

# 介观物理系统中的噪声<sup>\*</sup>

安兴涛 李玉现 刘建军<sup>†</sup>

(河北师范大学物理科学与信息工程学院, 石家庄 050016)

(2006 年 12 月 11 日收到, 2006 年 12 月 17 日收到修改稿)

描述了介观物理系统中噪声的研究现状. 对热噪声和散粒噪声的物理起源做了详细介绍. 热噪声是系统的能态占据数发生涨落引起的, 而散粒噪声源于载流子传输的微粒特性. 还介绍了研究噪声的主要理论——散射理论, 并给出了其在马鞍形半导体量子线和铁磁/绝缘体/半导体双异质结两种介观系统中的应用, 指出了噪声研究的实际物理意义.

关键词: 介观物理, 热噪声, 散粒噪声, 散射理论

PACC: 7270, 7210, 7335, 7340S

## 1. 引 言

物理学所研究的系统通常有微观和宏观之分. 微观系统的尺度为原子数量级, 包含个数不多的粒子; 宏观系统的尺度远大于原子尺度, 包含大量的微观粒子. 我们可以用经典力学规律来描述宏观系统, 而在微观系统中这些规律不再适用, 需要用量子力学规律来描述, 波函数的相位起着重要作用, 这是宏观系统和微观系统的最重要的区别. 近 20 年来, 人们发现了尺度介于两者之间的介观系统. 介观系统的尺度是微观尺度的 100—1000 倍, 包含约  $10^8$ — $10^{11}$  个微观粒子, 基本上属于宏观范围, 其物理量仍然是大量微观粒子统计平均的结果, 但粒子波函数相位的相干叠加并没有统计平均掉, 量子力学规律起着支配作用. 在介观系统中, 其量子微观特征在宏观测量时仍能观察到, 出现了许多既不同于宏观系统也不同于微观系统的奇异现象<sup>[1, 2]</sup>. 自 20 世纪 80 年代以来对介观系统的研究已成为凝聚态物理中一个令人瞩目的领域. 这是因为: 一方面, 从基础理论研究的角度看, 对介观系统的研究既可以作为理解宏观性质的一个中介途径, 又有助于理论澄清和实验检验量子力学和统计力学的一些基本原理; 另一方面, 微电子技术的发展使器件的尺寸进入了介观范围, 这使基于经典输运理论的常规器

件在原理上也走向了它的物理极限, 电子器件小型化发展推动了介观系统的应用研究.

随着人们对介观系统研究的深入, 介观器件中的噪声越来越受到人们的重视. 由于物理和工程技术对超灵敏测量技术精度要求的提高, 噪声性能成为介观器件性能的一个重要的表征. 介观器件的出现会在超灵敏静电探测方面起到巨大的作用, 但是这种探测器的灵敏度要受到噪声的限制, 器件中的噪声直接决定了探测器的最高分辨率. 噪声影响器件性能、干扰器件工作、让有用的信号失真, 但是噪声实质上反映着介观系统内部的输运机理, 所以, 人们在设计各种方案抑制噪声的同时, 还开始利用噪声来进行测量<sup>[3, 4]</sup>. 利用散粒噪声, 人们成功地观测到了超导中的电子 Copper 对和强磁场下二维电子气系统中的分数电荷. 最近, 由于自旋电子学的发展, 人们开始利用噪声对自旋弛豫时间、自旋轨道耦合强度、电导 0.7 结构等问题进行研究.

## 2. 噪声的研究进展

一般来说, 导体中的噪声有多种不同的起源. 早期的噪声实验主要是针对在低频情况下的  $1/f$  噪声进行研究<sup>[5, 6]</sup>.  $1/f$  噪声又被称为“闪烁”噪声, 是电子器件中普遍存在的一种低频噪声. 一般认为它是由于器件中的杂质和背景电荷的运动使器件的电

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 10674040)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20060094002)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: liujj@mail.hebtu.edu.cn

阻产生涨落而导致的结果<sup>[7]</sup>,但其具体的形成机理还不是很明确. 迄今为止,人们还没有建立起关于  $1/f$  噪声的理论. 最近的噪声研究主要集中在热噪声和散粒噪声上. 在 Kogan 的报道中还介绍了其他的噪声源<sup>[8]</sup>. 下面主要介绍对热噪声和散粒噪声的研究.

在非绝对零度下,载流子的热涨落是不可避免的噪声源. 由于载流子的热激发,系统的能态占据数会发生涨落,从而引起热噪声. 即使在没有加电压偏置的情况下,热噪声也存在,所以被称为平衡噪声,是最典型的白噪声. 一般,用占据数  $n$  (0 或 1) 来描述态的占据情况,而占据数的热力学平均  $\bar{n}$  又由费米分布函数  $f$  决定,因此有  $\bar{n} = f$ . 在平衡态中,态被占据的平均概率为  $f$ ,态未被占据的概率为  $1 - f$ . 占据数的涨落可以表示为  $(n - \bar{n})^2 = n^2 - 2n\bar{n} + \bar{n}^2$ . 考虑到费米系统有  $n^2 = n$ ,可以得到占据数相对其热平均的涨落

$$(n - \bar{n})^2 = f(1 - f). \quad (1)$$

在零温极限下,这种涨落消失. 在高温情况下,费米分布函数非常小 (1) 式中的因子  $1 - f$  约等于 1,这种涨落就由 Maxwell-Boltzmann 分布决定. 占据数的起伏在外电路中引起了粒子流的涨落,从而产生热噪声. 热噪声可通过振荡-耗散理论与器件的电导相联系. 热噪声的能谱由 Johnson-Nyquist 公式给出<sup>[9]</sup>:

$$S = 4Gk_B\Theta, \quad (2)$$

其中  $k_B$  为 Boltzmann 常数,  $\Theta$  为绝对温度,  $G$  为器件的电导. 可以看出,热噪声提供的信息,电导都能提供. 与电导相比,热噪声并没给出更新的信息.

