

# 偏置调幅波调制噪声的单模激光随机共振\*

金国祥<sup>1)</sup> 曹 力<sup>2)</sup> 张良英<sup>3)</sup>

1) 武汉工程大学计算机科学与工程学院, 武汉 430073)

2) 华中科技大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

3) 襄樊学院物理系, 襄樊 441053)

(2007 年 1 月 23 日收到, 2007 年 2 月 7 日收到修改稿)

采用偏置信号的调幅波调制抽运噪声的单模激光增益模型, 用线性化近似方法计算了以  $e$  指数形式关联的两色噪声驱动下光强的功率谱及信噪比. 结果表明, 信噪比随着噪声强度的变化、抽运噪声自关联时间的变化、激光系统参数的变化、载波频率及信号频率的变化均存在随机共振现象.

关键词: 抽运噪声, 单模激光, 随机共振, 调幅波

PACC: 0540, 4260K

## 1. 引 言

近年来, 随机共振的研究在理论和实验上都取得了较大进展. 已有的研究成果基本上限于单频周期驱动信号<sup>[1-8]</sup>, 而在实际应用中往往要求宽频调制输入信号, 通讯中的载波也要求有很宽的频率范围. 传统的随机共振一般由信噪比与噪声强度的关系来体现. 文献 [9, 10] 在传统的随机共振基础上又发现了广义随机共振, 即信噪比随信号的振幅、频率或噪声相关时间的变化出现极大值. 文献 [11, 12] 对参数调节随机共振进行了深入分析. 文献 [13] 是把载有信息的调幅波和噪声以相加的形式引入到单模激光增益模型, 得到的结果是信噪比随噪声强度和载波频率及信号频率出现随机共振. 本文将讨论色抽运噪声和调幅波以相乘的形式引入, 同时还考虑偏置信号, 也就是偏置信号和调幅波同时调制噪声. 研究发现信噪比不但随着噪声强度和载波频率及信号频率的变化存在随机共振现象, 还随着抽运噪声自关联时间和损失系数的变化存在随机共振现象.

## 2. 输入偏置调幅波的单模激光增益模型光强相关函数及信噪比

单模激光增益模型<sup>[14]</sup>输入偏置调幅波后的光

强方程为

$$\frac{dI}{dt'} = -2KI + \frac{2\Gamma}{1+\beta I}I + D + \frac{2I}{1+\beta I} \times [1 + B\cos(\Omega t')\cos(\omega t')] \xi(t') + 2\sqrt{I}\gamma(t'), \quad (1)$$

两噪声  $\xi(t')$  和  $\gamma(t')$  的统计性质为

$$\begin{aligned} \xi(t) &= \gamma(t) = 0, \\ \xi(t)\xi(t') &= \frac{Q}{2\tau_1} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_1}\right), \\ \gamma(t)\gamma(t') &= \frac{D}{2\tau_2} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_2}\right), \\ \xi(t)\gamma(t') &= \gamma(t)\xi(t') \\ &= \frac{\lambda\sqrt{DQ}}{2\tau_3} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_3}\right), \end{aligned} \quad (-1 \leq \lambda \leq 1), \quad (2)$$

这里,  $I$  为激光光强,  $\beta = \bar{A}/\Gamma$ ,  $\bar{A}$  和  $\Gamma$  分别为自饱和系数和增益系数,  $K$  为损失系数,  $B$  为调制信号振幅,  $\Omega$  为低频调制信号频率,  $\omega$  为高频载波信号频率,  $\tau_1$  为抽运噪声自关联时间,  $\tau_2$  为量子噪声自关联时间,  $\tau_3$  为两噪声间的互关联时间,  $\lambda$  为衡量噪声关联程度的参数,  $Q, D$  分别为抽运噪声和量子噪声强度. 将 (1) 式在确定论定态光强  $I_0 = (\Gamma - K)/\beta K$  附近线性化. 令  $I = I_0 + \epsilon(t')$ , 代入 (1) 式可得线性化方程为

\* 国家自然科学基金(批准号: 10275025)及湖北省教育厅重点科研基金(批准号: D200515008)资助的课题.

$$\frac{d\epsilon(t')}{dt} = -\gamma\epsilon(t') + D + \frac{2I_0}{1+\beta I_0} \times [1 + \cos(\Omega t') \cos(\omega t')] \chi(t') + 2\sqrt{I_0} \gamma(t'), \quad (3)$$

