

# 光学相干层析信号的模拟分析与计算\*

贾亚青 梁艳梅 朱晓农

(南开大学现代光学研究所, 光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300071)

(2006 年 10 月 9 日收到, 2006 年 10 月 30 日收到修改稿)

对传统的模拟介质散射响应函数的蒙特卡罗算法的计算过程进行了改进, 提出光子不可分割的假设, 这样可以避免人为选定光子被吸收阈值的不确定性, 同时采用双曲线法模拟入射高斯光束, 解决了对表面为非平面介质的传输信号进行模拟的问题. 通过对盖玻片(平面)与眼角膜(曲面)的光学相干层析探测信号及层析图的数值模拟, 并与相应实验结果进行比较, 证实了该方法与假设的可行性.

关键词: 光学相干层析, 蒙特卡罗法模拟, 散射

PACC: 0760, 4225K, 1380

## 1. 引言

自从第一篇有关光学相干层析(optical coherence tomography, OCT)技术的研究论文发表以来<sup>[1]</sup>, 以优化 OCT 系统、提高其图像质量为目的的各种理论模拟工作相继得到发展. 最早的 OCT 模型从单次散射理论出发, 将光在颗粒介质中的传输和散射问题应用于 OCT 中<sup>[2]</sup>. 这种模型的局限性是只限于高反射组织的表层散射. 为了找到时间分辨的光程与厚组织中 OCT 的回向散射信号间的关系, Pan 等引入了线性系统理论分析方法<sup>[3]</sup>. Thrane 等在扩展的惠更斯-菲涅耳原理的基础上, 利用互相干函数建立了 OCT 系统的光学理论描述<sup>[4]</sup>. Tycho 等利用蒙特卡罗(Monte Carlo)方法建立了高前向散射介质中反射间断的 OCT 信号探测模型<sup>[5]</sup>. 近几年来, 国内 OCT 的实验研究也取得了一些进展<sup>[6-9]</sup>, 但相应的理论研究大多集中在 OCT 系统的一些具体技术方面<sup>[10, 11]</sup>, 对 OCT 整体的光学理论、光子散射过程的理论模拟并不多见.

本文基于线性系统分析理论, 在应用蒙特卡罗法模拟介质散射响应函数中, 对光子的吸收、散射及运动终止部分的模拟进行了改进. 假设光子不可分割, 吸收与散射由各自在相互作用中所占的比率来决定, 光子的终结, 也同样由该比率决定, 并且这一比率只与介质与光相互作用的吸收系数和散射系数

有关, 不再受人为设定的阈值的影响. 本文以双曲线法模拟光子进入样品界面前的高斯光束, 与常用的卷积法模拟高斯光束入射不同<sup>[12]</sup>, 双曲线法可模拟样品表面为非平面的情况. 在文章最后给出了应用以上理论和方法模拟的 OCT 系统对盖玻片(平面)与眼角膜(曲面)成像结果, 并与实验结果进行了分析比较, 证实了新方法与新假设的可行性.

## 2. OCT 线性系统分析理论

由光的干涉理论可知, OCT 系统中从样品散射回的光场与参考镜反射回的光场叠加后的光场强度为

$$K(\tau) = I_S + I_R + 2\text{Re} [V_S^*(t)V_R(t+\tau)], \quad (1)$$

其中脚标 S, R 分别代表来自样品的信号光和由参考镜返回的参考光. 方程(1)式右方的前两项为直流本底部分, 测量时通过电路滤波去掉, 第三项是包含样品信息的交流项, 是主要测量对象. 参考臂的机械扫描使得参考光的有效光程随时间发生变化, 从而探测到的电流强度正比于参考光场与样品光场相对光程差的交叉相关函数

$$\Gamma_{SR}(\tau) = V_S^*(t)V_R(t+\tau). \quad (2)$$

如果把 OCT 系统看作脉冲响应的线性平移不变系统(脉冲响应由样品内部结构对入射光的散射作用决定), 则样品光场为入射光与脉冲响应的卷

\* 国家重点基础研究专项基金(批准号: 2002CCA01700)和国家自然科学基金(批准号: 60378007)资助的课题.

