

对含有非热力学平衡离子的尘埃等离子体中 孤波特性的理论研究*

王红艳^{1,2}† 段文山¹‡

1 西北师范大学 物理与电子工程学院, 兰州 730070)

2 四川理工学院物理系, 自贡 643000)

(2006 年 9 月 18 日收到, 2006 年 10 月 17 日收到修改稿)

得到了描述由尘埃颗粒电荷变化、非热力学平衡分布的离子和 Boltzmann 分布的电子组成的未磁化的热尘埃等离子体中的尘埃声波的修正的 KdV (mKdV) 方程. 并对诸多的尘埃等离子体参数对尘埃声孤波结构的影响进行了理论研究. 结果表明, 尘埃等离子体参数决定着尘埃声孤波结构, 且只在这些参数特别选定的一些区域, 才会出现稳定的孤波.

关键词: 非热力学平衡离子, 尘埃颗粒电荷变化, 尘埃声孤波

PACC: 5235S, 0420J

1. 引 言

尘埃等离子体是一种由电子、离子和质量很大、带电量高的尘埃颗粒以及中性粒子所组成的电离气体, 又叫“复杂等离子体”. 这个复杂系统不仅广泛存在于宇宙空间^[1], 如星际物质、地球电离层、行星环和彗星尾部, 而且也普遍存在于聚变反应器^[2]、低温等离子体材料加工装置^[3]和实验室^[4,5]等环境中. 近年来, 有大量的文献对尘埃等离子体的有关性质进行了深入而又广泛的研究^[6-10]. 自 1990 年 Rao 等人从理论上预言了无磁化尘埃等离子体中存在尘埃声波^[11]以来, 对尘埃等离子体中的波动研究又发展成为了当今等离子体研究领域中的又一热点. 例如相继发现的尘埃离子声波^[12,13]、尘埃回旋波^[14]、尘埃拖曳波^[15]等现象以及双温离子^[16]、不同种类的尘埃颗粒^[17-19]、尘埃流体的温度^[20]、尘埃颗粒的带电量及其可变性^[21-24]、负离子^[25]等因素对尘埃声孤波的影响等. 特别地, 为了更好地理解实验室等离子体和空间等离子体物理中定域静电扰动的非线性特性, 大批学者研究了由带负电的尘埃颗粒和非热力学平衡分布的离子组成的尘埃等离子体^[26-33]. 结果

表明, 非热力学平衡离子允许系统中压缩孤波和稀疏孤波共存^[30-32], 而尘埃温度则改变着压缩孤波和稀疏孤波共存时所允许的快离子数和马赫数的最小值^[31,32]. 压缩孤波和稀疏孤波的存在取决于诸多的尘埃等离子体参数^[33]等. 我们注意到, 在此相关的研究中, 大多都认为尘埃颗粒的带电量为常数, 也就是说未曾考虑尘埃颗粒带电量的可变性的因素, 而且在研究尘埃等离子体参数对尘埃声孤波结构的影响时, 往往只考虑了这些参数的变化对孤波的振幅和波宽的影响, 而对于诸多的尘埃等离子体参数在满足什么条件下才会出现稳定的孤波这一问题, 很少有人进行研究.

本文研究的尘埃等离子体由三种成分组成: 热的尘埃流体、满足非热力学平衡分布的离子和 Boltzmann 分布的电子, 考虑了尘埃颗粒带电量的可变性, 使用约化摄动方法得到了描述尘埃声孤波的修正的 KdV (mKdV) 方程, 并对诸多的尘埃等离子体参数对孤波结构的影响进行了理论研究. 结果显示, 尘埃等离子体参数决定着尘埃声孤波结构, 而且只有在这些参数特别选定的一些区域, 才有可能出现稳定的孤波.

* 国家自然科学基金(批准号:10575082), 甘肃省自然科学基金(批准号:3ZS061-A25-013)和西北师范大学自然科学基金(批准号: NWNU-KJXCG-03-17)资助的课题.

† E-mail: duanws@nwnu.edu.cn

‡ E-mail: wanghyswallow@126.com

2. 修正 KdV(mKdV) 方程

为了研究尘埃等离子体中的尘埃声波,假定尘埃等离子体是未磁化的,且由三种成分组成:大质量、带负电的尘埃颗粒,且尘埃颗粒的带电量可变,满足 Boltzmann 分布的电子和非热力学平衡分布的离子.波假定在 x 方向传播.由电中性条件可以得到 $n_{d0} = n_{e0} + Z_{d0} n_{i0}$, 这里 n_{i0} , n_{e0} , n_{d0} 分别是无扰动的离子、电子和尘埃颗粒的数密度. Z_{d0} 是以电子电荷 e 为单元的尘埃颗粒未受扰动时所带的电荷数.对于热的尘埃流体,其一维尘埃声模的无量纲化运动方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_d u_d) &= 0, \\ \frac{\partial u_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial u_d}{\partial x} + \frac{\sigma}{n_d} \frac{\partial p_d}{\partial x} &= Z_d \frac{\partial \phi}{\partial x}, \\ \frac{\partial p_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial p_d}{\partial x} + \gamma p_d \frac{\partial u_d}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &= Z_d n_d + n_e - n_i, \end{aligned} \quad (1)$$