式中  $\epsilon(t')$  为微扰项,  $\gamma = 2K(\Gamma - K)/\Gamma$ . 根据平均光强相关函数的定义

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \lim_{t' \rightarrow \infty} \frac{1}{t'} \overline{\chi(t'+t)\chi(t')} \\ &= \lim_{t' \rightarrow \infty} \frac{\Omega}{2\pi} \int_{t'}^{t'+\frac{2\pi}{\Omega}} \chi(t'+t)\chi(t') dt', \quad (4) \end{aligned}$$

可得到平均光强相关函数, 对得到的平均光强相关函数进行傅里叶变换, 得到光强功率谱为

$$\begin{aligned} P_s &= \frac{\pi B^2 I_0^2 Q (\gamma + \tau_1^{-1})}{8\tau_1 (1 + \beta I_0)^2} \left[ \frac{(\gamma - \tau_1^{-1} - \omega - \Omega)}{((\gamma + \tau_1^{-1})^2 + (\omega + \Omega)^2) \chi((\gamma - \tau_1^{-1})^2 + (\omega + \Omega)^2)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\gamma - \tau_1^{-1} - \omega + \Omega)}{((\gamma + \tau_1^{-1})^2 + (\omega - \Omega)^2) \chi((\gamma - \tau_1^{-1})^2 + (\omega - \Omega)^2)} \right], \\ S_2(\omega + \Omega) &= \left[ \frac{4I_0^2 Q}{(1 + \beta I_0)^2 ((\omega + \Omega)^2 \tau_1^2 + 1)} + \frac{8I_0^{3/2} \lambda \sqrt{DQ}}{(1 + \beta I_0) \chi((\omega + \Omega)^2 \tau_3^2 + 1)} + \frac{4I_0 D}{(\omega + \Omega)^2 \tau_2^2 + 1} \right] \\ &\quad \times \frac{1}{\gamma^2 + (\omega + \Omega)^2}, \\ S_2(\omega - \Omega) &= \left[ \frac{4I_0^2 Q}{(1 + \beta I_0)^2 ((\omega - \Omega)^2 \tau_1^2 + 1)} + \frac{8I_0^{3/2} \lambda \sqrt{DQ}}{(1 + \beta I_0) \chi((\omega - \Omega)^2 \tau_3^2 + 1)} + \frac{4I_0 D}{(\omega - \Omega)^2 \tau_2^2 + 1} \right] \\ &\quad \times \frac{1}{\gamma^2 + (\omega - \Omega)^2}, \end{aligned}$$

其中  $\beta = \tilde{A}/\Gamma$ ,  $J_0 = (\Gamma - K)/\beta K$ ,  $\gamma = 2K(\Gamma - K)/\Gamma$ .

### 3. 输出光强的随机共振

#### 3.1. 信噪比随噪声参数的变化

图 1(a) 是根据 (6) 式以衡量噪声关联程度的量  $\lambda$  为参数画出的  $R-Q$  曲线, 当  $\lambda$  为负时信噪比随抽运噪声强度  $Q$  的变化出现随机共振现象, 峰值随着  $\lambda$  绝对值的减小而降低, 当减小到某一值时, 随机共振现象消失. 当  $\lambda$  为零和正时,  $R-Q$  呈单调上升曲线 (图略).

图 1(b) 是根据 (6) 式以衡量噪声关联程度的量  $\lambda$  为参数画出的  $R-D$  曲线, 从图中可看到, 当  $\lambda$  为负时信噪比随量子噪声强度  $D$  的变化出现随机共振现象, 峰值随着  $\lambda$  绝对值的减小而降低, 极值位置向左移动. 当  $\lambda$  为零和正时,  $R-D$  呈单调衰减曲线 (图略).

图 1(c) 是根据 (6) 式以量子噪声自关联时间  $\tau_2$

$$S(\omega') = S_1(\omega') + S_2(\omega'),$$

式中  $S_1(\omega')$  为输出信号功率谱;  $S_2(\omega')$  为输出噪声功率谱. 输出信号功率谱中有两个信号频率, 输出总信号功率为

$$P_s = \int_0^\infty S_1(\omega') d\omega'. \quad (5)$$

信噪比定义为输出总信号功率与两个信号频率处单位噪声功率之和的比值 (只取正  $\omega$  的谱)

$$R = \frac{P_s}{S_2(\omega + \Omega) + S_2(\omega - \Omega)}, \quad (6)$$

式中

为参数画出的  $R-\tau_1$  曲线, 从图中看到信噪比随抽运噪声自关联时间  $\tau_1$  的变化出现一个极大值, 即出现广义随机共振现象. 峰值随着  $\tau_2$  的减小而降低, 极值位置向左移动, 当  $\tau_2$  减小到某一值时, 随机共振现象消失.