积,即

$$V_s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} V(t')h(t-t')dt' = V(t) \otimes h(t), \quad (3)$$

式中  $h(t)$  为样品响应函数,直接与样品在深度方向的散射函数  $h(z)$  相关,两者通过光的传播速度相联系.把(3)式代入互相关函数表达式(2)中,得互相关函数等于入射光的自相关函数与样品响应函数的卷积.根据 Wiener-Khinchin 理论,自相关函数为自功率谱密度的逆傅里叶变换.所以

$$\Gamma_{SR}(t) = \Gamma_{Source}(t) \otimes h(t) = \text{FFT}^{-1}\{S_{Source}\} \otimes h(t), \quad (4)$$

式中  $\Gamma_{Source}(t)$  为光源自相关函数,  $S_{Source}$  为光源功率谱密度.把(2)(4)式带入(1)式,得探测电流强度

$$I_d \propto \text{Re}\{\text{FFT}^{-1}\{S_{Source}\} \otimes h(t)\}. \quad (5)$$

### 3. 样品散射的蒙特卡罗模拟

要对 OCT 的光信号探测过程进行模拟,首先需要模拟样品的散射函数  $h(z)$ .蒙特卡罗算法是对大量的满足一定条件的随机过程取统计结果.由于其灵活实用的优点常被用来模拟光的散射问题.蒙特卡罗模拟光散射的基本思想为通过追踪大量单个光子的运动情况来模拟光在组织中的散射和吸收.这里把单个光子的运动分为两部分:进入组织前按高斯光束传输的运动,和进入组织后在组织中的传输.

#### 3.1. 高斯光束的模拟

模拟入射高斯光束时,按照高斯光束截面上的强度分布产生光子,每个光子沿过此位置的双曲线运动.这种模拟方法不受介质表面是平面的限制,即可以用于曲面介质入射.具体方法介绍如下.

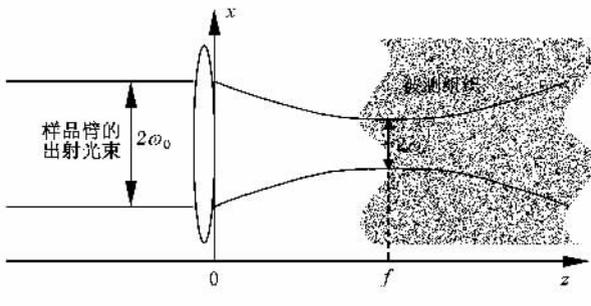


图 1 OCT 系统样品臂示意图

如图 1 所示,假设入射到透镜前表面上的准直

高斯光束的半径为  $\omega_0$ ,波长为  $\lambda$ ,透镜焦距为  $f$ ,可以根据  $\omega_f \approx \frac{\lambda f}{\pi \omega_0}$  计算出经过透镜后的高斯光束束腰半径  $\omega_f$ .由高斯光束的基本性质可知,截面光斑半径随坐标  $z$  按双曲线的规律变化,即

$$\omega^2(z) = \omega_f^2 \left( 1 + \frac{z^2}{z_f^2} \right), \quad (6)$$

其中  $z_f = \frac{\pi \omega_f^2}{\lambda}$  为光束的瑞利范围.所以模拟高斯光束时,只要找到经过各光子起始位置的双曲线,使光子沿各自的双曲线运动即可.具体步骤如下:

根据高斯光束截面强度分布,由 Monte Carlo 方法对光子出现的径向位置抽样得

$$r = \omega \sqrt{-\ln(\text{rand})}, \quad (7)$$

式中  $\omega$  为高斯光束截面半径,rand 为分布在(0,1)间的随机数.在  $z=0$  平面上,光子径向位置为

$$\omega_{pho}(0) = \omega_0 \sqrt{-\ln(\text{rand}_{pho})}, \quad (8)$$

rand<sub>pho</sub> 为分布在(0,1)间的随机数,但对于确定的光子,rand<sub>pho</sub> 的值是不变的.光子径向位置确定后,由光束的轴对称性可以对光子起始位置与  $x$  轴夹角抽样为  $\varphi = 2\pi(\text{rand})$ ,则光子初始位置坐标为

$$\begin{aligned} x_0 &= \omega_{pho}(0) \cos \varphi, \\ y_0 &= \omega_{pho}(0) \sin \varphi, \\ z_0 &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