其中,尘埃颗粒数密度 n_d 由 n_{d0} 无量纲化,电子数密度 n_e 和离子数密度 n_i 由 $Z_{d0} n_{d0}$ 无量纲化,压强 p_d 由 $n_{d0} Z_{d0} T_d$ 无量纲化, T_d 是尘埃温度,尘埃颗粒的电荷数 Z_d 由 Z_{d0} 无量纲化,空间坐标 x , 时间 t , 速度 u_d 和静电势 ϕ 分别由等效德拜长度 $\lambda_{Dd} = (T_{\text{eff}}/4\pi Z_{d0} n_{d0} e^2)^{1/2}$, 等效尘埃等离子体频率的倒数 $\omega^{-1} = (m_d/4\pi Z_{d0}^2 n_{d0} e^2)^{1/2}$, 等效尘埃声速 $C_d = (Z_{d0} T_{\text{eff}}/m_d)^{1/2}$ 以及 T_{eff}/e 无量纲化. 等效温度 $T_{\text{eff}} = T_i T_e / (\mu T_e + \nu T_i)$, 其中 μ 和 ν 分别为无量纲化的离子和电子的数密度, T_i 和 T_e 分别为离子和电子的温度. $\sigma = T_d/T_{\text{eff}}$, 绝热条件下, $\gamma = 3$.

离子的数密度 n_i 满足非热力学平衡分布^[28, 33]

$$\begin{aligned} n_i &= \mu [1 + \lambda(\phi + \phi^2)] e^{-\phi}, \\ \lambda &= \frac{4\alpha}{1 + 3\alpha}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $s = 1/(\mu + \nu\beta)$, α 是决定快离子数的参数,需要特别指出的是,当 $\alpha = 0$ 时,离子数 n_i 满足 Boltzmann 分布.

电子的数密度 n_e 满足 Boltzmann 分布

$$n_e = \nu e^{\beta\phi}, \quad (3)$$

其中 $\beta = T_i/T_e$, 且 $\mu - \nu = 1$.

下面,使用约化摄动方法研究有限小振幅的非

线性尘埃声波的行为.坐标伸展变换为 $\xi = \epsilon(x - v_0 t)$, $\tau = \epsilon^3 t$, 其中 ϵ 是表示非线性强度的小参数, v_0 是非线性尘埃声波的速度,由 C_d 无量纲化.

如果对各物理量作如下展开^[33]:

$$\begin{aligned} n_d &= 1 + \epsilon^2 n_1 + \epsilon^4 n_2 + \dots \\ u_d &= \epsilon^2 u_1 + \epsilon^4 u_2 + \dots \\ p_d &= 1 + \epsilon^2 p_1 + \epsilon^4 p_2 + \dots \\ \phi &= \epsilon^2 \phi_1 + \epsilon^4 \phi_2 + \dots \\ Z_d &= 1 + \epsilon^2 Z_1 + \epsilon^4 Z_2 + \dots \end{aligned}$$

最后可以得到 KdV 方程

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + A \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} = 0,$$

其中

$$\begin{aligned} A &= \frac{-1}{B} \left[12\sigma m^3 + m^2 + m(2 - \gamma_1 - \mu\lambda) \right. \\ &\quad \left. + 2\gamma_2 + s^2(\nu\beta^2 - \mu) + 2\mu\lambda(s - 1) \right], \end{aligned}$$

$$B = \frac{v_0}{2m[1 + 3\sigma]},$$

$$m = 1 + \gamma_1 - \mu\lambda.$$

系统参数在一定范围内,可以有 $A = 0$. 这种情况下,上面的展开方式就不再适用.因此,需要选用另外一种变量展开形式:

$$\begin{aligned} n_d &= 1 + \epsilon n_1 + \epsilon^2 n_2 + \epsilon^3 n_3 + \dots \\ u_d &= \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \epsilon^3 u_3 + \dots \\ p_d &= 1 + \epsilon p_1 + \epsilon^2 p_2 + \epsilon^3 p_3 + \dots \\ \phi &= \epsilon \phi_1 + \epsilon^2 \phi_2 + \epsilon^3 \phi_3 + \dots \\ Z_d &= 1 + \epsilon Z_1 + \epsilon^2 Z_2 + \epsilon^3 Z_3 + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $Z_1 = \gamma_1 \phi_1$, $Z_2 = \gamma_1 \phi_2 + \gamma_2 \phi_1^2$, $Z_3 = \gamma_1 \phi_3 + 2\gamma_2 \phi_1 \phi_2 + \gamma_1 \phi_1^3$, 其中 γ_1 和 γ_2 是衡量电荷扰动的参数^[10, 11]. 将(2)–(4)式代入(1)式,并按 ϵ 的不同幂次展开,比较 ϵ^2 前面的系数可得