#### 3.2. 信噪比随激光系统参数的变化

图 2 是根据 (6) 式以增益系数  $\Gamma$  为参数画出的  $R-K$  曲线, 从图中看到信噪比随损失系数  $K$  的变化出现一个极大值, 即出现参数调节随机共振现象. 峰值随着  $\Gamma$  增大而升高, 极值位置向右移动,  $K \geq \Gamma$  时信噪比是负值, 说明增益系数必须大于损失系数.

#### 3.3. 信噪比随信号频率的变化

图 3(a) 是根据 (6) 式以抽运噪声自关联时间  $\tau_1$  为参数画出的  $R-\omega$  曲线, 图 3(b) 是根据 (6) 式以增益系数  $\Gamma$  为参数画出的  $R-\omega$  曲线, 两图中的  $R-\omega$

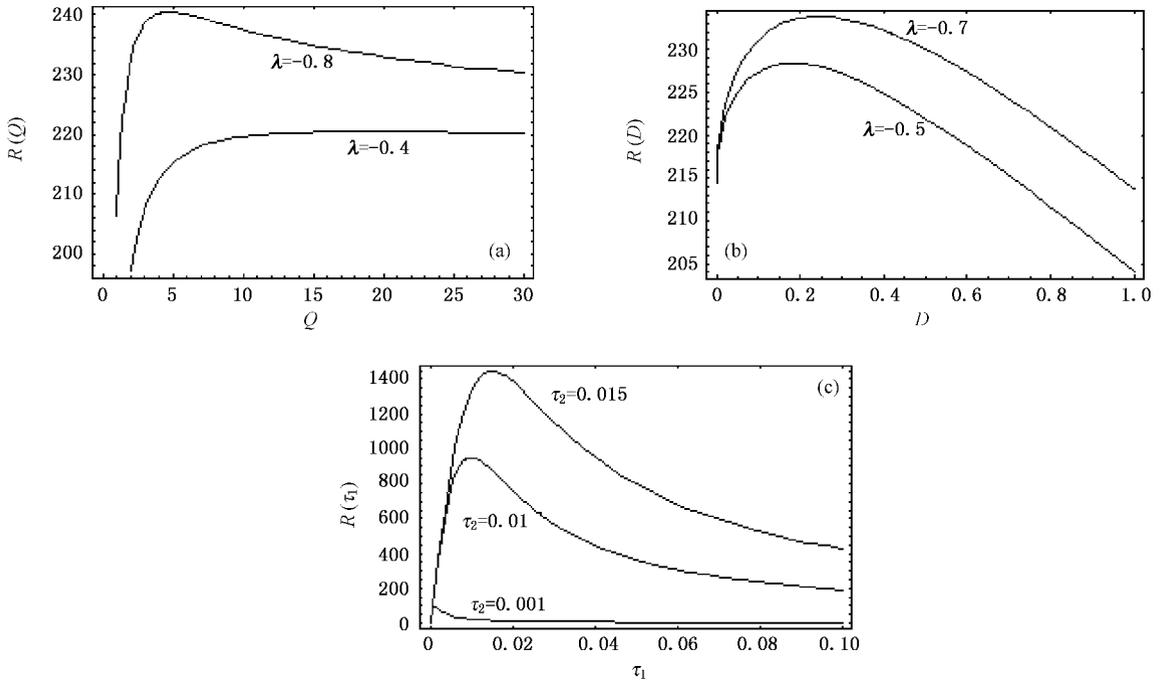


图 1 信噪比随噪声参数的变化(  $\Omega = 3$  ,  $\Gamma = 6000$  ,  $K = 2000$  ,  $B = 0.5$  ,  $\omega = 1000$  ,  $\bar{A} = 8000$  ,  $\tau_1 = 0.004$  ,  $\tau_2 = 0.01$  ,  $\tau_3 = 0.01$  ) ( a )  $D = 0.5$  ( b )  $Q = 3$  ; ( c )  $\Omega = 30$  ,  $D = 1$  ,  $Q = 4$  ,  $\Gamma = 10000$  ,  $B = 0.5$  ,  $\omega = 20000$  ,  $\bar{A} = 10000$  ,  $\lambda = -0.8$  ,  $\tau_3 = 0.1$

