

一类参数不确定统一混沌系统的脉冲滞后同步*

马铁东^{1)†} 张化光^{1)‡} 王智良¹⁾

1) 东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

2) 东北大学教育部暨辽宁省流程工业综合自动化重点实验室, 沈阳 110004)

(2006 年 10 月 12 日收到, 2006 年 12 月 10 日收到修改稿)

针对一类具有传输信道时间延迟且参数不确定的统一混沌系统, 提出了一种脉冲控制同步方法. 该方法将两个非自治混沌系统之间脉冲同步的实用稳定性问题转化为同步误差系统在原点的实用稳定性问题, 基于脉冲微分方程的相关理论, 给出了同步误差系统在原点的实用稳定判据, 仿真结果验证了方法的有效性.

关键词: 统一混沌系统, 混沌同步, 脉冲控制, 实用稳定性

PACC: 0545

1. 引言

由于混沌系统对初值的极端敏感性, 研究人员过去认为混沌的同步非常困难. 1990 年 Pecora 等人提出了一种混沌同步方法, 并在电路实验^[1]中观察到了混沌同步现象, 才使人们改变了原有的看法. 由于混沌同步在保密通信、信号处理和生命科学等领域有着广阔的应用前景, 10 多年来, 人们提出了多种不同的混沌同步方法^[2-11], 如主动-被动分解同步法^[2]、自适应同步法^[3]、耦合同步法^[4]、脉冲同步法^[5-11]等. 其中脉冲控制能够用很小的控制脉冲即能镇定混沌系统, 在混沌载波信号扩展谱的应用上提供了调制数字信息的直接方法, 因此被广泛应用于混沌系统的稳定与同步^[5-12]. 混沌同步方法是基于混沌系统的, 因此, 在同步方法研究的同时, 人们也在不断发现新的混沌系统. 2002 年, Lü 等提出了一个新的混沌系统——统一混沌系统^[13], 其模型描述为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (25a + 10) x_2 - x_1, \\ \dot{x}_2 &= (28 - 35a) x_1 - x_1 x_3 + (29a - 1) x_2, \\ \dot{x}_3 &= x_1 x_2 - \frac{1}{3}(a + 8) x_3, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $a \in [0, 1]$ 系统均为混沌态. 统一混沌系统(1) 只用一个参数 a 就可以控制整个系统, 当 a 由零逐渐增加到 1 时, 系统也由广义 Lorenz 系统逐渐过渡到广义 Chen 系统^[4-6, 14-17].

混沌同步应用于保密通信时, 发射端的信号通过信道传输到接收端将存在一个时间延迟 τ , 因而要求在同一时间发射端和接收端的混沌系统同步是不符合实际的. 为此, 文献^[18]将混沌同步重新定义为发射端的驱动系统在 $t - \tau$ 时刻的状态 $x(t - \tau)$ 与接收端的响应系统在 t 时刻的状态 $\bar{x}(t)$ 的渐近同步, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t - \tau) - \bar{x}(t)\| = 0$. 由于考虑了传输信道时间延迟的混沌同步更符合实际的情况, 所以开始引起人们广泛的注意^[19, 20].

对于具有传输信道时间延迟且参数不确定的混沌系统同步问题, 在理论分析上若要实现其精确同步是比较困难的. 据作者所知, 此类混沌系统的同步研究还没有相关报道. 本文将此类混沌系统的同步问题等效成两个非自治混沌系统之间的同步问题, 然后在实用稳定的意义下, 通过研究同步误差系统在原点的实用稳定性, 进而得到驱动系统与响应系统的脉冲同步判据, 针对此类具有传输信道时间延迟且参数不确定的混沌系统, 将混沌同步重新定义

* 国家自然科学基金(批准号: 60325311, 60534010, 60572070, 60521003) 教育部长江学者及创新团队计划(批准号: IRT0421) 和国家高新技术研究发展专项(863 计划)(批准号: 2006AA04Z183) 资助的课题.