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{1}{3\sigma - v_0^2} \phi_1, \\ u_1 &= \frac{v_0}{3\sigma - v_0^2} \phi_1, \\ p_1 &= \frac{3}{3\sigma - v_0^2} \phi_1, \\ v_0^2 &= 3\sigma + \frac{1}{1 + \gamma_1 - \mu\lambda}. \end{aligned} \quad (5)$$

比较 ϵ^3 前面的系数可得

$$\begin{aligned} n_2 &= -(1 + \gamma_1 - \mu\lambda) \phi_2 + (1 + \gamma_1 - \mu\lambda) \\ &\quad \times \left[\frac{1}{2} (v_0^2 + 9\sigma) (1 + \gamma_1 - \mu\lambda) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + 1 + \frac{\gamma_1}{2} - \mu\lambda \Big] \phi_1^2, \\
 u_2 = & -v_0(1 + \gamma_1 - \mu\lambda)\phi_2 + v_0(1 + \gamma_1 - \mu\lambda) \\
 & \times \left[\frac{1}{2}(v_0^2 + 9\sigma \chi(1 + \gamma_1 - \mu\lambda)^2 - \frac{\gamma_1}{2}) \phi_1^2, \right. \\
 p_2 = & -\chi(1 + \gamma_1 - \mu\lambda)\phi_2 + \chi(1 + \gamma_1 - \mu\lambda) \\
 & \times \left[\frac{1}{2}(v_0^2 + 9\sigma \chi(1 + \gamma_1 - \mu\lambda)^2 \right. \\
 & \left. \left. + 2 + \frac{3\gamma_1}{2} - 2\mu\lambda \right) \phi_1^2. \right. \quad (6)
 \end{aligned}$$

比较 ε^4 前面的系数,得到以下方程组:

$$\begin{aligned}
 -v_0 \frac{\partial n_3}{\partial \xi} + \frac{\partial n_1}{\partial \tau} + \frac{\partial u_3}{\partial \xi} + \frac{\alpha(n_1 u_2)}{\partial \xi} + \frac{\alpha(n_2 u_1)}{\partial \xi} &= 0, \\
 -v_0 \frac{\partial u_3}{\partial \xi} + \frac{\partial u_1}{\partial \tau} + \frac{\alpha(u_1 u_2)}{\partial \xi} + \sigma \frac{\partial p_3}{\partial \xi} - \sigma n_1 \frac{\partial p_2}{\partial \xi} \\
 -\sigma n_2 \frac{\partial p_1}{\partial \xi} - \frac{\partial \phi_3}{\partial \xi} - Z_1 \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} - Z_2 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} &= 0, \\
 -v_0 \frac{\partial p_3}{\partial \xi} + \frac{\partial p_1}{\partial \tau} + u_1 \frac{\partial p_2}{\partial \xi} + u_2 \frac{\partial p_1}{\partial \xi} \\
 + 3 \frac{\partial u_3}{\partial \xi} + 3p_1 \frac{\partial u_2}{\partial \xi} + 3p_2 \frac{\partial u_1}{\partial \xi} &= 0, \\
 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \xi^2} = n_3 + n_2 Z_1 + n_1 Z_2 + Z_3 + s\nu\beta\phi_3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + s^2 \nu\beta^2 \phi_1 \phi_2 + \frac{1}{6} s^3 \nu\beta^3 \phi_1^3 + s\mu\phi_3 \\
 & - s^2 \mu\phi_1 \phi_2 + \frac{1}{6} s^3 \mu\phi_1^3 + s\mu\lambda\phi_1 \phi_2 \\
 & + s\mu\lambda\phi_1(\phi_1^2 + \phi_2) - \mu\lambda(2\phi_1 \phi_2 + \phi_3) \\
 & - \frac{1}{2} s^2 \mu\lambda\phi_1^3. \quad (7)
 \end{aligned}$$

