

电子在耦合量子阱中振荡的新解法*

张国锋†

(北京航空航天大学理学院物理系, 北京 100083)
(2006 年 11 月 21 日收到, 2006 年 12 月 8 日收到修改稿)

提供一种新的解法, 经过求解微分方程很简单地得到了与殷雯(物理学报 52 1862)同样的结果. 殷文通过精确求解含时量子体系, 研究了在周期耦合驱动下电子在两量子阱中的受迫振荡, 不仅得到了一般情况下的振荡公式, 而且特别讨论了在 $\omega = 0$ 情况下电子布居数的演化行为.

关键词: 耦合量子阱, 电子振荡

PACC: 0365, 0560

1. 引言

电子在周期驱动耦合量子阱中动力学的研究是很有意义的工作^[1-3]. 殷等人^[1]通过精确求解含时量子体系, 研究了在周期耦合驱动下电子在两量子阱中的受迫振荡. 电子在双量子阱间的隧穿可由周期性外场控制, 殷等人利用玻色算符变换到角动量算符的方法得到了电子被囚禁在单一量子阱中的条件, 并且着重讨论了当驱动不含时 ($\omega = 0$) 的情形. 本文直接用布居数和两量子点间跃迁算符对 $\omega = 0$ 的情况进行了研究, 得到了与文献 [1] 一样的结果.

2. 方法和计算结果

对于文献 [1] 所研究的模型, 我们令 $\omega = 0$, 得到如下的 Hamiltonian:

$$H = E_+ a_+^\dagger a_+ + E_- a_-^\dagger a_- + \Omega_0 (a_+^\dagger a_- + a_-^\dagger a_+), \quad (1)$$

其中各符号意义与文献 [1] 中所叙述相同. 我们作如下的算符代换:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= a_+^\dagger a_+, \rho_2 = a_-^\dagger a_-, \\ \rho &= a_-^\dagger a_+, \rho^+ = a_+^\dagger a_-, \end{aligned} \quad (2)$$

将上述算符代入 Heisenberg 方程 $i\hbar\dot{A} = [H, A]$, 可得到如下的微分方程:

$$i\hbar\dot{\rho} = (E_+ - E_-)\rho + \Omega_0(\rho_2 - \rho_1),$$

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{\rho}^+ &= (E_- - E_+)\rho^+ + \Omega_0(\rho_1 - \rho_2), \\ i\hbar\dot{\rho}_1 &= \Omega_0(\rho^+ - \rho), \\ i\hbar\dot{\rho}_2 &= \Omega_0(\rho - \rho^+). \end{aligned} \quad (3)$$

上面的方程是可以严格求解的. 我们现在分别讨论不同初始条件下电子的振荡行为:

1) 初始时如果电子在高能级量子阱中, 也就是体系的初始态为 $|\psi(0)\rangle = |+\rangle$, 此时我们有如下的条件:

$$\rho(0) = \rho^+(0) = 0, \rho_1(0) = 1, \rho_2(0) = 0 \quad (4)$$

很容易地就可以得到

$$\begin{aligned} \rho_1(t) &= \frac{2\Omega_0^2 + \epsilon^2}{4\Omega_0^2 + \epsilon^2} + \frac{2\Omega_0^2}{4\Omega_0^2 + \epsilon^2} \\ &\quad \times \cos\sqrt{4\Omega_0^2 + \epsilon^2}t. \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\epsilon = E_+ - E_-$. 结论与文献 [1] 的 (25) 式相同.

2) 同样地, 电子处于低能级量子阱中时, 我们有 $|\psi(0)\rangle = |-\rangle$, $\rho(0) = \rho^+(0) = 0$, $\rho_1(0) = 0$, $\rho_2(0) = 1$, 解得

$$\rho_1(t) = \frac{2\Omega_0^2}{4\Omega_0^2 + \epsilon^2} [1 - \cos\sqrt{4\Omega_0^2 + \epsilon^2}t]. \quad (6)$$

3) 初始时刻, 电子处于叠加态 $|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle)$,

$$\begin{aligned} \rho(0) &= \rho^+(0) = \frac{1}{2}, \\ \rho_1(0) &= \frac{1}{2}, \rho_2(0) = \frac{1}{2}, \end{aligned}$$

* 国家自然科学基金(批准号: 10604053)资助的课题.

† E-mail: gkf1978zhang@buaa.edu.cn

$$\rho_1(t) = \frac{4\Omega_0^2 + \epsilon^2 + 2\Omega_0\epsilon}{8\Omega_0^2 + 2\epsilon^2} + \frac{\Omega_0\epsilon}{4\Omega_0^2 + \epsilon^2} \cos \sqrt{4\Omega_0^2 + \epsilon^2} t.$$

$$- \frac{\Omega_0\epsilon}{4\Omega_0^2 + \epsilon^2} \cos \sqrt{4\Omega_0^2 + \epsilon^2} t.$$

可以看到上述结果都分别和文献[1]的(29), (27)(28)式完全符合.

4) 初始时刻, 电子处于叠加态

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle - |-\rangle),$$

$$\rho^+(0) = \rho^-(0) = -\frac{1}{2},$$

$$\rho_1(0) = \frac{1}{2}, \rho_2(0) = \frac{1}{2},$$

$$\rho_1(t) = \frac{4\Omega_0^2 + \epsilon^2 - 2\Omega_0\epsilon}{8\Omega_0^2 + 2\epsilon^2}$$

3. 结 论

针对文献[1]所研究的模型, 利用与其完全不同的方法, 求解了当 $\omega = 0$ 时电子在耦合量子阱中的振荡, 得到与文献[1]相同的结果.

[1] Yin W, Lai Y Z, Yan Q W, Liang J Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1862 (in chinese) [殷 雯, 赖云忠, 严启伟, 梁九卿 2003 物理学报 **52** 1862]

[2] Zhang Y F, Jia J F, Han T Z, Tang Z, Shen Q T, Guo Y, Xue Q K 2005 *Chin. Phys.* **14** 1910

[3] Gong J, Liang X X, Ban S L 2005 *Chin. Phys.* **14** 0201

A new method for solving the problem of electron oscillation between coupled quantum wells^{*}

Zhang Guo-Feng[†]

(Department of Physics, School of Sciences, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

(Received 21 November 2006; revised manuscript received 8 December 2006)

Abstract

The oscillation of electron between two quantum wells has been studied by exactly solving the time-dependent Schrödinger equation (*Acta Phys. Sin.* **52** 1862). The oscillation behaviour for a general case was given and the case for $\omega = 0$ was specially discussed. In this paper, we obtained the same solution more simply for the $\omega = 0$ case using a new method.

Keywords: coupled quantum well, electron oscillation

PACC: 0365, 0560

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10604053).

[†] E-mail: gf1978zhang@buaa.edu.cn