意图, 图中给出的 A 为

$$F_E = F_1 = \frac{0.323 \times 2000}{2-1} / \left(\frac{0.323 \times 2000}{2-1} + \frac{0.439 \times 3000}{4-1} + \frac{0.176 \times 3000}{6-1} + \frac{0.048 \times 2000}{8-1} + \frac{0.014 \times 4000}{10-1} \right) = 0.534,$$

$$F_B = F_2 = 0.363, \quad F_D = F_3 = 0.087, \quad F_F = F_4 = 0.011, \quad F_C = F_5 = 0.005.$$

按上面算得的分布概率乘以需求数即可获得第一轮分布数. 结果如下: E 区: $10000 \times 0.534 = 5340$; B 区: $10000 \times 0.363 = 3630$; D 区: $10000 \times 0.087 = 870$; F 区: $10000 \times 0.011 = 110$; C 区: $10000 \times 0.005 = 50$. 如果此分布数小于供给数, 则此分布数即为实际分布数, 如果大于供给数, 则实际分布数

就业中心, 有 10000 个就业岗位. B, C, D, E, F 为 5 个居住区, 它们的供给数分别为 3000 个单位、4000 个单位、3000 个单位、2000 个单位和 2000 个单位. 很显然, 这是一个供求不平衡问题.

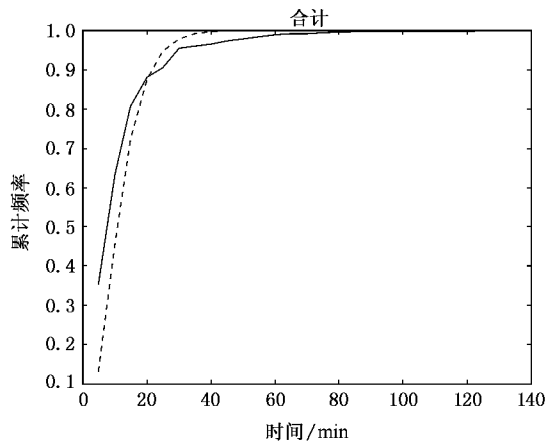


图 8 湾区各种出行方式出行时间累计频率曲线拟合(——调查数据曲线,---拟合曲线,样本数:3305人,置信度:95%, χ^2 临界值:3464.4; χ^2 值:1521.2,检验结果:显著; $a_0 = 8.0$ min)

以 A 区为中心, 以 C 区外围为最大半径(设 $r = 5a_0$), 画 5 个圆环, 半径分别为 $r = a_0, r = 2a_0, r = 3a_0, r = 4a_0, r = 5a_0$ (也可以画多个环, r 也不一定取 a_0 的整数倍, 可以根据实际情况确定, 本例这样取是为了简单). E, B, D, F, C 分别落在 1, 2, 3, 4, 5 环中. 根据表 1 和 (5)~(10) 式进行计算. 职工在这 5 个小区第一轮分布的概率如下:

等于供给数. 得到实际分布数分别为 2000, 3000, 870, 110, 50. 各小区原供给数减去实际分布数便得到供给剩余数, 分别为 0, 0, 2130, 1890, 3950. 原需求数减去实际分布数即得到需求剩余数, 为 3970.

用第一轮算得的需求剩余数和供给剩余数按第一轮的做法进行第二轮计算, 如此反复, 直至需求剩余数或供给剩余数为 0. 本例各轮分布结果如表 4.

表 4 迭代计算结果

轮次	小区	E	B	D	F	C	合计	需求剩余
1	分布概率	0.534	0.363	0.087	0.011	0.005	1.0	
	分布数	5340	3630	870	110	50	10000	
	供给数	2000	3000	3000	2000	4000	14000	
	实际分布数	2000	3000	870	110	50	6030	
	供给剩余数	0	0	2130	1890	3950	7970	
	分布数累计	2000	3000	870	110	50	6030	3970
	2	分布概率	0	0	0.797	0.138	0.065	1.0
分布数		0	0	3164	548	258	3970	
供给数		0	0	2130	1890	3950	7970	
实际分布数		0	0	2130	548	258	2936	
供给剩余数		0	0	0	1342	3692	5034	
分布数累计		2000	3000	3000	658	308	8966	1034
3		分布概率	0	0	0	0.617	0.383	1.0
	分布数	0	0	0	638	396	1034	
	供给数	0	0	0	1342	3692	5034	
	实际分布数	0	0	0	638	396	1034	
	供给剩余数	0	0	0	704	3296	4000	
	分布数累计	2000	3000	3000	1296	704	10000	0

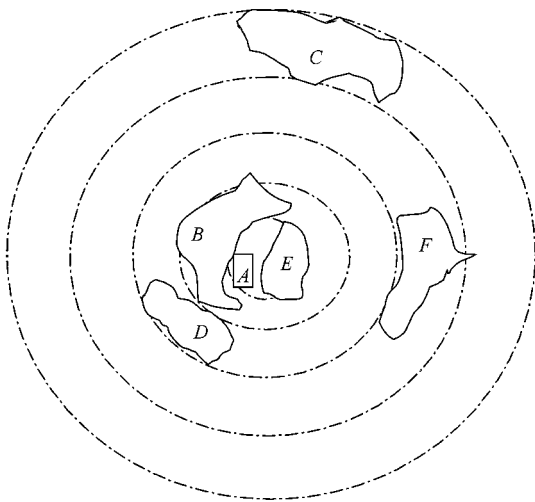


图 9 各区分布式意图

根据上述计算结果,分布在各区的人数为: E 区 2000 人, B 区 3000 人, D 区 3000 人, F 区:1296 人, C 区:704 人。

3.3. 模型标定

上述模型的标定过程如下:

1) 输入数据. 输入各出行吸引区(可以是就业

区、购物中心等)吸引量(需求数),各出行生成区的人数(供给数,规划区可以取面积),以及任意出行吸引区 i 到任一出行生成区 j 的距离 d_{ij} 或时间 t_{ij} .