由(7)式可以看出,要保持截面上高斯强度分布,在  $z$  截面上光子径向位置  $\omega_{pho}(z) = \omega(z) \sqrt{-\ln(\text{rand}_{pho})}$ .再根据(6)式截面上光斑半径与传输距离的关系得光子的运动双曲线,即

$$\omega_{pho}^2(z) = [-\ln(\text{rand}_{pho})] \omega_f^2 \left( 1 + \frac{z^2}{z_f^2} \right). \quad (10)$$

如果知道  $(x_0, y_0, 0)$  及光子在  $z$  方向的运动步长  $S_z$ ,则由(10)式可得下一时刻光子的径向位置,再类比(9)式可解出  $x$  和  $y$ ,从而确定光子在光束传播方向上的下一位置.如此重复直到光子到达组织表面.

#### 3.2. 光子在散射介质中的传输

在模拟过程中,假设光子不可分割.模拟流程图如图 2 所示,光子在组织中的传输分为以下几个步骤:

1) 当光子到达界面时,首先比较入射角(光子运动轨迹在界面入射点处的切线与  $z$  轴夹角)与临界角来判断是否全反射.如果从光疏到光密介质此步

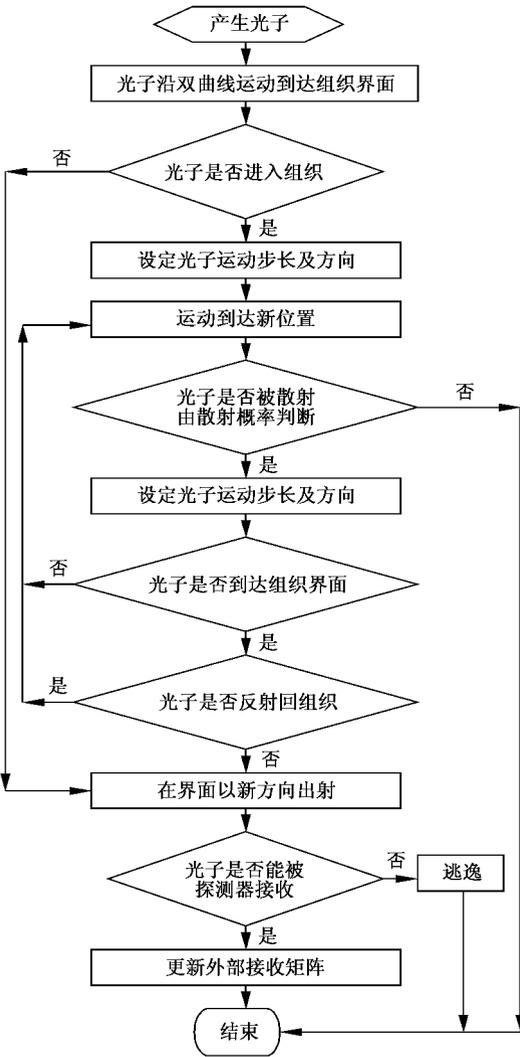


图2 模拟流程图

可省)如果全反射,  $z$  方向的运动方向改变.如果不是全反射,则根据界面反射率(或由菲涅耳定律计算的反射率)来决定光子是否进入界面.产生的随机数如果大于反射率,则光子进入界面.界面上反射和折射角根据斯涅耳定律计算.

2)光子在组织中传输时,由光子运动自由程的概率函数来对运动步长抽样.

$$s = \frac{-\ln(\text{rand})}{\mu_t}, \quad (11)$$

其中  $\mu_t$  为光与物质相互作用系数,  $\mu_t = \mu_s + \mu_a$ ,  $\mu_s$  为散射系数,  $\mu_a$  为吸收系数.

光子的运动方向由散射决定,即偏转角  $\theta$  和方位角  $\psi$ .由散射理论统计取样决定.偏转角分布概率由 Henyey-Greenstein 相函数确定<sup>[13]</sup>,据此随机抽样得

$$\cos(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2g} \left\{ 1 + g^2 - \left[ \frac{1 - g^2}{1 - g + 2g\xi} \right]^2 \right\}, & g \neq 0, \\ 2\xi - 1, & g = 0, \end{cases} \quad (12)$$