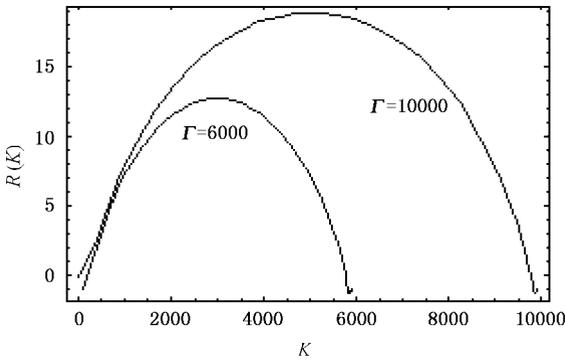


图 2 信噪比随激光系统参数的变化(  $\Omega = 3$  ,  $\lambda = -0.8$  ,  $B = 0.5$  ,  $\omega = 1000$  ,  $\bar{A} = 10000$  ,  $\tau_1 = 0.004$  ,  $\tau_2 = 0.001$  ,  $\tau_3 = 0.01$  ,  $D = 1$  ,  $Q = 4$  )

曲线均随着载波频率  $\omega$  的变化出现一极大值,即出现广义随机共振.当  $\omega$  增大到一定值时信噪比是负值,即  $\omega$  的取值有一定范围.峰值随着  $\tau_1$  和  $\Gamma$  的增大而增大,极值位置向右移动,  $\omega$  的取值范围扩大.

图 3(c)是根据(6)式以载波频率  $\omega$  为参数画出的  $R-\Omega$  曲线,从图中看到  $\omega$  值较小时曲线随信号频率  $\Omega$  的变化出现一极小值,当  $\omega$  值较大时曲线随  $\Omega$  的变化出现一极大值和一极小值,极小值都是在  $\Omega = \omega$  处.图 3 说明载波频率和信号频率存在匹配关系.

### 4. 结 论

综上所述可以看出,将偏置调幅波和抽运噪声以相乘的形式引入激光系统,除出现典型的信噪比随噪声强度变化的随机共振外,还出现随抽运噪声自关联时间变化的随机共振,并且还存在着激光系统的参数共振以及随载波频率和信号频率的随机共振.可见信号和噪声引入形式不同,随机共振的表现形式不相同.本文的研究可以对开展激光通讯实验提供理论基础.