由(7)式可以得到标准的修正 KdV(mKdV)方程

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + G\phi_1^2 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + M \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} = 0, \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned}
 G = & \frac{1}{M} \left[3\alpha(1 + \gamma_1 - \mu\lambda) \chi(12C + 5 - \gamma_1 - 5\mu\lambda) \right. \\
 & + \chi(1 + \gamma_1 - \mu\lambda)^2 \left(3C + 1 - \frac{\gamma_1}{2} - \mu\lambda \right) \\
 & - 3\gamma_1(1 + \gamma_2 - \mu\lambda) \left(C + 1 + \frac{\gamma_1}{2} - \mu\lambda \right) \\
 & + 4\gamma_2(1 + \gamma_1 - \mu\lambda) - 3\gamma_1 \\
 & \left. - \frac{1}{2} s^3(\nu\beta^3 + \mu) - 3\mu\lambda s \left(1 - \frac{s}{2} \right) \right], \\
 M = & \frac{v_0}{\chi(1 + \gamma_1 - \mu\lambda) \left[1 + 3\alpha(1 + \gamma_1 - \mu\lambda) \right]}, \\
 C = & \frac{1}{2}(v_0^2 + 9\sigma \chi(1 + \gamma_1 - \mu\lambda)^2). \quad (9)
 \end{aligned}$$

3. 理论研究

因为由(8)式描述的修正 KdV(mKdV)方程有许多孤波解,但它们只在满足一定的条件下存在^[34].为使研究问题得以简化,本文只考虑其一般形式的孤波解.已知 $\gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0$ ^[23,24], v_0 是尘埃速度亦大于零,所以 $M > 0$.假设修正 KdV(mKdV)方程具有如下形式的孤波解: $\phi_1 = \phi_1(\theta)$, 其中 $\theta = \xi - U_0\tau, U_0$ 是由等效尘埃声速 C_d 无量纲化的速度常数,因此 $U_0 > 0$.所以,在满足条件 $\delta = -1, GU_0 > 0$ 且 $MU_0 > 0$ 时,可以得到(8)式的一个孤波解^[34]

$$\phi_0 = \mp \sqrt{\frac{6U_0}{G}} \operatorname{sech} \left[\sqrt{\frac{U_0}{M}} (\xi - U_0\tau) \right], \quad (10)$$

其中 $\sqrt{6U_0/G}$ 和 $\sqrt{M/U_0}$ 分别是孤波的振幅和波宽.

要使(10)式描述的孤波存在,系统的非线性项系数 G 必须大于零,而由(9)式知 G 的正负与尘埃等离子体参数 $\sigma, \lambda(\alpha), \mu, \nu, \gamma_1, \gamma_2$ 和 β 有关,那么 G 在这些参数之间满足什么关系时才能为正数呢?下面我们给予分析.

3.1. $\alpha = 0$ ($\lambda = 0$)

这种情况下,离子数密度 n_i 满足 Boltzmann 分布.系数 G 可以简写为

$$G = q \left[p - \frac{\nu\beta^3 + \mu}{\chi(\mu + \nu\beta)} \right], \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned}
 q = & \frac{v_0}{2g(1 + 3g\sigma)} > 0, \\
 p = & 3 + 4g\gamma_2 + 3g^3 \alpha(72g^2\sigma + 11 + 5\gamma_1) \\
 & + 3g \left(18g^2\sigma + 12g^2\sigma\gamma_1 + 2\gamma_1 + \frac{3}{2} \right) > 0, \\
 g = & 1 + \gamma_1. \quad (12)
 \end{aligned}$$

(11)式对 β 微商得到

$$\frac{dG}{d\beta} = -\frac{3q\mu\nu}{\chi(\mu + \nu\beta)^2} (\beta^2 - 1).$$

因为这里的 β 是离子的温度 T_i 对电子的温度 T_e 的比值,因此可以得到: $\beta > 0, \mu + \nu\beta > 0, \beta = 1, dG/d\beta = 0, G$ 在该点达到最大值 $G_{\max} = G(\beta = 1) = q[p - p_m], p_m = 1/\chi(\mu + \nu)$.对于 $T_i \ll T_e$ 的情况, β 很小而趋于零,对于 $T_i \gg T_e$ 的情况, β 远大于 1.因此,用 $\beta = 0$ 和 $\beta \gg 1$ 分别代表 $T_i \ll T_e$ 和 $T_i \gg T_e$ 时的情况(下同).这两种情况下 G 的取值分别为 $G_0 =$

$\alpha(\beta=0) = q(p - 1/2\mu^2)$ 和 $G_\infty = \alpha(\beta \gg 1) = q(p - 1/2\nu^2)$, 已知无量纲化后的离子数密度 μ 与电子数密度 ν 之间满足关系 $\mu - \nu = 1$, 所以 $G_0 - G_\infty = q(1/2\nu^2 - 1/2\mu^2) > 0$, 令 $p_0 = 1/2\mu^2$.

这样, 可以得到以下结论.

1) 当 $p \leq 1/\alpha(\mu + \nu)^2$ 时, 对于任意的 β , 都有 $G < 0$, 不满足 $G > 0$ 的条件, 而且由(12)式知 $p > 3$, 而 $1/\alpha(\mu + \nu)^2 < 1$, 所以此种情形在物理意义上是不存在的.