其中  $g$  为生物组织的各向异性因子.方位角在  $[0, 2\pi]$  内均匀分布,直接随机取样为

$$\psi = 2\pi(\text{rand}). \quad (13)$$

光子的新的运动方向由方向弦  $(\gamma'_x, \gamma'_y, \gamma'_z)$  表示为

$$\gamma'_x = \frac{\sin\theta}{\sqrt{1 - \gamma_z^2}} (\gamma_x \gamma_z \cos\psi - \gamma_y \sin\psi) + \gamma_x \cos\theta,$$

$$\gamma'_y = \frac{\sin\theta}{\sqrt{1 - \gamma_z^2}} (\gamma_x \gamma_z \cos\psi - \gamma_y \sin\psi) + \gamma_y \cos\theta,$$

$$\gamma'_z = -\sin\theta \cos\psi \sqrt{1 - \gamma_z^2} + \gamma_z \cos\theta, \quad (14)$$

上式中  $(\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z)$  为光子原运动方向的方向余弦.如果光子入射组织表面的角度接近垂直,即  $|\gamma_z| > 0.99999$ ,新方向为

$$\gamma'_x = \sin\theta \cos\psi,$$

$$\gamma'_y = \sin\theta \sin\psi$$

$$\gamma'_z = \text{sign}(\gamma_z) \cos\theta, \quad (15)$$

这里  $\text{sign}(\gamma_z)$  是符号函数,  $\text{sign}(x) = \begin{cases} +1, & x > 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$

3)光子经过一个自由程到达新位置与组织的相互作用.其相互作用包括散射和吸收.我们假设光子不可分割,即在新位置处要么散射要么吸收.根据随机数与散射系数对总作用系数的比率的比较来判断光子是否被吸收或散射并继续运动.如果随机数小于  $u_s/u_t$ ,则光子按照2)中步长及方向散射并继续运动,否则光子在此位置被吸收掉.这与以往蒙特卡罗模拟方法截然不同:以往的假设中光子具有可分割性,每次光子运动到一个新位置吸收和散射同时发生<sup>[3]</sup>,光子损失部分能量,并继续运动,直到所剩能量小于阈值才终止.阈值设定的太大影响结果的准确性,太小则增加计算量和计算时间.而在我们的模拟中则避免了人为设定光子存活能量阈值.图3为传统的模拟结果(实线)与改进的模拟结果(虚线)比较图.其中  $\mu_s = 95 \text{ mm}^{-1}$ ,  $\mu_a = 2 \text{ mm}^{-1}$ ,  $g = 0.9$ ,  $n = 1.37$ ,所设定的光子中止阈值为  $10^{-6}$ .两方法最终结果一致,但由于阈值设置略小,设阈值法要比改进法运算时间长(光子数为  $10^5$  时,使用 Pentium IV PC 机的典型运算时间约 25 min,而相应的光子不可分割法的运算只需约 15 min).

4)统计能够返回探测器的光子,按照光程长度

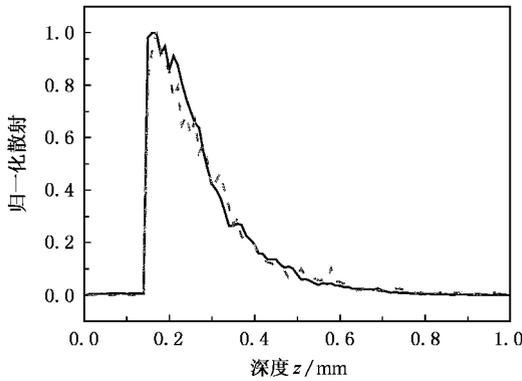


图 3 传统的模拟结果(实线)与改进的模拟结果(虚线)比较

来求散射分布.图 4 为 30 个光子沿高斯光束入射介质,并被介质散射的光子轨迹图,为便于观察,选取  $\mu_s = 50 \text{ mm}^{-1}$ ,  $\mu_a = 0.5 \text{ mm}^{-1}$ ,  $g = 0.9$ ,  $n = 1.30$ .介质与空气交界面在  $z = 3 \text{ mm}$  处,光子被散射出介质后沿直线传播.图中虚线表示散射出组织的光子轨迹.光子被散射出介质时出射点在图 4 所示箭头范围内 ( $r < 20 \mu\text{m}$ ),且沿直线传播后落在聚焦透镜出射面上光轴附近  $r < 500 \mu\text{m}$  的范围内的光子认为可以被收集到.