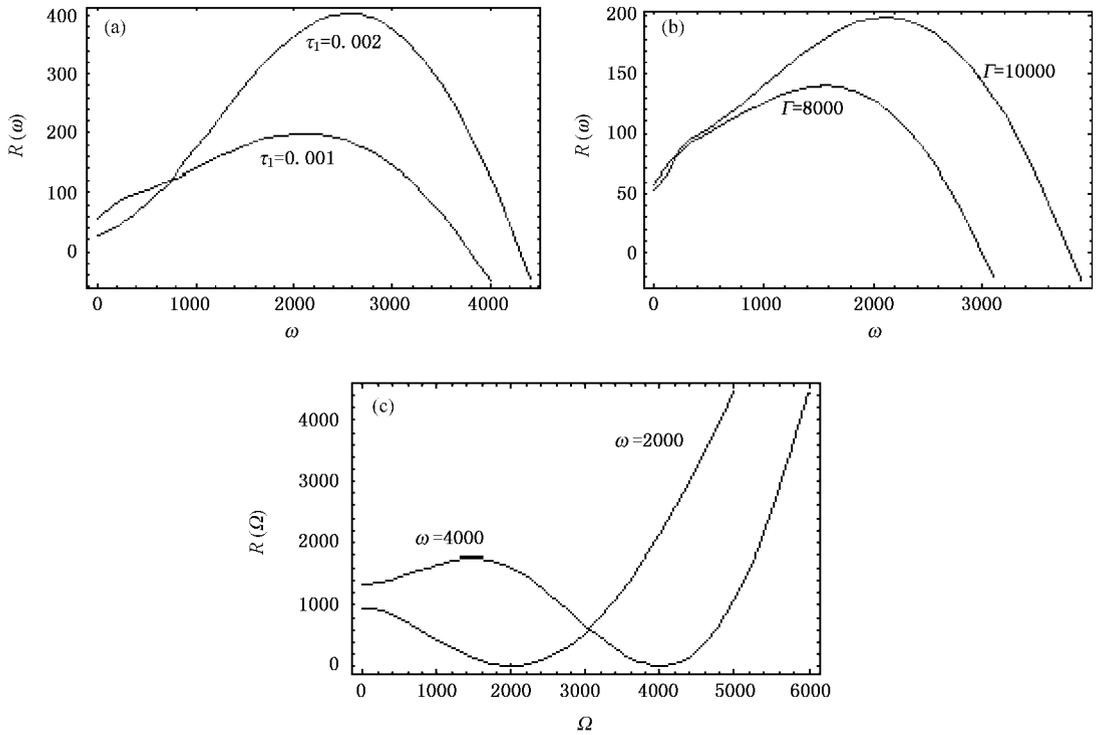


图 3 信噪比随信号频率的变化( $\lambda = -0.8, B = 0.5, \bar{A} = 10000, \tau_2 = 0.01, \tau_3 = 0.1, D = 1, Q = 4, K = 4000$ ) (a)  $\Omega = 30, \Gamma = 10000$ ; (b)  $\Omega = 30, \tau_1 = 0.001$ ; (c)  $\Gamma = 10000, \tau_1 = 0.01$

- [ 1 ] Kang Y M, Xu J X, Xie Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2712 (in Chinese) [ 康艳梅、徐健学、谢 勇 2003 物理学报 **52** 2712 ]
- [ 2 ] Zhu H J, Li R, Wen X D 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2404 (in Chinese) [ 祝恒江、李 蓉、温孝东 2003 物理学报 **52** 2404 ]
- [ 3 ] Zhang L Y, Cao L, Wu D J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1174 (in Chinese) [ 张良英、曹 力、吴大进 2003 物理学报 **52** 1174 ]
- [ 4 ] Luo X Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 977 (in Chinese) [ 罗晓琴 2002 物理学报 **51** 977 ]
- [ 5 ] Li J H, Huang Z Q, Wang C Y 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 382 (in Chinese) [ 李静辉、黄祖洽、王存玉 1998 物理学报 **47** 382 ]
- [ 6 ] Luo X Q, Zhu S Q 2004 *Chin. Phys.* **13** 1201
- [ 7 ] Xiao F H, Yan G R, Han Y H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 0396 (in Chinese) [ 肖方红、闫桂荣、韩雨航 2004 物理学报 **53** 0396 ]
- [ 8 ] Jin Y F, Xu W, Li W, Xu M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2562 (in Chinese) [ 靳艳飞、徐 伟、李 伟、徐 猛 2005 物理学报 **54** 2562 ]
- [ 9 ] Barykin A V, Seki K 1998 *Phys. Rev. E* **57** 6555
- [ 10 ] Berdichevsky V, Gitterman M 1999 *Phys. Rev. E* **60** 1494
- [ 11 ] Leng Y G, Wang T Y, Guo Y, Wu Z Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 30 (in Chinese) [ 冷永刚、王太勇、郭 焱、吴振勇 2007 物理学报 **56** 30 ]
- [ 12 ] Li J L, Xu B H 2006 *Chin. Phys.* **15** 2867
- [ 13 ] Zhang L Y, Cao L, Jin G X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6238 (in Chinese) [ 张良英、曹 力、金国祥 2006 物理学报 **55** 6238 ]
- [ 14 ] Hernandez-Garcia E Toral R, San Miguel M 1990 *Phys. Rev. A* **42** 6823

# Stochastic resonance in a single-mode laser with modulated noise and biased amplitude modulation<sup>\*</sup>

Jin Guo-Xiang<sup>1)</sup> Cao Li<sup>2)</sup> Zhang Liang-Ying<sup>3)</sup>

1) *School of Computer Science and Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430073, China*

2) *State Key Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China*

3) *Department of Physics, Xiangfan University, Xiangfan 441053, China*

( Received 23 January 2007 ; revised manuscript received 7 February 2007 )

## Abstract

By adopting the gain-noise model of the single-mode laser in which the pump noise is subject to amplitude modulation wave and the action of biased signal, we use the linear approximation to calculate the power spectrum and signal-to-noise ratio (SNR) of the laser intensity, which is driven by two colour noises correlated in the form of an exponential function. The result shows that the SNR shows stochastic resonance with the variation of the noise intensity, the self-correlation time of the pump noise, the parameter of the laser system, the carrier frequency and the signal frequency of the amplitude modulation wave.

**Keywords** : pump noise, single-mode laser, stochastic resonance, amplitude modulation wave

**PACC** : 0540, 4260K

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10275025 ) and the Education Department of Hubei Province of China ( Grant No. D200515008 ).