† E-mail: mtd1118@sohu.com

为发射端的驱动系统在 $t - \tau$ 时刻的状态 $x(t - \tau)$ 与接收端的响应系统在 t 时刻的状态 $\bar{x}(t)$ 实用稳定意义下的同步,即对于不同的初始状态 $x_0(t - \tau), \bar{x}_0(t)$, 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t - \tau) - \bar{x}(t)\| < \zeta, 0 < \zeta < +\infty$.

本文基于非自治混沌系统的脉冲控制与同步及其实用稳定性的相关理论^[10-12, 21, 22], 研究了一类具有传输信道时间延迟且参数不确定的统一混沌系统之间脉冲同步的实用稳定性, 并将问题转化为同步误差系统在原点的实用稳定性. 该方法采用驱动系统与响应系统状态变量误差的线性反馈作为脉冲控制信号, 同时给出了实用稳定判据, 仿真结果验证了方法的有效性和理论结果的正确性.

2. 脉冲微分方程基本理论

对于给定非自治混沌系统

$$\dot{x} = f(t, x, u(t)), \quad (2)$$

$f: R_+ \times R^n \times R^m \rightarrow R^n, x \in R^n$ 为状态变量, $u: R_+ \rightarrow R^m$ 为外加独立输入.

设离散时刻集合 $\{\tau_k\}$ 满足 $0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_k < \tau_{k+1} < \dots, \lim_{k \rightarrow \infty} \tau_k = \infty (k = 1, 2, \dots)$; 且初始时刻 t_0 满足 $0 \leq t_0 = \tau_0 < \tau_1$.

令 $U(k, x) = \Delta x|_{t=\tau_k} = x(\tau_k^+) - x(\tau_k^-) = x(\tau_k^+) - x(\tau_k)$ 为状态变量 x 在脉冲时刻 τ_k 的变化量, 则相应脉冲控制混沌系统为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x, u(t)), \quad t \neq \tau_k, \\ \Delta x &= U(k, x), \quad t = \tau_k, k = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (3)$$

$$x(t_0^+) = x_0, \quad t_0 \geq 0.$$

注 1 这里有 $x(\tau_k^+) = \lim_{t \rightarrow \tau_k^+} x(t), x(\tau_k^-) = \lim_{t \rightarrow \tau_k^-} x(t)$, 即 τ_k^+ 和 τ_k^- 分别表示脉冲时刻 τ_k 前后的瞬时; 在 τ_k 时刻 $x(t)$ 满足左连续, 即 $x(\tau_k^-) = x(\tau_k)$.

为研究脉冲控制混沌系统 (3) 的实用稳定性, 引入以下定义和引理.

定义 1^[12] 令 $V: R_+ \times R^n \rightarrow R_+, V$ 属于 V_0 类, 若满足

$$1) V \text{ 在 } (\tau_{k-1}, \tau_k] \times R^n \text{ 上连续, 且有} \quad (4)$$

$$\lim_{(t, y) \rightarrow (\tau_k^+, x)} V(t, y) = V(\tau_k^+, x).$$

2) V 关于 x 满足局部 Lipschitz 条件.

定义 2^[12] 对于任何 $(t, x) \in (\tau_{k-1}, \tau_k] \times R^n$, 定义

$$D^+ V(t, x) \triangleq \limsup_{h \rightarrow 0^+} \frac{1}{h} [V(t+h, x + hf(t, x, u(t))) - V(t, x)]. \quad (5)$$

对于 n 阶脉冲微分系统 (3), 若能找到一个与之对应的一阶脉冲微分系统, 且二者的稳定性存在某种关联, 这对于原系统 (3) 稳定性的分析是很方便的, 下面引入在脉冲微分系统稳定性分析中较为重要的比较系统.