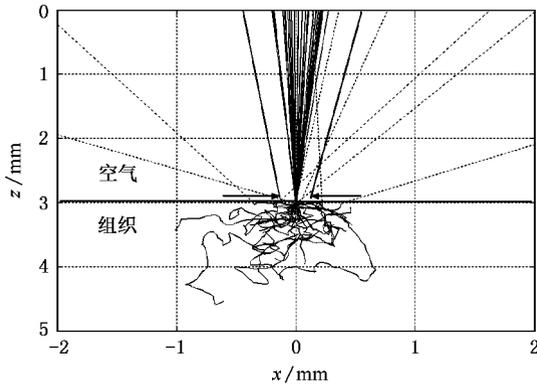


图 4 模拟的光子以高斯光束入射并被介质散射的轨迹图

收集到的光子光程  $L = \sum_i n_i s_i$  其中  $n_i$  表示光子在运动到第  $i$  步时所在位置处的折射率.计算程序中,探测的总体光子散射分布由数列  $R(L)$  表示,每一个计算循环中,  $R(L)$  的迭代由  $R(k) = R(k) + 1$  给出.其中与光程对应的散射函数列的序列数  $k = [L/\Delta L]$ ,  $\Delta L$  为光源相干长度,方括弧表示取整,光子个数  $R(k)$  反映散射强度.得到散射光强对光程的函数曲线,即可推导散射强度对深度的分布,对散射强度函数开方可得样品对入射光场的响应函数  $h(z)$ .

为了说明高斯光束模拟的意义,我们给出了组织界面在入射光束束腰不同位置时的散射曲线,如图 5 所示,其中  $\mu_s = 100 \text{ mm}^{-1}$ ,  $\mu_a = 2 \text{ mm}^{-1}$ ,  $g = 0.9$ ,  $n = 1.50$ .从图中可以看出,界面的反射强度要远远大于内部组织的散射强度.在瑞利范围内界面反射强度变化不明显,而组织界面远离束腰时,界面反射强度明显降低.组织内部的散射曲线形状基本相同,也是在束腰附近入射时强度略大一些,这一现象与实验观察相符,这也正是高斯光束入射与平行光束入射的区别.

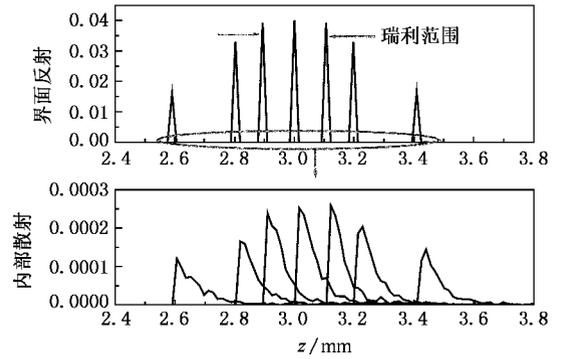


图 5 组织界面在高斯光束不同位置处的界面反射与组织内部散射

### 4. 模拟结果与实验结果的分析

根据上述 OCT 线性分析理论模型和蒙特卡罗算法,我们分别模拟了 OCT 扫描盖波片和眼角膜的图像.图 6(a)为模拟的盖波片 OCT 探测信号,也就是求出光源功率谱密度的逆傅里叶变换与样品响应

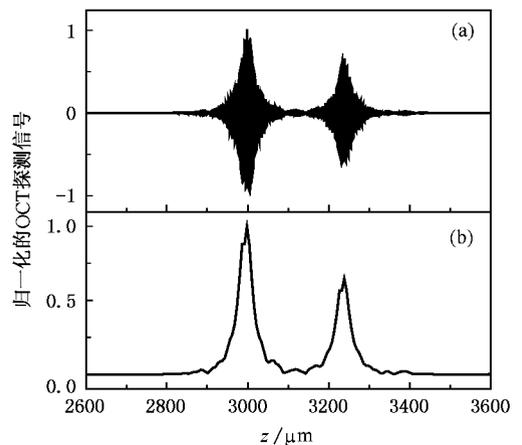


图 6 模拟盖玻片的 OCT 探测信号 (a)未解调的信号 (b)解调后的信号

函数的卷积,再取实部所得结果(计算中假定: $\mu_s = 2 \text{ mm}^{-1}$ ,  $\mu_a = 0.015 \text{ mm}^{-1}$ ,  $g = 0.9$ ,  $n = 1.48$ ,  $f = 3 \text{ mm}$ ).图 8 (b)为解调后的 OCT 探测信号.图 7 (a)为模拟的 OCT 探测盖波片的图像,图 7 (b)为相同参数下实验所测得图像.从图 7 中可以看出,实验与模拟结果符合较好.分析认为盖波片本身结构简单,参数基本明确,折射率单一且均匀,是较好的线性系统.在此情况下 OCT 线性分析理论及我们的模拟与实验有很好的 consistency.