2) 当 $1/2\mu^2 \leq p < 1/2\nu^2$ 时, β 有一个临界值 β_c , β_c 是方程 $p - (\nu\beta^3 + \mu)/\alpha(\mu + \nu\beta)^2 = 0$ 的实根, 只有当 $\beta < \beta_c$ 时 $G > 0$, 可得到孤波解 ϕ_1 .

3) 当 $1/\alpha(\mu + \nu)^2 \leq p < 1/2\mu^2$ 时, β 有两个临界值 $\beta_{c\pm}$, β 只有在 (β_{c-}, β_{c+}) 之间取值时, 才有 $G > 0$, 其中 $\beta_{c\pm}$ 是方程 $p - (\nu\beta^3 + \mu)/\alpha(\mu + \nu\beta)^2 = 0$ 的两个实根. 因为 $1/2\mu^2$ 亦小于 1, 所以此种情形也不符合我们所研究的尘埃等离子体系统.

4) 当 $p \geq 1/2\nu^2$ 时, 对于任意的 β 均有 $G > 0$, 可存在稳定的孤波.

$$p = 3m^3 \alpha(12C + 5 - \gamma_1 - 5\mu\lambda) + 3m^2 \left(3C + 1 - \frac{\gamma_1}{2} - \mu\lambda \right) - 3m\gamma_1 \left(C + 1 + \frac{\gamma_1}{2} - \mu\lambda \right) + 4m\gamma_2 - 3\gamma_1,$$

$$C = \frac{1}{2} m^2 (v_0^2 + 9\sigma),$$

$$m = 1 + \gamma_1 - \mu\lambda. \tag{14}$$

类似地, 可以得到

$$\frac{dG}{d\beta} = - \frac{3q\mu\nu}{\alpha(\mu + \nu\beta)^2} (1 + \beta)(1 - 2\nu^2\lambda)(\beta - \beta_m),$$

其中 $\beta_m = (1 + 2\mu\nu\lambda)(1 - 2\nu^2\lambda)$. 当 $\beta = \beta_m$ 时, $dG/d\beta = 0$, G 达到最大值 G_m . 再计算出当 $\beta = 0$ 时的 G_0 和 $\beta \gg 1$ 时 G 的取值 G_∞ , 它们分别表示为

$$G_m = q(p - p_m),$$

$$G_0 = q(p - p_0),$$

$$G_\infty = q\left(p - \frac{1}{2\nu^2}\right),$$

其中

$$p_m = \frac{1 + 3\mu\lambda(1 + 4\nu) - 4\mu\nu^3\lambda^2(3 + \nu\lambda)}{\alpha(\mu + \nu)^2} \tag{15}$$

$$p_0 = \frac{1}{2\mu^2} - \frac{3\lambda}{2\mu} + 3\lambda, \tag{16}$$

还可以得到

$$G_0 - G_\infty = \frac{q(2\mu - 1)\left(\frac{1}{\mu\nu^2} - 3\lambda\right)}{2\mu}.$$

发现当 $\lambda > 1/3\mu\nu^2$ 时, $G_0 - G_\infty < 0$; 当 $\lambda < 1/3\mu\nu^2$, $G_0 - G_\infty > 0$. 这里设 $\lambda_c = 1/3\mu\nu^2$.

同样地, 当 $p = p_m$ 时, $G_m = 0$, 此时 $\beta = \beta_{c\pm}$. $\beta_{c\pm}$ 是方程 $p - (\nu\beta^3 + \mu)/\alpha(\mu + \nu\beta)^2 + 3\mu\lambda/\alpha(\mu + \nu\beta)^2 - 3\mu\lambda/(\mu + \nu\beta) = 0$ 的两个实根.

为了解孤波解 ϕ_1 存在的特定区域 ($G > 0$), 下面再细分几种情况进行分析.

3.2.1. $0 < \lambda < \lambda_c$

1) $p \geq 1/2\nu^2$ 时, 对于任意的 β , 均有 $G > 0$, 对应于孤波 ϕ_1 .

2) $p_0 \leq p < 1/2\nu^2$, 当 $0 < \beta < \beta_{c+}$ 时, $G > 0$, β_{c+} 可由条件 $G = 0$ 得到.

3) $p_m < p < p_0$, $\beta_{c-} < \beta < \beta_{c+}$ 有 $G > 0$, 其中 β_{c-} 和 β_{c+} 由条件 $G = 0$ 给出.

图 2 描述了当 $0 < \lambda < \lambda_c$, p 取不同值时 G 随 β 的变化关系, 其中 $\mu = 2, \nu = 1, q = 2, \lambda = 1/8$.