定义 3^[10] 令 $V \in V_0$ 并假设

$$D^+ V(t, x) \leq g(t, V(t, x), \omega(t)), \quad t \neq \tau_k, \quad (6)$$

$$V(t, x + U(k, x)) \leq \phi_k(V(t, x)), \quad t = \tau_k, \quad (7)$$

其中 $g: R_+ \times R_+ \times R_+ \rightarrow R$ 连续, 并且 $\phi_k: R_+ \rightarrow R_+$ 为非减函数, $\omega, \nu \in \Theta := \{\sigma: R_+ \rightarrow R_+ \text{ 在 } (\tau_{k-1}, \tau_k] \text{ 上连续, 且 } \lim_{t \rightarrow \tau_k^+} \sigma(t) = \sigma(\tau_k^+)\}$, 则以下一阶脉冲微分系统

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= g(t, \omega, \nu(t)), \quad t \neq \tau_k, \\ \omega(\tau_k^+) &= \phi_k(\omega(\tau_k^-)), \quad t = \tau_k, k = 1, 2, \dots, \\ \omega(t_0^+) &= \omega_0 \geq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

称为系统 (3) 的比较系统.

定义 4^[10] 一个函数 $\Phi: R_+ \times R^n \rightarrow R_+$ 属于 $PC[R_+ \times R^n, R_+]$ 若 Φ 满足条件

1) 对任何 $t \in R_+, t \neq \tau_k, \Phi$ 连续; 对任何 $t \in R_+, \Phi$ 左连续.

2) 在点 τ_k, Φ 为第一类不连续.

令集合 Ω 为

$$\Omega = \{u \in R^m \mid \Gamma(t, u) \leq r(t), t \geq t_0\}, \quad (9)$$

其中 $\Gamma \in C[R_+ \times R^m, R_+], r(t)$ 是比较系统 (8) 的最大解.

定义 5^[21] 对给定的 $(\lambda, \xi), \lambda > 0, \xi > 0$, 如果 $\|x_0\| < \lambda$, 且对 $\forall u \in \Omega, \exists t_0 \in R_+$, 使得当 $t \geq t_0$ 时, 满足 $\|x(t)\| < \xi$, 则系统 (3) 是关于 (λ, ξ) 实用稳定的.

定义 6^[12] 如果函数 $\alpha \in C[R_+, R_+]$ 是连续的严格单调上升函数, 且满足 $\alpha(0) = 0$, 则称 α 属于 K 类函数, 记为 $\alpha \in K$.

下面给出 n 阶脉冲微分系统与其对应比较系统稳定性的互为等价引理, 这为研究复杂的 n 阶脉冲微分系统的稳定性带来方便.

引理 1^[22] 假设

1) $g \in PC[R_+ \times R_+ \times R_+ , R_+]$, 对任何 (t , v) , $g(t , u , v)$ 关于 u 非减, 对任何 (t , u) , $g(t , u , v)$ 关于 v 非减.

2) 对于每一个 k , ψ_k 非减.

3) 给定 $0 < \lambda < \xi$.

4) $V \in PC[R_+ \times R^n , R_+]$, $V(t , x)$ 关于 x 满足局部 Lipschitz 条件, 并 $\exists \alpha , \beta \in K$, 使得

$$\beta \| x \| \leq V(t , x) \leq \alpha \| x \| , \quad (10)$$

$$(t , x) \in R_+ \times S(\rho) , \rho > \xi .$$

5) 对于 $(t , x) \in (\tau_k , \tau_{k+1}] \times S(\rho)$, $u(t) \in \Omega$, 有

$$D^+ V(t , x) \leq g(t , V(t , x) , I(t , u)) . \quad (11)$$

6) 若 $x \in S(\xi)$, 则 $x + U(k , x) \in S(\rho)$, 且 $V(\tau_k^+ , x + U(k , x)) \leq \psi_k(V(t , x))$.

7) $\alpha(\lambda) < \beta(\xi)$.

则对于任何 $u(t) \in \Omega$, 系统 (3) 关于 (λ , ξ) 的实用稳定性等价于系统 (8) 关于 $(\alpha(\lambda) , \beta(\xi))$ 的实用稳定性. 其中 $S(\rho) = \{ x \in R^n \mid \| x \| < \rho \}$, $\| \cdot \|$ 表 R^n 上的 Euclidean 范数.

注 2 如果将引理 1 中 3) 的给定条件改为 $0 < \xi < \lambda$, 且将 7) 对应改为 $\alpha(\lambda) > \beta(\xi)$ 则结论不变.