0.98,  $n = 1.3771$ , 外表面曲率半径  $R_1 = 7.8 \text{ mm}$ , 内表面曲率半径  $R_2 = 7.3 \text{ mm}$ ).比较两图可以看出,在整体轮廓上基本符合,但细节上还是有一定的差别.实验测量结果中有较明显的纵向纹理,而模拟结果中则没有.我们认为这可能主要是在角膜模型的建立中假设了折射率及其与光的相互作用系数是单一均匀所至.实际的眼角膜情况比较复杂,在组织结构从而在光学参数上存在层状分布.总体来说,我们的模拟比较准确地反映了物体大的结构与特征.

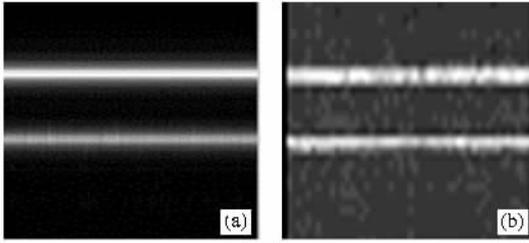


图 7 盖波片的 OCT 图像 (a)模拟结果 (b)实验结果

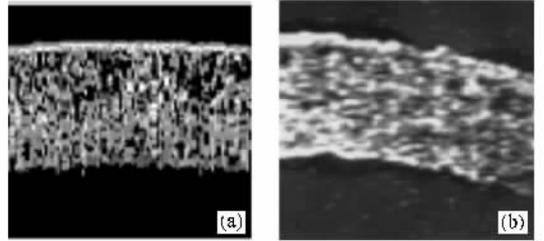


图 9 眼角膜的 OCT 图像 (a)模拟结果 (b)实验结果<sup>[14]</sup>

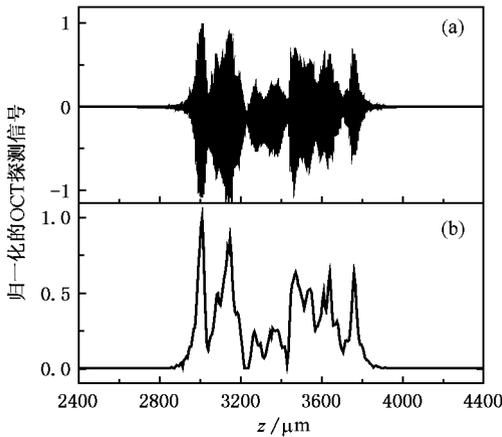


图 8 模拟眼角膜的 OCT 探测信号 (a)未解调的信号 (b)解调后的信号

为了突出新方法可以模拟入射曲面的功能,我们模拟了眼角膜的 OCT 探测信号,图 8 (a)为直接测量信号,图 8 (b)为解调后的结果.图 9 为眼角膜的 OCT 图像 (a)为模拟结果 (b)为实验测量结果<sup>[14]</sup> (计算中假定: $\mu_s = 40 \text{ mm}^{-1}$ ,  $\mu_a = 0.15 \text{ mm}^{-1}$ ,  $g =$

### 5. 结 论

综上所述,本文提出了在光学相干层析系统(OCT)光信号的模拟计算中用双曲线法模拟入射高斯光束的新方法,并依据光子在散射过程中不可分割的假设,对传统的蒙特卡罗算法模拟介质散射响应函数的过程进行了改进.证实组织界面在相对入射光束束腰不同位置处的散射函数略有不同.光子在散射过程中不可分割的模型有利于减少计算时间,避免了光子可分割模型中人为选定光子被吸收阈值的不确定性.利用 OCT 系统线性分析理论和本文中提出的新的模拟计算方法,我们给出了模拟的盖波片(平面)和眼角膜(曲面)OCT 信号及断层图像.通过理论计算结果与实验结果间的较好的一致性证实了我们所提出的新方法和改进计算模型的切实可行性.由于双曲线法模拟入射高斯光可以对更符合样品实际情况的曲面进行模拟,从而使理论模拟更具有实际指导意义.

