## 各向异性超导体电阻转变的修正 Kosterlitz-Thouless 相变模型

吉高峰<sup>1</sup>) 刘胜利<sup>2)</sup>

1 ∬ 江苏工业学院信息科学系,常州 213164)
 2 ∬ 南京邮电大学数理学院,南京 210003)
 (2007 年 1月 25 日收到 2007 年 2月 11 日收到修改稿)

从二维系统的 Kosterlitz-Thouless (KT)相变理论出发,在关联长度中引入热激活能和平均钉扎高度,提出了修 正的 KT 相变模型.该模型与库伦气体标度理论和 Halperin-Nelson 关系具有一致性.应用修正的 KT 相变模型研究磁 场下 Tl<sub>2</sub> Ba<sub>2</sub> CaCu<sub>2</sub> O<sub>3</sub> (Tl-2212)薄膜电阻转变的标度行为,发现由电阻转变计算得到的平均钉扎高度与温度具有线 性依赖关系,实验结果支持修正的 KT 相变模型.

关键词:标度行为,各向异性超导体,电阻转变 PACC:7530G,7475,7430F,7460E

### 1.引 言

在高温超导体中,由于长的穿透深度、短的关联 长度以及很强的各向异性和高的转变温度导致显著 的热涨落,使得磁场下电阻转变具有展宽效应<sup>[12]</sup>. 在纯净材料(去挛晶的单晶<sup>[3,4]</sup>)中强热涨落导致涡 旋格子的一级熔化<sup>[5]</sup>,将混合态分隔成涡旋固体和 涡旋液体两个不同的相.当引入无序之后,涡旋固体 相将转变成涡旋玻璃态,此时涡旋固体-液体转变成 为二级相变<sup>[6,7]</sup>.

对于各向异性高温超导体,比如 Tl<sub>2</sub>Ba<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>x</sub> (Tl-2212)或 Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>x</sub>(Bi-2212)<sup>81</sup>,超导面通过 Josephson 效应耦合在一起,而热涨落和磁场会减弱 这种耦合,这非常类似于涡旋-反涡旋对的束缚和退 束缚描述的 Kosterlitz-Thouless(KT)相变<sup>[9,10]</sup>. 当磁场 沿着一个准二维高温超导体的 *c* 轴方向时,磁通线 由通过层内和层间相互作用而耦合在一起的涡旋饼 构成<sup>[11,12]</sup>.在一定的温度下,这种相互作用能够被减 弱到足够低,使得在各个 CuO<sub>2</sub> 面上出现二维的涡 旋.此时,库仑气体(Coulomb-Gas)标度定律能够用来 分析这些二维涡旋<sup>[13-15]</sup>.这一标度定律假定用如下 的标度方程:

 $\ln [R(T,H)/R_{n}] = \ln [R^{*}(X)/R_{n}], \quad (1)$ 

 $X(T,H) = \frac{T[T_{X}(H) - T_{d}(H)]}{T_{d}(H)[T_{X}(H) - T]}, \quad (2)$ 

来研究 La 掺杂的 Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2-x</sub> La<sub>x</sub>CuO<sub>6+y</sub>(Bi-2201)薄膜 在磁场下的电阻转变<sup>[16]</sup>,所有的电阻曲线(R(T, H))被标度到一条普适曲线上.这里  $T_{a0}$ 类比于 KT相变中的  $T_{KT}$ ,而  $T_{X}$  是平均场转变温度  $R_{a}$  是正常 态电阻 X 是库伦气体标度的标度变量. X(T, H)仅仅通过 $T_{a0}(H)$ 和  $T_{X}(H)$ 依赖于磁场 H.同时, 该普适标度曲线可以用 Halperin-Nelson 关系来描述<sup>[10]</sup>.即

lr[ $R^*(X)R_n$ ] =  $-A(X-1)^{2r}$ , (3) 这里 A 是一个常数.本文从 KT 相变理论出发,通过 在关联长度中引入热激发能量和平均钉扎势,提出 了修正的 KT 相变模型,该模型给出了库仑气体标 度方程的一致性描述,并将该模型用于研究磁场下 Tl-2212 薄膜的电阻转变.