引理 2^[10] 取比较系统 (8) 为如下形式,

$$g(t , \omega , \mu(t)) = \phi \omega + \theta , \phi > 0 , \theta > 0 , t \neq \tau_k ,$$

$$\psi_k(\omega) = d_k \omega , d_k > 0 , t = \tau_k , k = 1 , 2 , \dots ,$$

$$\alpha(t_0^+) = \omega_0 \geq 0 .$$

$$(12)$$

令 $d_k = d > 0$ 为常数, $\delta = \tau_{k+1} - \tau_k$, $0 < \delta < + \infty$, 对于给定的 (λ , ξ) , $\lambda > 0$, $\xi > 0$, 若满足

$$\frac{1}{\delta} \ln(d) + \phi < 0 , \quad (13)$$

$$\frac{\theta | 1 - e^{\phi \delta} |}{\phi(1 - d e^{\phi \delta})} < \xi , \quad (14)$$

则对于任意 $\lambda < + \infty$, 系统 (3) 在原点是关于 (λ , ξ) 实用稳定的.

3. 统一混沌系统的脉冲同步判据

考虑一类参数不确定的统一混沌系统

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A) x(t) + h(x(t)) , \quad (15)$$

其中 $x(t) \in R^n$ 是状态变量, $A \in R^{n \times n}$ 是常数矩阵, $h(x(t)) : R^n \rightarrow R^n$ 是连续的非线性函数, $\Delta A \in R^{n \times n}$ 为参数不确定项, 它是时变的, 且假设满足:

$$1) \Delta A = \mu F(t) , \text{ 常数 } \mu > 0 , \text{ 未知时变矩阵 } F(t) = [f_{ij}(t)]_{n \times n} , | f_{ij}(t) | \leq 1 .$$

2) ΔA 并不改变混沌系统吸引子的区域.

将系统 (15) 作为驱动系统, 对应的响应系统描述为

$$\dot{\bar{x}}(t) = (A + \Delta \bar{A}) \bar{x}(t) + h(\bar{x}(t)) . \quad (16)$$

考虑信道延迟, 驱动系统 (15) 在 $t - \tau$ 时刻的描述如下:

$$\dot{x}(t - \tau) = (A + \Delta \bar{A}) x(t - \tau) + h(x(t - \tau)) . \quad (17)$$

注 3 这里 $\Delta \bar{A}$, $\Delta \bar{A}$ 与 ΔA 有相同的假设, 且 $\Delta \bar{A} = \mu \bar{F}(t) = \mu [\bar{f}_{ij}(t)]_{n \times n}$, $\Delta \bar{A} = \mu F(t - \tau) = \mu [f_{ij}(t - \tau)]_{n \times n}$.

采用系统 (16) 的状态变量 $\bar{x}(t)$ 与系统 (17) 的状态变量 $x(t - \tau)$ 误差的线性反馈作为脉冲控制信号, 则可得到如下的脉冲被控响应系统:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= (A + \Delta \bar{A}) \bar{x}(t) + h(\bar{x}(t)) , t \neq \tau_k , \\ \Delta \bar{x}(t) &= B_k (\bar{x}(t) - x(t - \tau)) , t = \tau_k , k = 1 , 2 , \dots , \\ \bar{x}(t_0^+) &= \bar{x}_0 . \end{aligned} \quad (18)$$

由 (17) 和 (18) 式得到如下同步误差系统:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= A e(t) + h(x(t - \tau)) - h(\bar{x}(t)) \\ &\quad + \Delta \bar{A} x(t - \tau) - \Delta \bar{A} \bar{x}(t) , t \neq \tau_k , \\ \Delta e |_{t=\tau_k} &= B_k e(\tau_k) , t = \tau_k , k = 1 , 2 , \dots , \\ e(t_0^+) &= e_0 , \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $e(t) = x(t - \tau) - \bar{x}(t) = [x_1(t - \tau) - \bar{x}_1(t) , x_2(t - \tau) - \bar{x}_2(t) , \dots , x_n(t - \tau) - \bar{x}_n(t)]^T$ 是同步误差, 本文的目的就是设计脉冲控制矩阵 $B_k \in R^{n \times n}$ ($k = 1 , 2 , \dots$), 获得系统 (19) 在原点的实用稳定判据, 进而在实用稳定性的意义上, 使得分别从任意不同初始条件 $x_0(t - \tau) , \bar{x}_0(t)$ 出发的驱动系统 (17) 与响应系统 (18) 的状态变量 $x(t - \tau) , \bar{x}(t)$ 实现同步.