[1] Huang D, Swanson E A, Lin C P, Schuman J S, Stinson W G, Chang W, Hee M R, Flotte T, Gregory K, Puliafito C A, Fujimoto J G 1991 *Science* **254** 1178

[2] Schmitt J M, Knüttel A, Bonnedahl A 1993 *Appl. Opt.* **32** 6032

[3] Pan Y T, Birngruber R, Rosperich J, Engelhardt R 1995 *Appl. Opt.* **34** 6564

[4] Thrane L, Yura H T, Andersen P E 2000 *J. Opt. Soc. Am. A* **17** 484

- [ 5 ] Tycho A ,Jørgensen T M ,Yura H T ,Andersen P E 2002 *Appl. Opt.* **41** 6676
- [ 6 ] Jia Y Q ,Liang Y M ,Wang M W ,Zhu X N 2005 *Journal of Optoelectronics · Laser* **16** 409 ( in Chinese ) [ 贾亚青、梁艳梅、王明伟、朱晓农 2005 光电子·激光 **16** 409 ]
- [ 7 ] Jia Y Q ,Liang Y M ,Mu G G ,Zhu X N 2006 *Chin. J. Laser. Med. Surg.* **15** 62 ( in Chinese ) [ 贾亚青、梁艳梅、母国光、朱晓农 2006 中国激光医学杂志 **15** 62 ]
- [ 8 ] Zhang H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2515 ( in Chinese ) [ 张 航 2004 物理学报 **53** 2515 ]
- [ 9 ] Qiao Q Q ,Chen B ,Fan W ,Chen J L ,Li X C ,Lin Z Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1422 ( in Chinese ) [ 乔启全、陈 柏、范 微、陈嘉琳、李学春、林尊琪 2003 物理学报 **52** 1422 ]
- [ 10 ] Mao Y X ,Guo J P ,Liang Y M ,Jia Y Q ,Zhao Y B ,Zhu X N 2005 *Acta Optica Sin.* **25** 324 ( in Chinese ) [ 毛幼馨、郭建平、梁艳梅、贾亚青、赵友博、朱晓农 2005 光学学报 **25** 324 ]
- [ 11 ] Xiang J Y ,Wu Z ,Zeng S Q ,Luo Q M ,Zhang P ,Huang D X 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1831 ( in Chinese ) [ 向际鹰、吴 震、曾绍群、骆清铭、张 平、黄德修 1999 物理学报 **48** 1831 ]
- [ 12 ] Wang L ,Jacques S L ,Zheng L 1997 *Computer Methods and Programs in Biomedicine* **54** 141
- [ 13 ] Flock S T ,Patterson M S ,Wilson B C ,Wyman D R 1989 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **36** 1163
- [ 14 ] Wirbelauer C ,Scholz C ,Haberle H ,Laqua H ,Pham D T 2002 *J. Cataract. Refract. Surg.* **28** 1629

## Simulation of optical coherence tomography using Monte Carlo method<sup>\*</sup>

Jia Ya-Qing Liang Yan-Mei Zhu Xiao-Nong

( Institute of Modern Optics ,Nankai University ,Key Laboratory of Opto-electronic Information Science and Technology of EMC ,Tianjin 300071 ,China )

( Received 9 October 2006 ; revised manuscript received 30 October 2006 )

### Abstract

The new assumption that a photon cannot be split is made in the Monte Carlo simulation for optical scattering response function is made ,which eliminates the uncertainly in arbitrarily choosing the threshold of photon death . A hyperbolic method is proposed to simulate the Gaussian beam used in optical coherence tomography systems where curved sample interfaces are encountered . Comparison between the calculated OCT pictures of a microscope slide ( flat interface ) and a cornea ( curved interface ) with the corresponding experimental ones indicates the effectiveness and the relative advantage of our new simulation method .

**Keywords** : optical coherence tomography , Monte Carlo simulation , optical scattering

**PACC** : 0760 , 4225K , 1380

<sup>\*</sup> Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China ( Grant No. 2002CCA01700 ) and the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60378007 ).