#### 2. 理论模型

对于一个二维 KT 相变,螺旋模量在相变温度 *T*<sub>0</sub>有一个跳变<sup>[17]</sup>.在低于 *T*<sub>0</sub>附近关联长度无穷 大,而在高于 *T*<sub>0</sub>附近关联长度按如下关系发散

$$\xi \propto \left[ B \left( \frac{T}{T_{c0}} - 1 \right)^{-1/2} \right] , \qquad (4)$$

其中 B 是一个常数.考虑电子输运性质的时候,直

其中

流电导在二维情形下满足 σ ∝ ξ<sup>\*</sup> ,代入方程(4),得到 KT 相变电阻的特征行为满足

$$R \propto \exp\left[-Bz\left(\frac{T}{T_{.0}}-1\right)^{-1/2}\right]$$
, (5)

其中 z 是经典动力学临界指数.类似于修正的涡旋 玻璃相变模型<sup>[18-20]</sup>,用能量尺度来表征 KT 相变. 当热激活能和平均钉扎势相等的时候发生 KT 相 变,即

$$U_{0}(H, T_{0}) = k_{\rm B} T_{0} , \qquad (6)$$

其中 U<sub>0</sub> 是钉扎势的平均高度 ,而热激活能减弱钉 扎效应.此时 ,KT 相变的关联长度变成

$$\xi \propto \exp\left[B\left(\frac{k_{\rm B}T}{U_0}-1\right)^{-1/2}\right],$$
 (7)

因此 ,电阻关系可以写成

$$R = R_{\rm n} \exp\left[-Bz\left(\frac{k_{\rm B}T}{U_0} - 1\right)^{-1/2}\right].$$
 (8)

注意到如果令  $X = k_B T/U_0$ ,方程(8)直接给出了 Halperin-Nelson 关系(方程(3)).从电阻转变标度曲 线得到的有效激活能的经验关系满足<sup>[20-22]</sup>

$$U_0 = U_{\rm H} (1 - T/T_{\rm c}),$$
 (9)

其中  $T_{c}$  是零场下的临界温度; $U_{H} = k_{B}T_{c}$ ( $H/H_{0}$ )<sup>- $\beta$ </sup>,这里  $H_{0}$  是特征磁场, $\beta$  是一个常数,与涡旋 玻璃相变温度类似,KT 相变温度  $T_{0}$ 如果满足如下 关系:

$$H = H_0 \left[ \frac{1 - T/T_c}{T/T_c} \right]^{1/\beta} , \qquad (10)$$

那么依赖于磁场的钉扎势变成  $U_{\rm H} = k_{\rm B} T_{\rm e} T_{\rm e} (T_{\rm e} - T_{\rm e})$ )因此方程(9)变成

$$U_{0} = k_{\rm B} T_{\rm c0} \frac{T_{\rm c} - T}{T_{\rm c} - T_{\rm c0}} , \qquad (11)$$

其中磁场的依赖关系隐含在 *T*<sub>.0</sub>(*H*)中.利用方程 (8)和(11)、磁场下的电阻转变函数关系变成

$$R = R_{\rm n} \exp\left[-Bz\left(\frac{T(T_{\rm c} - T_{\rm c0})}{T_{\rm c0}(T_{\rm c} - T)} - 1\right)^{-1/2}\right].$$
 (12)

由于平均场临界温度  $T_x$  对磁场的依赖关系非常微弱,因此可以忽略  $T_e$  和  $T_x$ 的差别,即  $T_x \cong T_e$ ,方程 (12)直接给出了库仑气体标度关系.这一结果表明 我们提出的修正的 KT 相变模型与库仑气体标度定 律和 Halperin-Nelson 关系具有一致性.