散粒噪声源于载流子传输的微粒特性,是电荷量子化的结果. 与热噪声不同,散粒噪声必须在非平衡系统(例如加偏置电压)中才能观察到,因此被称为非平衡噪声. 1918 年, Schottky 在真空管中发现了散粒噪声,并发展了其理论<sup>[10]</sup>. 在热阴极中,发射的电子以很小的概率穿透势垒,因此入射电子满足 Poisson 分布. 对于透射电子数目的涨落, Schottky 给出了著名的 Poisson 表述:  $\delta n^2 = n$ . 这样可以得到噪声的谱功率

$$S = 2eI. \quad (3)$$

此式为 Schottky 公式,  $2eI$  被称为散粒噪声的 Poisson 值.

为了解释散粒噪声的起源,我们考虑一个假想的实验: 观察  $n_i$  个粒子入射到一个势垒上. 粒子要

么穿透势垒,要么被反射回去. 假设粒子穿透势垒的传输概率为  $T$ ,则粒子被反射回去的概率为  $1 - T$ . 透射过势垒的粒子平均数为  $n_t = n_i T$ ,透射过势垒的粒子分布为

$$n_t^2 = n_i T(1 - T) + n_i^2 T^2. \quad (4)$$

利用  $\delta n_t \equiv n_t - \bar{n}_t$ ,可以得到方差的全体平均为

$$\delta n_t^2 = n_t^2 - \bar{n}_t^2 = n_i T(1 - T). \quad (5)$$

只要入射的粒子数没有涨落,对所有粒子,无论是玻色子还是费米子 (5) 式都适用. 由于 (5) 式中的因子  $1 - T$ ,当入射粒子数没有涨落时,透射粒子数的涨落比 Poisson 表述要低,并且  $T = 1$  时,这种涨落完全消失.

在入射粒子数没有涨落的情况下 (5) 式给出的透射粒子数涨落可以用零频谱功率  $S_i = \frac{2(e\delta n_t)^2}{\Delta\tau}$  来表示. 其中  $e\delta n_t$  为在时间间隔  $\Delta\tau$  内,电荷相对于穿透的平均电荷  $e n_t$  的涨落. 因此有

$$S_i = \frac{2e^2 \delta n_t^2}{\Delta\tau} = \frac{2e n_i (1 - T)}{\Delta\tau} = 2eI(1 - T). \quad (6)$$

在介观导体中,散粒噪声的大小跟导体的长度有关<sup>[11]</sup> (如图 1 所示). 当导体的长度  $L$  小于电子的平均自由程  $l$  时,电子满足弹道输运,这时没有散粒噪声;当  $L$  远大于  $l$ ,而远小于电子相位相干长度  $l_\phi$  时<sup>[12]</sup>,散粒噪声为 Poisson 值的  $1/3$ ,这个问题曾经受到置疑<sup>[13]</sup>,直到 Nagaev<sup>[14]</sup>利用 Boltzmann 方程得到同样的结果,并证明在噪声抑制中电子相干并不起作用,问题才得以澄清;当  $L$  继续变大,远远大于电子-电子相互作用长度  $l_{ee}$ ,而远小于电子-声子相互作用长度  $l_{e-ph}$  时,散粒噪声为 Poisson 值的  $\sqrt{3}/4$ <sup>[15-17]</sup>;当  $L \gg l_{e-ph}$  时,由于声子对电子的作用,散粒噪声很快被抑制. 为了观测导体中的噪声,Steinbach 等人<sup>[15]</sup>通过测量长度从  $1 \mu\text{m}$  到  $7000 \mu\text{m}$  的银薄膜电阻,做了关于噪声的开创性实验研究.

以上的讨论没有考虑多通道的电子输运,并且忽略了电子在器件另一端反向传输的影响. 在所加偏压比较低时,应当考虑电子从器件两端不同方向的注入. 在以前的报道中<sup>[12, 18-20]</sup>分别用了不同但等效的方法得到了多通道导体中,零频噪声谱功率

$$S = 4Gk_B\Theta + 2eI \frac{\sum_n T_n(1 - T_n)}{\sum_n T_n} \times \left( \coth\left(\frac{eV}{2k_B\Theta}\right) - \frac{2k_B\Theta}{eV} \right), \quad (7)$$

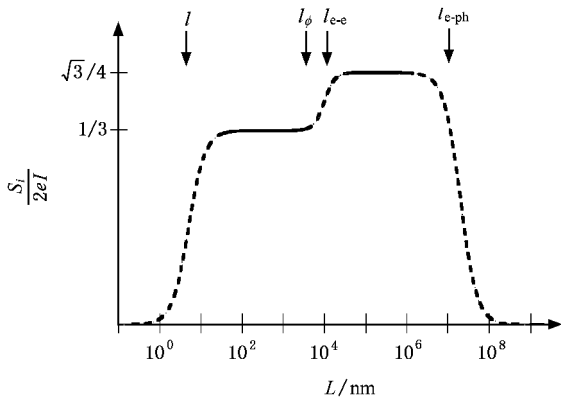


图1 在  $eV \gg k_B \Theta$  情况下, 噪声抑制  $\frac{S_1}{2eI}$  随器件长度  $L$  变化的理论预言示意图. 实线是报道过的理论预言, 虚线是交叉机理下的草图. 在导体两端电压为  $100 \mu\text{V}$  时, 可以估算  $l = 50 \text{ nm}$ ,  $l_\phi = 1 \mu\text{m}$ ,  $l_{e-ph} = 10 \text{ nm}$

其中  $T_n$  为电子在各个通道中的传输概率, 求和遍及到所有传输通道.  $V$  为导体两端所加的电压. 从 (7) 式可以看出: 在高温情况下 ( $\Theta \gg eV/2k_B$ ) (7) 式退化为热噪声公式  $S = 4Gk_B\Theta$ ; 在低温情况下 ( $eV/2k_B \gg \Theta$ ), 噪声随电压的升高而线性增大.