令 $B_k = \text{diag}(d_k - 1 , d_k - 1 , \dots , d_k - 1)$ ($k = 1 , 2 , \dots$), 结合统一混沌系统 (1) 系统 (19) 可有如下形式:

$$\dot{e}_1 = - (25a + 10) e_1 + (25a + 10) e_2 + \mu (\sum_{i=1}^3 f_{1i} x_i - \sum_{i=1}^3 \bar{f}_{1i} \bar{x}_i) ,$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 &= (28 - 35a)e_1 + (29a - 1)e_2 - x_3e_1 - \tilde{x}_1e_3 + \mu(\sum_{i=1}^3 f_{2i}x_i - \sum_{i=1}^3 \tilde{f}_{2i}\tilde{x}_i), \\ \dot{e}_3 &= -\frac{1}{3}(a + 8)e_3 + x_2e_1 + \tilde{x}_1e_2 + \mu(\sum_{i=1}^3 f_{3i}x_i - \sum_{i=1}^3 \tilde{f}_{3i}\tilde{x}_i), t \neq \tau_k, \\ \Delta e|_{t=\tau_k} &= B_k e, t = \tau_k, k = 1, 2, \dots, \\ e(t_0^+) &= e_0. \end{aligned} \tag{20}$$

考虑到书写简化 (20) 式中 $e(t), \tilde{x}(t), x(t - \tau), \tilde{f}(t), F(t - \tau), \tilde{f}_{ij}(t), f_{ij}(t - \tau)$ 均表示为不显含 t 形式, 以下分析也做相应处理.

注 4 根据混沌系统的状态有界性及脉冲的有界性, 这里有 $|\tilde{x}_j| \leq M_j < +\infty, |x_j| \leq M_j < +\infty, j = 1, 2, 3$.

定理 1 同步误差系统 (19) 关于 (λ, ξ) 的实用稳定性等价于比较系统 (12) 关于 $(\sqrt{3}\lambda, \xi)$ 的实用稳

定性, 其中 $\phi = H_{\max} = \max\{H_1, H_2, H_3\}, \theta = H_f = 6\mu \sum_{j=1}^3 M_j, H_1 = |28 - 25a| - (25a + 10) + M_2 + M_3 + 3\mu, H_2 = |25a + 10| + (29a - 1) + M_1 + 3\mu, H_3 = -\frac{1}{3}(a + 8) + M_1 + 3\mu$.