3.2.2. $\lambda = \lambda_c$

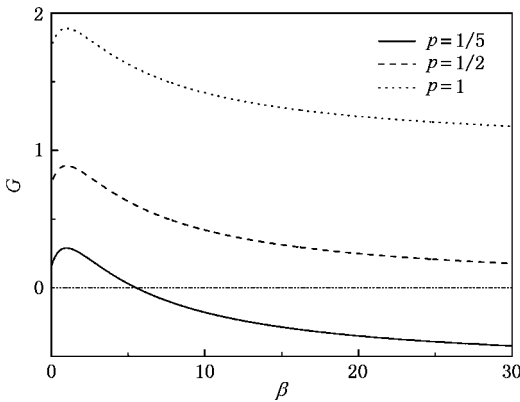


图 1 当 $\lambda = 0, p$ 取不同值时, G 随 β 的变化关系 (其中 $\mu = 2, \nu = 1, q = 2, \lambda = 0$)

图 1 描述了 $\lambda = 0, p$ 取不同值时 G 随 β 的变化关系, 其中 $\mu = 2, \nu = 1, q = 2, \lambda = 0$.

3.2. $\alpha \neq 0 (\lambda \neq 0)$

这种情形, G 可以改写为

$$G = q \left[p - \frac{\nu\beta^3 + \mu}{\alpha(\mu + \nu\beta)^2} + \frac{3\mu\lambda}{\alpha(\mu + \nu\beta)^2} - \frac{3\mu\lambda}{\mu + \nu\beta} \right], \tag{13}$$

这里

$$q = \frac{v_0}{2m(1 + 3m\sigma)},$$

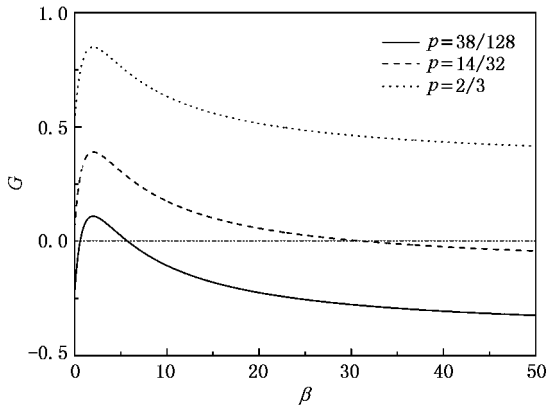


图 2 当 $0 < \lambda < \lambda_c$, p 取不同值时 G 随 β 的变化关系(其中 $\mu = 2$, $\nu = 1$, $q = 2$, $\lambda = 1/8$)

这种情况下 ,可以得到以下结论.

1) $p \geq p_0$,对于任意的 β ,都有 $G > 0$,可以出现稳定的孤波 ϕ_1 .

2) $p_m < p < p_0$,只有当 β 在 $(\beta_{c-} , \beta_{c+})$ 之间取值时 , $G > 0$.

图 3 描述了此种情况下 , p 取不同值时 G 随 β 的变化关系 ,其中 $\mu = 2$, $\nu = 1$, $q = 2$, $\lambda = 1/6$.

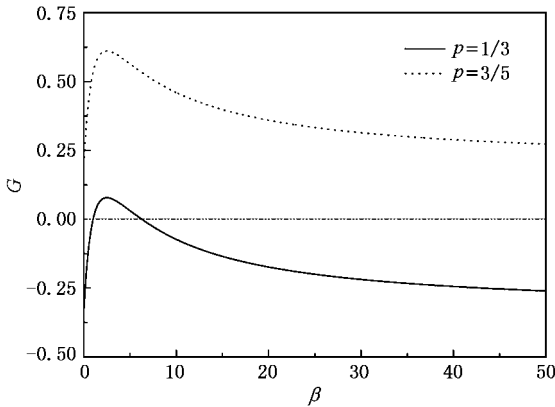


图 3 当 $\lambda = \lambda_c$, p 取不同值时 G 随 β 的变化关系(其中 $\mu = 2$, $\nu = 1$, $q = 2$, $\lambda = 1/6$)

3.2.3. $\lambda_c < \lambda < 1/2\nu^2$

1) $p_m < p < 1/2\nu^2$,当 $\beta_{c-} < \beta < \beta_{c+}$ 时 , $G > 0$.

2) $1/2\nu^2 < p < p_0$,当 $\beta > \beta_{c-}$ 时 ,可得到(8)式的孤波解 $\phi_1(G > 0)$.

3) $p \geq p_0$,对于任意的 β 均有 $G > 0$,即得到 ϕ_1 .

图 4 描述了此情况下 , p 取不同值时 G 随 β 的变化关系 ,其中 $\mu = 2$, $\nu = 1$, $q = 2$, $\lambda = 1/3$.