由于微电子学的发展, 电子器件的大小达到了介观尺度, 对介观系统的噪声研究越来越受到人们的重视. Kulik 和 Omel'yanchuk<sup>[21]</sup> 注意到在弹道导体中, 如果没有杂质存在, 散粒噪声将会消失. 较早对介观导体中的电流涨落进行研究的是 Khlu<sup>[22]</sup>, 他利用格林函数方法对最简单的介观系统——弹性散射量子点接触进行了噪声分析, 得到了与 (7) 式相同的噪声结果, 并发现因子  $1 - T$  对散粒噪声明显的抑制. 随后, Lesovik<sup>[18]</sup> 利用散射理论进行了噪声理论研究. Yurke 和 Kockenski<sup>[23]</sup> 利用散射理论研究了单个通道下隧穿微观尖端的动量噪声. Büttiker 等人<sup>[24-26]</sup> 利用散射矩阵理论给出了多端介观导体在多通道情况下噪声的一般表示. Landauer 和 Martin<sup>[20]</sup> 则利用波包叠加理论对介观导体中的噪声进行系统的研究.

噪声并不只是给人们带来麻烦, 还可以作为信号给人们提供信息<sup>[27]</sup>. 早在 20 多年前, 人们就开始利用半导体器件的  $1/f$  噪声来探测器件中的缺陷数量. 器件的本征噪声, 尤其是散粒噪声, 其大小直接反映了量子结构的传输特性和器件中载流子的很多详细信息, 例如载流子间的相互作用情况. 器件中载流子的相互作用会影响散粒噪声的大小. 近年

来, 散粒噪声测量被用来作为一种研究载流子之间相互作用的重要工具. 由于电子间的库仑排斥和它们的费米特性 (Pauli 不相容原理), 电子间的运动相互受到牵制, 动能得到调整, 这使得电子的有效电荷并不等于基本电荷  $e$ , 而是  $e$  的分数倍. 这些载流子之间的相互作用将会使散粒噪声减小, 使之小于 Poisson 值  $2eI$ , 一般来说, 相互作用力越强, 散粒噪声被抑制的程度越大. 一个二维电子气系统置于一个垂直于它的强磁场中, 就会发生分数量子霍尔效应. 这时由于强磁场的作用, 电子间发生强的相互作用力, 就产生了承载电量为基本电荷分数倍的准粒子. 通过普通的  $I-V$  曲线是无法观测到分数电荷的存在的. 如果利用两个量子点接触限制, 从而形成势垒, 可以反射部分电流, 然后通过测试散粒噪声就可以直接观察到分数电荷. 采用这种方法可以直接观察到电量分别为  $e/3$  和  $e/5$  的分数电荷<sup>[28-30]</sup>. 超导 BCS 理论认为超导中的电子是以 Copper 对存在的, 但是人们一直没有办法证明电子 Copper 对的存在, 而利用散粒噪声测量即可解决这个难题. 人们先后测试到了 Nb-Cu 组成的超导-正常金属结<sup>[31]</sup> 和超导 (TiN)-半导体 (重掺杂硅) 结<sup>[32]</sup> 中的散粒噪声为 Poisson 值的两倍, 即  $4eI$ . 这表明了其输运载流子的电量是两个电子电荷, 从而验证了电子 Copper 对的存在.

由于自旋电子学的产生和迅速发展, 电子在介观体系中的非平衡自旋相关输运特性的研究已经成为近些年来理论和实验研究的热点<sup>[33-38]</sup>. 同时, 噪声测量成为研究介观系统中自旋相关输运性质的重要手段. 在磁性介观系统中的噪声研究越来越受到人们的重视<sup>[39-46]</sup>. Buika 等人<sup>[39]</sup> 在对铁磁隧道结中频率相关的散粒噪声研究时, 发现自旋噪声对电荷噪声的影响很大. 在低频时, 自旋噪声显著; 而在高频时, 电荷噪声显著. 并预言了通过噪声测量可以获得自旋弛豫时间相关信息. Mishchenko<sup>[40]</sup> 和 Nagaev<sup>[41]</sup> 等人分析了自旋电子器件中由于自旋轨道耦合和磁性杂质引起的自旋翻转散射对散粒噪声的影响. 利用经典理论, Zareyan 等人<sup>[42-44, 47]</sup> 研究了在各种铁磁异质结中自旋极化流的散粒噪声, 分析了自旋极化对散粒噪声的影响, 并提出利用噪声区分铁磁体中本征和非本征的反常霍尔效应的设想. Lamacraft<sup>[48]</sup> 在分析半导体量子点中自旋轨道耦合、磁性杂质和外磁场对散粒噪声影响时, 提出在开放介观系统中的自旋弛豫时间可以通过噪声测量得

到. 最近, 关于自旋流散粒噪声的报道<sup>[49-51]</sup>指出通过测量散粒噪声可以探测自旋准粒子. Egues 等人<sup>[52-54]</sup>研究了在四端系统中, 存在 Rashba 和 Dresselhaus 自旋轨道耦合时, 自旋极化和自旋纠缠态对散粒噪声的影响, 并提出利用噪声测量自旋轨道耦合强度, 分辨自旋纠缠态. 另外, 利用散粒噪声研究 0.7 电导结构有了突破性进展. Dicarolo<sup>[55]</sup>和 Golub<sup>[56]</sup>等人实验上观测到在  $0.7G_0$  ( $G_0 = 2e^2/h$ ) 附近, 散粒噪声明显的被抑制, 理论计算的结果与实验结果非常一致.