2) 确定 a_0 . 如果无统计数据参考,以最大出行距离或时间的五分之一作为 a_0 值,即 $a_0 = \max(d_{ij})/5$ 或 $a_0 = \max(t_{ij})/5$. 如果有统计数据参考,可以取出行者累计比率(按出行时间或距离从小到大统计)约为 0.986 的出行距离或时间的四分之一为 a_0 ,即 $a_0 = d_{0.986}/4$ 或 $a_0 = t_{0.986}/4$.

3) 计算理论分布概率 F_j . 根据(5)式计算每个出行产生区的 F_j 值.

4) 根据(6)~(10)式进行迭代计算.

5) 确定居民分布值.

4. 结 论

本文在原有成果的基础上,做出了如下贡献:1) 运用长春市居民出行抽样调查数据和旧金山地区的居民出行调查数据对理论模型进行了总体出行和分方式出行拟合验证,结果表明居民分布规律确实符合电子云现象;2) 考虑居民出行中供需不平衡问题,

建立了完整的居民分布迭代模型,并给出了参数标定方法和实例说明,算例表明这种迭代模型更加符

合实际.上述成果可用于城市规划或城市交通规划,尤其是当缺乏统计数据时优点更为突出.

- [1] Quan H J , Wang B H , Yang W S , Wang W N , Luo X S 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2667 (in Chinese) [全宏俊、汪秉宏、杨伟松、王卫宁、罗晓曙 2002 物理学报 **51** 2667]
- [2] Li J , Wang B H , Jiang P Q , Zhou T , Wang W X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4051 (in Chinese) [李 季、汪秉宏、蒋品群、周涛、王文旭 2006 物理学报 **55** 4051]
- [3] Zhang P P , He Y , Zhou T , Su B B , Chang H , Zhou Y P , Wang B H , He D R 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 60 (in Chinese) [张培培、何 阅、周 涛、苏蓓蓓、常 慧、周月平、汪秉宏、何大韧 2006 物理学报 **55** 60]
- [4] Yang W S , Wang B H , He P , Wang W N , Quan H J , Xie Y B 2003 *Chin. Phys.* **12** 931
- [5] Sun K , Mao X M , Ouyang Q 2002 *Chin. Phys.* **11** 1280
- [6] Cao X L 1981 *Physics* (Beijing : People Education Press) (in Chinese) [曹萱龄 1981 物理学 (北京 : 人民教育出版社)]
- [7] Wang D H , Yang Z S , Lei Y L 1996 *Systems Engineering-Theory & Practice* **7** 71 (in Chinese) [王殿海、杨兆升、雷雨龙 1996 系统工程理论与实践 **7** 71]
- [8] Willumsen L G 1990 *Modeling Transport* (John Wiley & Sons New York)
- [9] Helly W 1975 *Urban System Models* (Academic Press NY) 32
- [10] Finney N D 1972 *Trip distribution models New Perspectives in Urban Transpn. Res.* (ed. Catanese , A. J.) Lexington Books Lexington MA. 63
- [11] Wills M J 1986 *Transpn. Res.* **20B** 89
- [12] Gonçalves M B , Ulysséa N I 1993 *Environment and Planning A* **25** 817
- [13] Roy J R 1993 *Environment and Planning A* **25** 1689
- [14] Wilson A G 1970 *Entropy in Urban and Regional Modeling* Pion London
- [15] Wilson A G 1967 *Transpn. Res.* **1** 253

Electron cloud model of residential trip distribution^{*}

Wang Dian-Hai Jing Chao Yao Rong-Han[†]

(Transportation College , Jilin University , Changchun 130022 , China)

(Received 29 September 2006 ; revised manuscript received 13 December 2006)

Abstract

The research showed that the probability density curve of residential trip distribution is very similar to the probability density curve of electron in ground state of hydrogen atom. The characteristics of residential trip distribution can be well described by the electron cloud model in quantum mechanics. In this paper a residential trip distribution model is built by simulating electron cloud according to the radial probability density function of electron in hydrogen atom. Then the model is validated by the sample survey data in Changchun city and San Francisco area. The application model is further put forward and its calibration method and process are given by using an example. The model can quantitatively describe the state of residential trip distribution in urban planning and urban traffic planning.

Keywords : science and society , self-organized systems , electron cloud , trip distribution

PACC : 0170 , 0175 , 0190 , 0565

^{*} Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2006CB705505).

[†] E-mail : cyanyrh@yahoo.com.cn