证明 选择 Lyapunov 函数

$$V(t, e) = |e_1| + |e_2| + |e_3|, \tag{21}$$

由此可得

$$\begin{aligned} D^+ V(t, e) &= \dot{e}_1 \text{sgr}(e_1) + \dot{e}_2 \text{sgr}(e_2) + \dot{e}_3 \text{sgr}(e_3) \\ &= [-(25a + 10)e_1 + (25a + 10)e_2 + \mu(\sum_{i=1}^3 f_{1i}x_i - \sum_{i=1}^3 \tilde{f}_{1i}\tilde{x}_i)] \text{sgr}(e_1) \\ &\quad + [(28 - 35a)e_1 + (29a - 1)e_2 - x_3e_1 - \tilde{x}_1e_3 + \mu(\sum_{i=1}^3 f_{2i}x_i - \sum_{i=1}^3 \tilde{f}_{2i}\tilde{x}_i)] \text{sgr}(e_2) \\ &\quad + [-\frac{1}{3}(a + 8)e_3 + x_2e_1 + \tilde{x}_1e_2 + \mu(\sum_{i=1}^3 f_{3i}x_i - \sum_{i=1}^3 \tilde{f}_{3i}\tilde{x}_i)] \text{sgr}(e_3) \\ &\leq (|28 - 35a| - (25a + 10) + |x_2| + |x_3| + \mu \sum_{i=1}^3 |f_{i1}|) |e_1| \\ &\quad + (|25a + 10| + (29a - 1) + |\tilde{x}_1| + \mu \sum_{i=1}^3 |f_{i2}|) |e_2| \\ &\quad + (-\frac{1}{3}(a + 8) + |\tilde{x}_1| + \mu \sum_{i=1}^3 |f_{i3}|) |e_3| + \mu \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 |f_{ij} - \tilde{f}_{ij}| |\tilde{x}_j| \\ &\leq H_1 |e_1| + H_2 |e_2| + H_3 |e_3| + \mu \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 |f_{ij} - \tilde{f}_{ij}| M_j \\ &\leq \max\{H_1, H_2, H_3\} V(t, e) + 6\mu \sum_{j=1}^3 M_j, \end{aligned} \tag{22}$$

于是有 $g(t, \omega, \nu) = \phi\omega + \theta$, 其中

$$\phi = H_{\max} = \max\{H_1, H_2, H_3\}, \theta = H_f = 6\mu \sum_{j=1}^3 M_j.$$

由 $V(\tau_k^+, e(\tau_k^+)) = V(\tau_k, (I + B_k)e(\tau_k)) = d_k V(\tau_k, e(\tau_k))$ 则有 $\psi_k(\omega) = d_k \omega$. 容易得到

$$|e_1| + |e_2| + |e_3| \geq \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2},$$

而由

$$(|e_1| + |e_2| + |e_3|)^2$$

$$\begin{aligned} &= e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 \\ &\quad + 2|e_1||e_2| + 2|e_2||e_3| + 2|e_1||e_3| \\ &\leq e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + (e_1^2 + e_2^2) \\ &\quad + (e_2^2 + e_3^2) + (e_1^2 + e_3^2) \\ &= 3(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2), \end{aligned}$$

得到 $|e_1| + |e_2| + |e_3| \leq \sqrt{3} \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2}$, 即有 $\alpha(\chi) = \sqrt{3}\chi, \chi(\chi) = \chi$.

由 $e \in \mathcal{S}(\xi)$, 即 $\|e\| < \xi$, 有 $\|e + U(k, e)\|$

$= \| e + B_k e \| = \| d_k e \| < d_k \xi < \rho, \exists d_k \in (0, 1)$, 使得最后的不等式成立, 于是有 $e + U(k, e) \in \mathcal{X}(\rho)$. 易证引理 1 中其他条件均成立, 本定理得证.

结合引理 2 及定理 1 的结果便可得出如下同步误差系统 (19) 在原点的实用稳定判据, 即驱动系统 (17) 与响应系统 (18) 脉冲同步的实用稳定判据.

定理 2 令 $d_k = d > 0$ 为常数, $\delta = \tau_{k+1} - \tau_k, 0 < \delta < +\infty, k = 1, 2, \dots$, 对于给定的 $(\lambda, \xi), \lambda > 0, \xi > 0$, 若满足

$$\frac{1}{\delta} \ln(d) + H_{\max} < 0, \tag{23}$$

$$\frac{H_f |1 - e^{H_{\max} \delta}|}{H_{\max} (1 - d e^{H_{\max} \delta})} < \xi, \tag{24}$$

则对于任意 $\lambda < +\infty$, 同步误差系统 (19) 在原点是关于 (λ, ξ) 实用稳定的, 其中 H_{\max}, H_f 如定理 1 中所定义.

证明 将定理 1 的主要结果 H_{\max}, H_f 分别代替引理 2 中的 ϕ, θ , 即可得证, 具体分析过程可参见文献 [10], 证明略.

注 5 定理 2 的结论对任意 $\lambda < +\infty$ 都成立, 故保证了实用稳定判据的全局性.