### 3. 散射理论及其应用

#### 3.1. 散射理论

散射理论的中心思想就是将系统的相关输运性质, 特别是电流涨落, 与其散射性质联系起来, 而散射性质是可以由量子力学计算得到. 下面我们就以两端散射介观系统为例, 介绍计算噪声的散射理论.

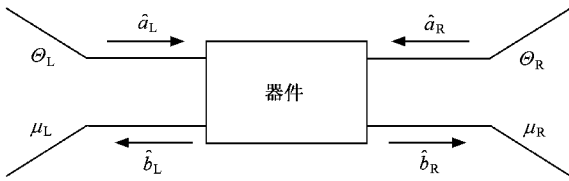


图 2 两端散射介观系统示意图

如图 2 所示, 器件的左右两个电极分别由温度  $\Theta_{L,R}$  和化学势  $\mu_{L,R}$  表征, 其两端的 Fermi 分布函数为  $f_\alpha(E) = \{\exp[(E - \mu_\alpha)/k_B\Theta_\alpha] + 1\}^{-1}$ ,  $\alpha = L, R$ , 我们假设电子在器件中横向运动和纵向运动是分离的. 电子纵向运动的波矢为  $k_l$ , 能量为  $E_l = \hbar^2 k_l^2 / 2m$ . 电子横向运动是量子化的, 其能量用  $E_n$  表示, 每个能量状态为一个传输通道, 传输通道的数目是有限的, 用  $N$  表示. 这样电子的总能量可以表示为  $E = E_n + E_l$ .

引入左端入射态的产生和湮没算符  $\hat{a}_{L_n}^\dagger(E)$  和  $\hat{a}_{L_n}(E)$ , 它们分别在左边进入的第  $n$  个传输通道产生和湮没一个能量为  $E$  的电子, 并且它们之间遵守反对易关系

$$\begin{aligned} \hat{a}_{L_n}^\dagger(E) \hat{a}_{L_n}(E') + \hat{a}_{L_n}(E') \hat{a}_{L_n}^\dagger(E) &= \delta_{mn} \delta(E - E'), \\ \hat{a}_{L_n}(E) \hat{a}_{L_n}(E') + \hat{a}_{L_n}(E') \hat{a}_{L_n}(E) &= 0, \\ \hat{a}_{L_n}^\dagger(E) \hat{a}_{L_n}^\dagger(E') + \hat{a}_{L_n}^\dagger(E') \hat{a}_{L_n}^\dagger(E) &= 0. \end{aligned}$$

同时, 引入右端入射态的产生和湮没算符  $\hat{a}_{R_n}^\dagger(E)$  和  $\hat{a}_{R_n}(E)$ , 左端出射态的产生和湮没算符  $\hat{b}_{L_n}^\dagger(E)$  和  $\hat{b}_{L_n}(E)$ , 右端出射态的产生和湮没算符  $\hat{b}_{R_n}^\dagger(E)$  和  $\hat{b}_{R_n}(E)$ . 它们同样也满足上述反对易关系.

算符  $\hat{a}$  和  $\hat{b}$  可以通过散射矩阵  $s$  相互联系,

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_{L1} \\ \dots \\ \hat{b}_{LN} \\ \hat{b}_{R1} \\ \dots \\ \hat{b}_{RN} \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} \hat{a}_{L1} \\ \dots \\ \hat{a}_{LN} \\ \hat{a}_{R1} \\ \dots \\ \hat{a}_{RN} \end{pmatrix},$$

产生算符  $\hat{a}^\dagger$  和  $\hat{b}^\dagger$  则可以通过  $s$  的厄米共轭矩阵  $s^\dagger$  相互联系. 散射矩阵  $s$  是  $2N \times 2N$  维的, 可以表示为

$$s = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix},$$

其中对角线上的子矩阵  $r$  和  $r'$  都是  $N \times N$  维矩阵, 分别描述电子被反射到左边和右边电极, 而反对角线上的子矩阵  $t$  和  $t'$  也是  $N \times N$  维矩阵, 分别描述电子传输到左边和右边电极.

左端的电流算符可以表示为

$$\begin{aligned} \hat{I}_L(z, t) &= \frac{\hbar e}{2im} \int dr_\perp \left[ \hat{\Psi}_L^\dagger(r, t) \frac{\partial}{\partial z} \hat{\Psi}_L(r, t) \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{\partial}{\partial z} \hat{\Psi}_L^\dagger(r, t) \right) \hat{\Psi}_L(r, t) \right], \end{aligned}$$

其中, 场算符  $\hat{\Psi}$  和  $\hat{\Psi}^\dagger$  定义如下:

$$\begin{aligned} \hat{\Psi}_L(r, t) &= \int dE e^{-iEt/\hbar} \sum_{n=1}^N \frac{\chi_{L_n}(r_\perp)}{(2\pi\hbar v_{L_n}(E))^{1/2}} \\ &\quad \times [\hat{a}_{L_n} e^{ik_{L_n}z} + \hat{b}_{L_n} e^{-ik_{L_n}z}], \\ \hat{\Psi}_L^\dagger(r, t) &= \int dE e^{iEt/\hbar} \sum_{n=1}^N \frac{\chi_{L_n}^*(r_\perp)}{(2\pi\hbar v_{L_n}(E))^{1/2}} \\ &\quad \times [\hat{a}_{L_n}^\dagger e^{-ik_{L_n}z} + \hat{b}_{L_n}^\dagger e^{ik_{L_n}z}], \end{aligned}$$