#### 3. 实 验

具有很好的 c 轴取向的 TI-2212 薄膜是用磁溅

射装置制备 样品制备的细节已在文献中报道<sup>[23]</sup>.X 射线衍射分析表明样品具有很好的垂直于衬底的 *c* 轴取向.样品被制成 50 µm 宽、50 µm 长 ,2000 nm 厚 的微桥.电阻测量采用标准的四引线测量法 ,固定的 偏置电流为 100 µA.外加磁场利用超导磁体达到 7 T.样品的温度通过 Rh-Fe 热电偶温度计测量.零场 下的超导转变温度是 108 K.

#### 4. 结果与讨论

TI-2212 薄膜在不同磁场下电阻转变温度依赖 关系如图 1,外加磁场平行于 c 轴. KT 相变温度可 以通过[ $\partial \ln R(T, H) \partial T$ ]<sup>-1</sup>外推到 T 轴([ $\partial \ln R/$  $\partial T$ ]<sup>-1</sup>=0)得到<sup>[16]</sup>.不同磁场下的 KT 相变温度  $T_{a0}$ 见图 2.同时 , $T_{a0}(H)$ 可以用方程(10)来描述 ,拟合 参数为  $H_0 = 2.1$  T 以及  $\beta = 0.58$  , $T_c = 108$  K 是零场 下的临界温度.该结果与点无序的 3D-XY 超导体的 涡旋玻璃相变温度非常类似.



图 1 TI-2212 薄膜磁场平行于 c 轴时,不同磁场下的电阻转变的温度依赖关系

利用方程(12)得到不同磁场下各向异性超导体 T1-2212 薄膜电阻转变的标度曲线,结果如图 3.不同 磁场下所有的电阻转变曲线都归一到同一条普适标 度曲线上.在标度过程中,我们发现标度结果对参数  $T_x$ 的依赖非常微弱,因此我们直接用  $T_c$ 作为标度 参数,这也与我们在方程(12)中的假设一致.同时, 普适标度曲线在很宽的范围内(1 < X < 30)都能用 Halperin-Nelson 关系描述,其拟合的参数为  $R_n = R$ (T = 125K,H = 0),以及 A = 4.8.这一标度结果说明 我们提出的修正的 KT 相变模型能够很好地描述各 向异性超导体的电阻转变曲线,它与库仑气体标度



图 2 H-T 相图上的 KT 相变温度与磁场的函数关系(实线是根 据方程(10)的拟合结果)

模型和 Halperin-Nelson 关系具有一致性.



图 3 不同磁场下的电阻转变曲线的标度结果(实线是利用 Halperin-Nelson 关系拟合的结果)

我们提出的修正的 KT 相变模型还可以通过计 算平均钉扎高度来检验.根据方程(8),平均钉扎高 度 U<sub>0</sub> 可以表示为

$$U_0 = \frac{k_{\rm B}T}{1 + (\ln(R/R_{\rm n})/Bz)^2}.$$
 (13)

因此,平均钉扎高度可以通过电阻转变曲线 *R(T*, *H*)直接计算得出.不同磁场下的平均钉扎高度计算 结果如图 4 所示.可以看出,不同磁场下的平均钉扎 高度 *U*<sub>0</sub>与温度之间具有很好的线性关系,可以用方 程(9)来描述.这一结果直接说明我们提出的修正 的 KT 相变模型中的假设(方程(9))是和实验结果 相符合的,表明实验结果支持修正的 KT 相变模型.



图 4 不同磁场下(从左到右 H = 7 5 3,1 0.5 T)的平均钉扎高 度与温度的依赖关系(实线是线性拟合的结果)

### 5. 结 论

对于各向异性的高温超导体,在关联长度中引入热激活能和平均钉扎高度,提出了修正的 KT 相 变模型.该模型与库伦气体标度模型和 Halperin-Nelson 关系具有一致性.修正的 KT 相变模型应用于 磁场下 TI-2212 薄膜电阻转变曲线的标度行为研究. 由电阻转变曲线计算得到的平均钉扎高度与温度具 有线性依赖关系,结果支持修正的 KT 相变模型.