3.2.4. $\lambda \geq 1/2\nu^2$

这种情况下 ,我们可以很容易发现当 $1/2\nu^2 < p$

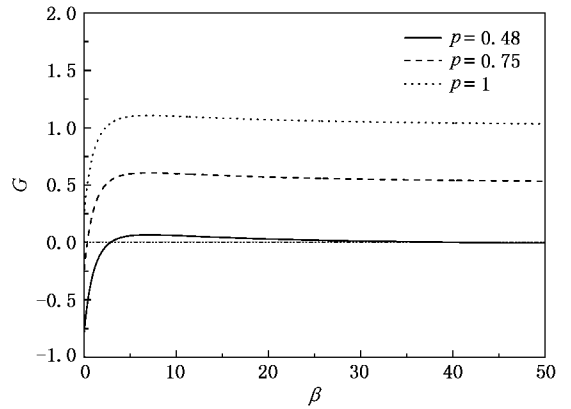


图 4 当 $\lambda_c < \lambda < 1/2\nu^2$, p 取不同值时 G 随 β 的变化关系(其中 $\mu = 2$, $\nu = 1$, $q = 2$, $\lambda = 1/3$)

$< p_0$, $\beta > \beta_{c-}$ 时 ,得到孤波解 $\phi_1(G > 0)$;且当 $p \geq p_0$ 对于任意的 β ,都可以得到由(9)式描述的孤波 $\phi_1(G > 0)$.图 5 描述了此情况下 , p 取不同值时 G 随 β 的变化关系 ,其中 $\mu = 2$, $\nu = 1$, $q = 2$, $\lambda = 2/3$.

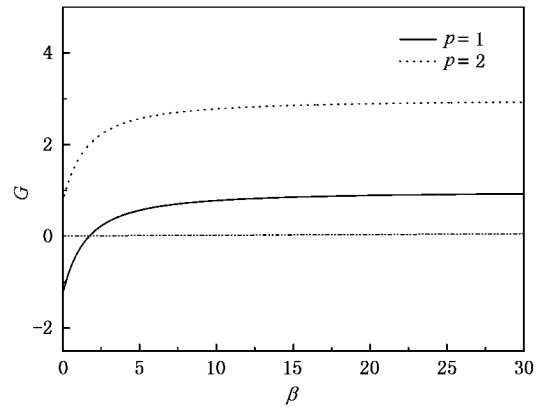


图 5 当 $\lambda \geq 1/2\nu^2$, p 取不同值时 G 随 β 的变化关系(其中 $\mu = 2$, $\nu = 1$, $q = 2$, $\lambda = 2/3$)

4. 结 论

本文研究了由热的尘埃流体 ,其中尘埃颗粒的带电量可变 ,满足非热力学平衡分布的离子和 Boltzmann 分布的电子组成的尘埃等离子体 ,使用约化摄动法得到了描述尘埃声孤波的修正 KdV (mKdV) 方程 ,并理论分析了尘埃等离子体参数对尘埃声孤波结构的影响 .研究结果表明 ,尘埃等离子体参数决定着尘埃声孤波的结构 ,而且只有在这些参数特别选定的一些区域 ,才会出现稳定的孤波 .

表 1 和表 2 给出了当 λ 和 p 在不同范围内取值

时 所得到的孤波解 ϕ_1 对 β 取值范围的依赖关系 ($\beta > 0$).

表 1 当 λ 和 p 在不同范围内取值时, ϕ_1 对 β 取值范围的依赖关系($\beta > 0$)

λ/p	$p_m < p < p_0$	$p = p_0$	$p_0 < p < 1/2v^2$	$p \geq 1/2v^2$
$\lambda = 0$	无解	无解	$(0, \beta_c)$	$(0, +\infty)$
$0 < \lambda < \lambda_c$	(β_{c-}, β_{c+})	$(0, \beta_{c+})$	$(0, \beta_{c+})$	$(0, +\infty)$
$\lambda = \lambda_c$	(β_{c-}, β_{c+})	$(0, +\infty)$	无解	$(0, +\infty)$

表 2 当 λ 和 p 在不同范围内取值时, ϕ_1 对 β 取值范围的依赖关系($\beta > 0$)

λ/p	$p_m < p < 1/2v^2$	$p = 1/2v^2$	$1/2v^2 < p < p_0$	$p \geq p_0$
$\lambda_c < \lambda < 1/2v^2$	(β_{c-}, β_{c+})	$(\beta_{c-}, +\infty)$	$(\beta_{c-}, +\infty)$	$(0, +\infty)$
$\lambda = 1/2v^2$	无解	无解	$(\beta_{c-}, +\infty)$	$(0, +\infty)$
$\lambda > 1/2v^2$	无解	无解	$(\beta_{c-}, +\infty)$	$(0, +\infty)$

运用此方法 还可类似地分析修正 KdV(mKdV) 方程的其他的孤波解^[34].