其中,  $r_\perp$  是横向坐标,  $z$  是纵向坐标,  $\chi_{L_n}$  是横向波函数. 第  $n$  个通道中, 电子波矢为  $k_{L_n} = \hbar^{-1} [2m(E - E_{L_n})]^{1/2}$ , 电子的运动速度为  $v_n(E) = \hbar k_{L_n} / m$ . 经过一些数学推导和物理上的近似可以得到简单的电流算符表达式

$$\begin{aligned} \hat{I}_L(t) &= \frac{e}{2\pi\hbar} \sum_{\alpha\beta} \sum_{mn} \int dE dE' e^{(E-E')t/\hbar} \\ &\quad \times \hat{a}_{\alpha m}^\dagger(E) A_{\alpha\beta}^{mn}(L; E, E') \hat{a}_{\beta n}(E'), \quad (8) \end{aligned}$$

其中,

$$A_{\alpha\beta}^{mn}(L; E, E') = \delta_{mn} \delta_{\alpha L} \delta_{\beta L} - \sum_k s_{L\alpha mk}^\dagger(E) s_{L\beta kn}(E'),$$

$\alpha$  和  $\beta$  为系统的两端,即 L 和 R.

在热平衡状态下,电子的产生算符和湮没算符之积的量子统计平均可以写为

$$\hat{a}_{\alpha m}^\dagger(E)\hat{a}_{\beta n}(E') = \delta_{\alpha\beta}\delta_{mn}\delta(E-E')f_\alpha(E). \quad (9)$$

利用(8)式和(9)式,并考虑到散射矩阵的么正性,可得到电流的平均值

$$I_L = \frac{e}{2\pi\hbar} \int dE \text{Tr} [t^\dagger(E)t(E) [f_L(E) - f_R(E)]], \quad (10)$$

其中矩阵  $t^\dagger(E)t(E)$  可以对角化,它的本征值  $T_n(E)$  表示通道  $n$  的传输概率. 引入算符  $\Delta\hat{I}_\alpha(t) \equiv \hat{I}_\alpha(t) - I_\alpha$ , 左端电流噪声谱功率可以写成

$$S_{LL}(\omega) = 2 \int dt e^{i\omega t} (\Delta\hat{I}(t))^2. \quad (11)$$

通过(8)(10)(11)式,可以得到左端噪声谱功率

$$S_{LL}(\omega) = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_{\alpha\beta} \sum_{mn} \int dE A_{\alpha\beta}^{mn}(L; E, E + \hbar\omega) \times A_{\alpha\beta}^{mn}(L; E + \hbar\omega, E) \times \{f_\alpha(E) [1 - f_\beta(E + \hbar\omega)] + [1 - f_\alpha(E)] f_\beta(E + \hbar\omega)\}. \quad (12)$$

经过化简,可以得到零频( $\omega = 0$ )情况下,两端介观系统的噪声谱功率的一般表达式

$$S = S_{LL} = \frac{e^2}{\pi\hbar} \sum_n \int dE \{T_n(E) [f_L(1 - f_L) + f_R(1 - f_R)] + T_n(E) [1 - T_n(E)] [f_L - f_R]^2\}, \quad (13)$$

其中,前一项是热噪声的贡献,后一项是散粒噪声的贡献. 注意到散粒噪声项是分布函数的二次项,在能量较高时, Fermi 分布函数近似为 Maxwell-Boltzmann 分布,散粒噪声被热噪声所淹没. 在零温( $\Theta = 0$ )极限下,根据  $f_L - f_R = eV$  (13)式变为散粒噪声谱功率

$$S = \frac{e^3 |V|}{\pi\hbar} \sum_n T_n(1 - T_n),$$

如果定义 Fano 因子  $F$  为零频散粒噪声与 Poisson 噪声的比值,可以得到

$$F = \frac{\sum_n T_n(1 - T_n)}{\sum_n T_n}.$$

Fano 因子的值介于 0 和 1 之间,尤其是在单通道情况下, Fano 因子变为  $F = 1 - T$ .

### 3.2. 散射理论在介观系统中的应用

为了更好地理解介观系统中的噪声性质以及散

射理论在其中的应用,我们利用散射理论对两种介观系统中的噪声性质进行了分析.

一种是马鞍形半导体量子线<sup>[57]</sup>. 在外加磁场情况下,考虑 Rashba 自旋轨道耦合,系统的哈密顿可以写成

$$H = \frac{p^2}{2m^*} + U(x, y, z) + H_{SO} + \frac{g^* \mu_B}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}. \quad (14)$$

$x$  和  $y$  表示横向,  $z$  轴沿轴对称方向,  $m^*$  是电子的有效质量,  $g^*$  是有效的朗德因子,  $\mu_B$  是玻尔磁子,  $\mathbf{B}$  是外加磁场. 约束势可以写成

$$U(x, y, z) = V_0 - \frac{1}{2} m^* \omega_z^2 z^2 + \frac{1}{2} m^* (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2), \quad (15)$$

其中,  $V_0$  是鞍点处的势.  $H_{SO}$  是自旋轨道耦合项,可以表示为

$$H_{SO} = i\alpha \left( \sigma_x \frac{\partial}{\partial y} - \sigma_y \frac{\partial}{\partial x} \right), \quad (16)$$

其中,  $\alpha$  是 Rashba 自旋轨道耦合常数. 当温度和电压足够小时,利用(13)式可以得到热噪声谱功率为

$$S = \sum_\sigma S^\sigma = \sum_\sigma 2k_B T \frac{e^2}{h} \sum_{n_1, n_2} T_{n_1, n_2}^\sigma, \quad (17)$$

零温时,可以得到散粒噪声谱功率为

$$S = \sum_\sigma S^\sigma = \sum_\sigma 2eV \frac{e^2}{h} \sum_{n_1, n_2} T_{n_1, n_2}^\sigma (1 - T_{n_1, n_2}^\sigma), \quad (18)$$

其中,  $n_1$  和  $n_2$  是非负整数,代表横向子能带,  $\sigma = \uparrow, \downarrow$  代表自旋向上和自旋向下.