4. 数值仿真

取参数 $a = 1$, 由统一混沌系统的混沌吸引子, 可得 $-30 \leq x_1 \leq 30, -30 \leq x_2 \leq 35, 0 \leq x_3 \leq 55$, 于是

可取 $M_1 = 30, M_2 = 35, M_3 = 55$ 取参数不确定项

$$\Delta A = 0.03 \begin{bmatrix} \sin t & \cos t & \sin t \\ \cos t & \cos t & \cos t \\ \sin t & \cos t & \sin t \end{bmatrix}, \text{ 即 } \mu = 0.03,$$

$$F(t) = [f_j(t)]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \sin t & \cos t & \sin t \\ \cos t & \cos t & \cos t \\ \sin t & \cos t & \sin t \end{bmatrix},$$

计算得 $H_1 = 62.09, H_2 = 93.09, H_3 = 27.09, H_f = 21.6$, 即 $H_{\max} = 93.09$. 令驱动系统初值为 $[4, 1, 5]^T$, 响应系统初值为 $[3.6, 0.8, 5.4]^T, \delta = 0.005$, 则由 (23) 式可得 $d < 0.6279$, 若取 $d = 0.1$, 由 (24) 式可得 $\xi \approx 0.1636$, 这表明 e_1, e_2, e_3 的最大幅度将小于 0.1636, 选择“未知”时间延迟 $\tau = 3 \text{ s}$, 对应的同步误差系统 (19) 的状态曲线见图 1, 仿真结果表明同步误差曲线严格在估计的误差范围内, 脉冲同步是相当稳定的, 同时也体现出脉冲控制同步方法较快的响应速度.

注 6 为更好观察到脉冲控制的作用, 图 1 仅给出在最初 1 s 时间范围内的同步误差曲线.

注 7 随着 ΔA 作用的减小, ξ 也随之减小, 当 ξ 趋于零时, 同步误差系统 (19) 在原点趋向渐近稳定, 即驱动系统 (17) 与响应系统 (18) 趋向渐近同步.

注 8 本文涉及的非自治混沌系统中非自治项以“ $\Delta A \cdot x(t)$ ”的形式出现, 不同于文献 [10], 更适用于大多数带有未知参数扰动的真实系统.

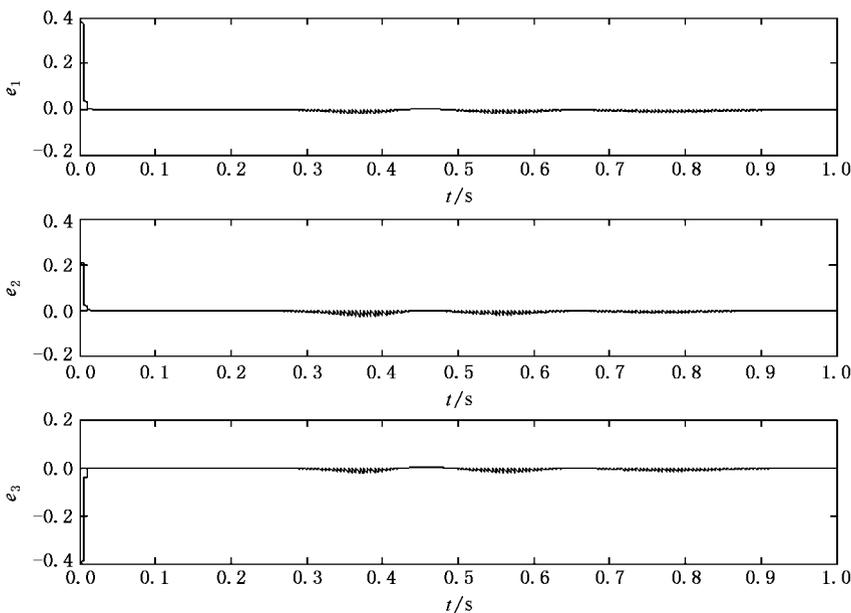


图 1 $\delta = 0.005, d = 0.1$ 时统一混沌系统同步误差曲线

5. 结 论

本文针对一类具有传输信道时间延迟且参数不确定的统一混沌系统,提出了新的混沌同步定义及相应的脉冲控制同步方法.该方法采用驱动系统与响应系统状态变量误差的线性反馈作为脉冲控制信

号,结构简单且具有较快的响应速度.同时给出了非自治同步误差系统在原点的实用稳定判据,进而获得两个非自治混沌系统之间脉冲同步的实用稳定判据,仿真结果验证了方法的有效性.由于真实系统常伴有传输信道时间延迟与未知参数扰动,故本文的理论分析结果将为相关应用提供坚实的基础.