[1] Tsytovich V N , Havnes O 1993 *Comm. Plasma Phys Controlled Fusion* . **15** 267

[2] Winter J 2000 *Phys. Plasmas* **7** 3862

[3] Roth R M , Spears K G , Stein G O *et al* 1985 *Appl. Phys. Letter* **46** 253

[4] Bingham R , Angelis U D , Tsytovich V N *et al* 1991 *Phys Fluids B* **3** 811

[5] Wu J , Zhang P Y , Song Q L *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4794 (in Chinese) [吴 静、张鹏云、宋巧丽等 2005 物理学报 **54** 4794]

[6] Hou L J , Wang Y N , Miskovic Z L 2001 *Phys. Rev. E* **64** 046406

[7] Chen Y H , Liu W 1999 *Chin. Phys. Lett.* **16** 577

[8] Hou L J , Wang Y N 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 434 (in Chinese) [侯璐景、王友年 2003 物理学报 **52** 434]

[9] Wang Z X , Liu J Y , Zou X *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 793 (in Chinese) [王正汹、刘金远、邹 秀等 2004 物理学报 **53** 793]

[10] Shi Y X , Ge D B , Wu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5318 (in Chinese) [石雁祥、葛德彪、吴 健 2006 物理学报 **55** 5318]

[11] Rao N N , Shukla P K , Yu M Y 1990 *Planet. Space Sci.* **38** 543

[12] Shukla P K , Silin V P 1992 *Physica Scripta* **45** 508

[13] Li K P , Dou F Q , Sun J A *et al* 2005 *Chinese Phys.* **14** 33

[14] Shukla P K , Rahman H U 1998 *Planet. Space Sci.* **46** 541

[15] Shukla P K , Yu M Y , Bharuthram R 1991 *J. Geophys. Res.* **96** 343

[16] Tagare S G 1997 *Phys. Plasmas* **4** 3167

[17] Hong X R , Duan W S , Sun J A *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2671 (in Chinese) [洪学仁、段文山、孙建安等 2003 物理学报 **52** 2671]

[18] Lin M M , Duan W S 2004 *Chaos Solitons Fract.* **21** 325

[19] Lin M M , Duan W S 2005 *Chaos Solitons Fract.* **23** 929

[20] Duan W S 2002 *Chaos Solitons Fract.* **14** 503

[21] Nejoh Y N 1997 *Phys. Plasmas* **4** 2813

[22] Ma J X , Liu J Y 1997 *Phys. Plasmas* **4** 253

[23] Xie B S , He K F , Huang Z Q 1998 *Phys. Lett. A* **247** 403

[24] Xie B S , He K F 1999 *Phys. Plasmas* **6** 3808

[25] Wang Z X , Wang X G , Ren L W *et al* 2005 *Phys. Lett. A* **339** 96

[26] Schamel H 1986 *Phys. Rep.* **140** 161

[27] Mamun A A 1998 *Physica Scripta* **58** 505

[28] Mamun A A , Russel S M , Mendoza-briceno C A *et al* 2000 *Planet. Space Sci.* **48** 163

[29] Zhang L P , Xue J K 2005 *Chin. Phys.* **14** 2052

[30] Mamun A A , Cairns R A , Shukla P K 1996 *Phys. Plasma* **3** 2610

[31] Tarsem S G , Harvinder K 2000 *Pramana - J. Phys.* **55** 855

[32] Mendoza-briceno C A , Russel S M , Mamun A A 2000 *Planet. Space Sci.* **48** 599

[33] Duan W S , Wang H Y , John P 2006 *Commun. Theor. Phys.* **45** 1112

[34] Fu Z T , Liu S D , Liu S K 2004 *Phys. Lett. A* **326** 364

Theoretical investigation of properties of soliton in hot dusty plasma with non-thermal ions^{*}

Wang Hong-Yan^{1 2 ‡} Duan Wen-Shan^{1 †}

¹ *College of Physics and Electronic Engineering , Northwest Normal University , Lanzhou 730070 , China)*

² *Department of Physics , Sichuan University of Science and Engineering , Zigong 643000 , China)*

(Received 18 September 2006 ; revised manuscript received 17 October 2006)

Abstract

In this paper , the properties of soliton structures in a hot , unmagnetized dusty plasma which consists of a negatively charged hot dust fluid with variable dust charge , non-thermal distribution of ions and Boltzmann distribution of electrons have been studied. A modified KdV (mKdV) equation which describes the dust acoustic waves in this system is derived by the reductive perturbation method. The effects of dusty plasma parameters on the dust-acoustic solitary waves is studied theoretically. It is found that the soliton structures is determined by the dusty plasma parameters. Furthermore , the soliton only exists in certain regions where these parameters are specially chosen.

Keywords : non-thermal ions , variable dust charge , dust acoustic solitary wave

PACC : 5235S , 0420J

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10575082) , the Natural Science Foundation of Gansu Province , China (Grant No. 3ZS061-A25-013) and the Natural Science Foundation of Northwest Normal University (Grant No. NWNNU-KJCXGC-03-17).

[†] E-mail :duanws@nwnu.edu.cn

[‡] E-mail :wanghyswallow@126.com