图 3 是 Rashba 自旋轨道耦合对噪声的影响曲线. 我们选用 InAs 材料,其他参数选取如下: 磁场为零, 温度  $k_B T/E_f = 0.005$ , 偏压  $eV/E_f = 0.05$ ,  $\omega_x = \omega_y$ ,

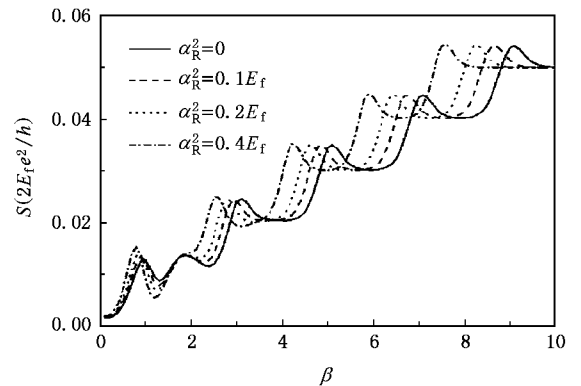


图 3 噪声随  $\beta(\beta = \alpha(E_f - V_0)/\hbar\omega_z)$  的变化关系

$= 3\omega_z$ ,  $E_f$  为系统的费米能级. 我们用  $\alpha_R^2 = m\alpha^2 / 4\hbar^2$  表示 Rashba 自旋轨道耦合强度, 图中从上到下, 分别为  $\alpha_R^2/E_f = 0, 0.1, 0.2, 0.4$ . 从图 3 中可以看出, 随着费米能的增加, 噪声基本上呈台阶式上升, 这些台阶是热噪声, 来源于电子的热运动. 在每一个台阶上升的地方有一个峰值, 是散粒噪声, 来源于电子电荷的不连续性. 考虑自旋轨道耦合后, 上、下自旋电子的能级降低, 电子通道的阈值减小, 所以噪声曲线向左平移.

另一种是铁磁/绝缘体/半导体双异质结<sup>[58]</sup>. 其中的绝缘层用强度为  $Z\hbar\bar{v}_{F,f}$  的  $\delta$  型势垒来描述,  $Z$  是代表势垒强度的无量纲参数,  $\bar{v}_{F,f}$  是铁磁体中两个自旋子带费米速度的平均值. 在半导体中考虑 Rashba 和 Dresselhaus 自旋轨道耦合, 整个系统的哈

密顿可以写成

$$H = \frac{\hbar^2}{2} k_x \frac{1}{m(x)} k_x + \frac{1}{2} \Delta \sigma_z + \left( \delta E_c - \frac{1}{2} \Delta \sigma_z \right) \mathcal{A}(x) \mathcal{A}(l-x) + \sqrt{\alpha^2 + \gamma^2} \sigma_z k_x + Z\hbar\bar{v}_{F,f} [\delta(x) + \delta(x-l)], \quad (19)$$

其中  $\mathcal{A}(x)$  是阶跃函数, 铁磁体中  $m(x) = m_e$ , 半导体中  $m(x) = m^*$  ( $m_e$  和  $m^*$  分别表示自由电子质量和电子的有效质量),  $\Delta$  是铁磁体中电子的交换劈裂能,  $\delta E_c$  描述铁磁体和半导体之间的能带失配,  $\alpha$  和  $\gamma$  是 Rashba 和 Dresselhaus 自旋轨道耦合常数. 我们分别用  $k_R = m^* \alpha / \hbar^2$  和  $k_D = m^* \gamma / \hbar^2$  表示 Rashba 和 Dresselhaus 自旋轨道耦合波矢.