-
- [1] Pecora L M , Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [2] Kocarev L , Parlitz U 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 5028
- [3] Kakmeni F M M , Bowong S , Tchawoua C 2006 *Phys. Lett. A* **355** 47
- [4] Min F H , Wang Z Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4026 (in Chinese)
[闵富红、王执铨 2005 物理学报 **54** 4026]
- [5] Chen S H , Yang Q , Wang C P 2004 *Chaos , Solitons & Fractals* **20** 751
- [6] Chen D L , Sun J T , Huang C S 2006 *Chaos , Solitons & Fractals* **28** 213
- [7] Ren Q S , Zhao J Y 2006 *Phys. Lett. A* **355** 342
- [8] Wang Y W , Wen C Y , Xiao J W , Guan Z H 2006 *Chaos , Solitons & Fractals* **29** 198
- [9] Li Y , Liao X F , Li C D , Chen G 2006 *Chin. Phys.* **15** 2890
- [10] Yang T , Chua L O 2000 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **10** 859
- [11] Yang T 2001 *Impulsive control theory* (Berlin : Springer-Verlag) p149
- [12] Yang T 1999 *IEEE Trans. Automat. Contr.* **44** 1081
- [13] Lü J H , Chen G , Zhang D Z , Celikovsky S 2002 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **12** 2917
- [14] Yu D C , Wu A G , Wang D Q 2006 *Chin. Phys.* **15** 306
- [15] Yu D C , Xia L H , Wang D Q 2006 *Chin. Phys.* **15** 1454
- [16] Wang D F 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1495 (in Chinese) [王东风 2005 物理学报 **54** 1495]
- [17] Tao C H , Lu J A 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 281 (in Chinese) [陶朝海、陆君安 2003 物理学报 **52** 281]
- [18] Jang G P , Zheng W X , Chen G 2004 *Chaos , Solitons & Fractals* **20** 267
- [19] Sun J T 2004 *Chaos , Solitons & Fractals* **21** 967
- [20] Lin J S , Liao T L , Yan J J , Yau H T 2005 *Chaos , Solitons & Fractals* **26** 971
- [21] Lakshmikantham V , Leela S , Martynyuk A A 1990 *Practical Stability of Nonlinear Systems* (Singapore : World Scientific) p8
- [22] McRae F A 1994 *J. Math. Anal. Appl.* **181** 656

Impulsive synchronization for unified chaotic systems with channel time-delay and parameter uncertainty^{*}

Ma Tie-Dong^{1)†} Zhang Hua-Guang¹⁾²⁾ Wang Zhi-Liang¹⁾

¹ *School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China*

² *Key Laboratory of Process Industry Automation of Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110004, China*

(Received 12 October 2006; revised manuscript received 10 December 2006)

Abstract

In this paper, an impulsive control for synchronization of a class of unified chaotic systems with channel time-delay and parameter uncertainty is proposed. The practical stability of impulsive synchronization between two nonautonomous chaotic systems is studied. This practical stability is equivalent to that of the synchronization error system at the origin. Based on the theory of impulsive differential equation, the criterion for the practical stability of the synchronization error system at the origin is presented. Numerical simulations show the effectiveness of the method.

Keywords : unified chaotic system, chaos synchronization, impulsive control, practical stability

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science foundation of China (Grant Nos. 60325311, 60534010, 60572070, 60521003), the Program for Changjiang Scholars and Innovative Research Team in University(Grant No. IRT0421) and the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2006AA04Z183).

[†] E-mail : mtd1118@sohu.com