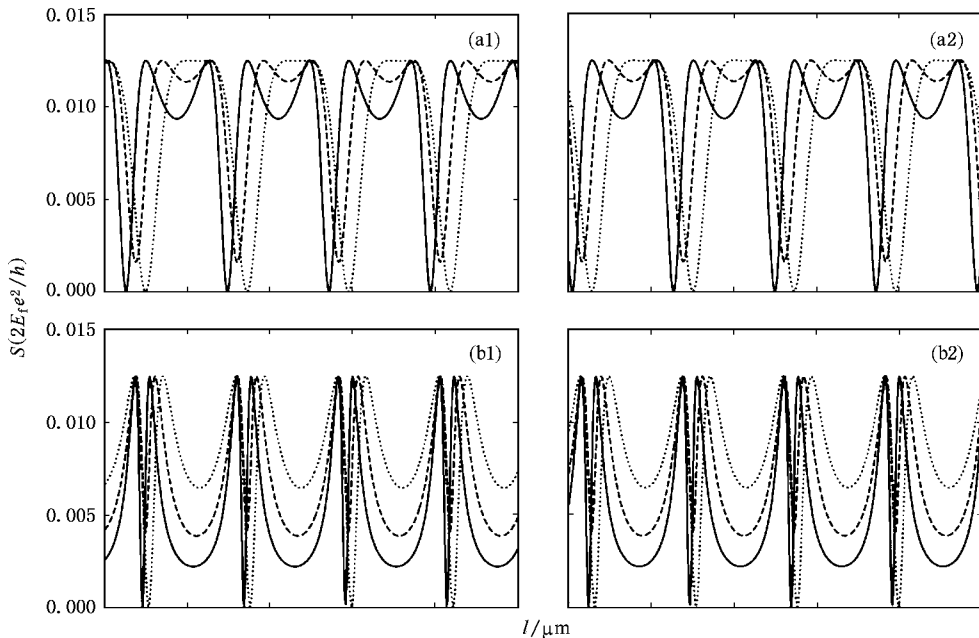


图 4 散粒噪声随半导体长度变化的曲线

在零温极限情况下, 考虑单个通道, 根据 (13) 式可以得到系统的自旋相关的散粒噪声谱功率为

$$S^\sigma = \frac{2e^3 V}{h} T_\sigma (1 - T_\sigma). \quad (20)$$

我们选用 Fe 和 InAs 作为铁磁和半导体材料, Dresselhaus 自旋轨道耦合强度为  $k_D = 1k_0$  ( $k_0 = 1 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ ). 如图 4, 我们研究了自旋相关散粒噪声随半导体长度变化的情况. 图中各个参数选取如下: (a1)(b1) 中  $k_R = 1k_0$ , (a2)(b2) 中  $k_R = 2k_0$ , (a1), (a2) 中  $Z = 0.5$ , (b1)(b2) 中  $Z = 1.0$ . 实线和点线表示两铁磁极磁矩平行时自旋向上和自旋向下的散

粒噪声, 长划线表示两铁磁极磁矩反平行时电子的散粒噪声. 由于反平行情况下, 上、下自旋电子的隧穿概率是相同的<sup>[59]</sup>, 所以它们的散粒噪声曲线是重合的. 从图 4 中可以看出: 自旋相关的散粒噪声谱随半导体长度增长而发生剧烈的振荡; 当 Rashba 自旋轨道耦合增强时, 散粒噪声谱的相位向左移动; 当隧穿垒变大时, 散粒噪声谱峰值变得尖锐, 振荡的振幅变大. 实际上, 在两铁磁极磁矩平行情况下, 不存在隧穿垒时 ( $Z = 0$ ), 上、下自旋电子的散粒噪声的相位是相同的; 当存在隧穿垒时 ( $Z \neq 0$ ), 它们的相位明显地相互分离. 而且, 电子的隧穿概率  $T_\sigma = 1$

时,上、下自旋电子的散粒噪声被完全抑制; $T_{\sigma} = 1/2$  时,上、下自旋电子的散粒噪声达到最大值.

#### 4. 噪声研究的展望

噪声能够提供电导所不能提供的信息,因此对介观系统中的噪声,尤其是散粒噪声的研究越来越引起人们的重视. 以前,无论是理论还是实验上,人们对介观系统的噪声有了大量的研究. 但是,由于实验上测量噪声,尤其是将我们想要测的噪声与其他噪声分离出来比较困难,所以有很多关于噪声的理论预言还没有得到实验上的验证,有些理论和实验的结果还有一定的差距. 这就要求实验设备和实验技术的提高.

在理论方面,人们利用散射理论、格林函数理论、经典理论等各种方法研究了介观系统中的噪声,但是还有很多问题没有解决,比如:人们还不清楚在什么条件下,多端杂化结构中的交叉相关是正的<sup>[60]</sup>. 频率相关的散粒噪声和强相互关联系统中的噪声还需要我们做大量的理论工作,这些将成为介观系统中噪声研究的主流,因为通过噪声测量可以得到准粒子的有效电荷和准粒子分布的信息. 其中,分数霍尔效应边缘态的多端噪声测量将会引起人们的极大兴趣. 另外,因为自旋电子学和量子光学有很多相似之处,所以利用噪声研究自旋纠缠态也成为当今研究的热点. 我们相信,随着研究的不断深入,噪声在探测介观系统性质方面会起到越来越大的作用.

- [ 1 ] Yan S S 2001 *Chin. J. Low Temp. Phys.* **23** 94 ( in Chinese ) [ 阎守胜 2001 低温物理学报 **23** 94 ]
- [ 2 ] Li H Z 2002 *Prog. Phys.* **22** 450 ( in Chinese ) [ 李华钟 2002 物理学进展 **22** 450 ]
- [ 3 ] Zhang Z Y , Wang T H 2003 *Micronanoelectronic Technology* **40** 6 ( in Chinese ) [ 张志勇、王太宏 2003 微纳电子技术 **40** 6 ]
- [ 4 ] Zhang Z Y , Wang T H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 942 [ 张志勇、王太宏 2004 物理学报 **53** 942 ]
- [ 5 ] Dutta P , Horn P M 1981 *Rev. Mod. Phys.* **53** 497
- [ 6 ] Weissman M B 1988 *Rev. Mod. Phys.* **60** 537
- [ 7 ] Feng S , Lee P A , Stone A D 1986 *Phys. Rev. Lett.* **56** 1960
- [ 8 ] Kogan S 1996 *Electronic Noise and Fluctuations in Solids* ( Cambridge : Cambridge University Press )
- [ 9 ] Nyquist H 1928 *Phys. Rev.* **32** 110
- [ 10 ] Schottky W 1918 *Ann. Phys. ( Lp )* **57** 541
- [ 11 ] Reznikov M , Picciotto R and Heiblum M , Glatli D C , Kumar A , Saminadayar L 1998 *Superlattices Microstruct.* **23** 901
- [ 12 ] Büttiker M 1992 *Phys. Rev. B* **46** 12485
- [ 13 ] Shimizu A , Ueda M 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 1403
- [ 14 ] Nagaev K E 1992 *Phys. Lett. A* **169** 103
- [ 15 ] Steinbach A , Martinis J M , Devoret M H 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 3806
- [ 16 ] Nagaev K E 1995 *Phys. Rev. B* **52** 4740
- [ 17 ] Kuzub V I , Rudin A M 1995 *Phys. Rev. B* **52** 7853
- [ 18 ] Lesovik G B 1989 *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **49** 513
- [ 19 ] Imry Y 1997 *Introduction to Mesoscopic Physics* ( New York : Oxford University Press )
- [ 20 ] Martin T , Landauer R 1992 *Phys. Rev. B* **45** 1742
- [ 21 ] Kulik I O , Omel'yanchuk A N 1984 *Sov. J. Low Temp. Phys.* **10** 158
- [ 22 ] Khlus V A 1987 *Sov. Phys. JETP* **66** 1243
- [ 23 ] Yurke B , Kochanski G P 1990 *Phys. Rev. B* **41** 8184
- [ 24 ] Büttiker M 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 2901
- [ 25 ] Büttiker M 1991 *Physica B* **175** 199
- [ 26 ] Blanter Y M , Büttiker M 2000 *Physics Reports* **336** 1
- [ 27 ] Landauer R 1998 *Nature* **392** 658
- [ 28 ] Griffiths T G , Comforti E , Heiblum M , Stern A , Umansky V 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3918
- [ 29 ] Saminadayar L , Glatli D C 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 2526
- [ 30 ] Picciotto D , Reznikov M , Heiblum M , Umansky V , Bunin G , Mahalu D 1997 *Nature* **389** 162
- [ 31 ] Jehl X , Sanquer M 2000 *Nature* **405** 50
- [ 32 ] Jehl X , Burin P P , Baraduc C , Calemczuk R , Sanquer M 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 1660
- [ 33 ] Li S S , Chang K , Xia J B , Hirose K 2003 *Phys. Rev. B* **68** 245306
- [ 34 ] Guo Y , Gu B L , Yoshiyuki K 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1814 ( in Chinese ) [ 郭永、顾秉林、川添良幸 2000 物理学报 **49** 1814 ]
- [ 35 ] Yang M , Li S S 2005 *Phys. Rev. B* **72** 193310
- [ 36 ] Li W , Guo Y 2006 *Phys. Rev. B* **73** 205311
- [ 37 ] Li Y X , Li B Z 2005 *Chin. Phys.* **14** 1021
- [ 38 ] Gao F , Wang Y , You K M , Yao L J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2966 ( in Chinese ) [ 高峰、王艳、游开明、姚凌江 2006 物理学报 **55** 2966 ]
- [ 39 ] Bulka B R , Martinek J , Michalek G , Barnas J 1999 *Phys. Rev. B* **60** 12246
- [ 40 ] Mishchenko E G 2003 *Phys. Rev. B* **68** 100409
- [ 41 ] Nagaev K E , Glazman L I 2006 *Phys. Rev. B* **73** 054423
- [ 42 ] Zareyan M , Belzig W 2005 *Phys. Rev. B* **71** 184403
- [ 43 ] Hatami M , Zareyan M 2006 *Phys. Rev. B* **73** 172409
- [ 44 ] Abdollahipour B , Zareyan M 2006 *Phys. Rev. B* **73** 214442
- [ 45 ] Wu B H , Cao J C 2006 *Phys. Rev. B* **74** 115313

- [ 46 ] Dong Z C , Xing D Y , Dong J M 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 556 ( in Chinese ) [ 董正超、邢定钰、董锦明 2001 *物理学报* **50** 556 ]
- [ 47 ] Belzig W , Zareyan M 2004 *Phys. Rev. B* **69** 140407
- [ 48 ] Lamacraft A 2004 *Phys. Rev. B* **69** 081301
- [ 49 ] Wang B , Wang J , Guo H 2004 *Phys. Rev. B* **69** 153301
- [ 50 ] Sauret O , Feinber G D 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 106601
- [ 51 ] Foros J , Brataas A , Tserkovnyak Y , Bauer E W 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 016601
- [ 52 ] Egues J C , Burkard G , Saraga D S , Schliemann J , Loss D 2005 *Phys. Rev. B* **72** 235326
- [ 53 ] San J P , Prada E 2006 *Phys. Rev. B* **74** 045305
- [ 54 ] Egues J C , Burkard G , Loss D 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 176401
- [ 55 ] Dicarolo L , Zhang Y , McClure D T , Reilly D J , Marcus C M , Pfeiffer L N , West K W 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 036810
- [ 56 ] Golub A , Aono T , Meir Y 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 186801
- [ 57 ] Li Y X , Guo Y , Li B Z 2005 *Phys. Rev. B* **72** 075321
- [ 58 ] An X T , Liu J J *Phys. Rev. B* ( 已投稿 )
- [ 59 ] Grundler D 2001 *Phys. Rev. B* **63** 161307
- [ 60 ] Gramspacher T , Büttiker M 2000 *Phys. Rev. B* **61** 8125

## Noise in mesoscopic physics <sup>\*</sup>

An Xing-Tao Li Yu-Xian Liu Jian-Jun<sup>†</sup>

( College of Physical Science and Information Engineering , Hebei Normal University , Shijiazhuang 050016 , China )

( Received 11 December 2006 ; revised manuscript received 17 December 2006 )

### Abstract

We present a review on the noise in mesoscopic physics. The main sources of noise are briefed. The fluctuations in the occupation number give rise to thermal noise , while shot noise is a consequence of the quantization of charge. We introduce the main theory of noise——scattering theory , which has been applied to saddle-shaped semiconductor quantum wires and ferromagnetic/insulator/semiconductor double heterojunctions. The physical significance of the study of noise are pointed out.

**Keywords** : mesoscopic physics , thermal noise , shot noise , scattering theory

**PACC** : 7270 , 7210 , 7335 , 7340S

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10674040 ) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China ( Grant No. 20060094002 ).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail : liujj@mail.hebtu.edu.cn