本文的写作过程中得到了邵惠民教授的热情帮助和悉 心指导,在此表示衷心感谢.

- [1] Lobb C J 1987 Phys. Rev. B 36 3930
- [2] Blatter G, Feigel 'man M V, Geshkenbein V B, Larkin A I, Vinokur V M 1994 Rev. Mod. Phys. 66 1125
- [3] Safar H , Gammel P L , Huse D A , Bishop D J , Rice J P , Ginsberg D M 1992 Phys. Rev. Lett. 69 824
- [4] Welp U, Fendrich J A, Kwok W K, Crabtree G W, Veal B W 1996 Phys. Rev. Lett. 76 4809
- [5] Houghton A, Pelcovits R A, Symo A 1989 Phys. Rev. B 40 6763

- $\left[\begin{array}{c} 6\end{array}\right] \quad Fisher D S$  , Fisher M P A , Huse D A 1991 Phys . Rev . B  ${\bf 43}$  130
- [7] Koch R H, Foglietti V, Gallagher W J, Koren G, Gupta A, Fisher M P A 1989 Phys. Rev. Lett. 63 1511
- [8] Wen H H , Radovan H A , Kamm F M , Ziemann P , Yan S L , Fang L , Si M S 1998 Phys. Rev. Lett. 80 3859
- [9] Kosterlitz J M , Thouless D J 1973 J. Phys. C 6 1181
- [10] Halperin B I, Nelson D R 1979 J. Low Temp. Phys. 36 599
- [11] Brandt E H 1995 Rep. Prog. Phys. 58 1465

7期

- [12] Cohen L F , Jensen H J 1997 Rep. Prog. Phys. 60 1581
- [13] Minnhagen P 1987 Rev. Mod. Phys. 59 1001
  Minnhagen P , Olsson P 1991 Phys. Rev. Lett. 67 1039
  Minnhagen P 1991 Phys. Rev. B 44 7546
  Minnhagen P , Olsson P 1992 Phys. Rev. B 45 5722
- [14] Weber H, Minnhagen P 1988 Phys. Rev. B 38 8730
  Weber H, Wallin M, Jensen H J 1996 Phys. Rev. B 53 8566
- [15] Jensen H J, Minnhagen P 1991 Phys. Rev. Lett. 66 1630
- [16] Zhang Y Z, Deltour R, Zhao Z X 2000 Phys. Rev. Lett. 85 3492
- [17] Schneider T, Singer J M 2000 Phase Transition Approach to High Temperature Superconductivity, Universal Properties of Cuprate

Superconductors ( London : Imperial College ) p147

- [18] Espinosa A B , Andersson M 2005 Phys. Rev. B 71 024507
- [19] Rydh A, Rapp Ö, Andersson M 1999 Phys. Rev. Lett. 83 1850
- [20] Andersson M , Rydh A , Rapp Ö 2001 Phys. Rev. B 63 184511
- [21] Warmont F, Hardy V, Provost J, Grebille D, Simon C 1998 Phys. Rev. B 57 7485
- [22] Warmont F, Goupil C, Hardy V, Simon C 1998 Phys. Rev. B 58 132
- [23] Shan L, Yau J K F, Jin X, Lu R T, Fang L, He M, Yan S L, Kang L, Shan W L, Wu P H 2001 Supercond. Sci. Technol. 14 457

# Modified Kosterlitz-Thouless transition model for the temperature dependence of the resistivity of anisotropic superconductors

Ji Gao-Feng<sup>1</sup>) Liu Sheng-Li<sup>2</sup>)

1) Department of Information Science, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213164, China)

2) College of Mathematics and Physics, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

(Received 25 January 2007; revised manuscript received 11 February 2007)

#### Abstract

Based on the Kosterlitz-Thouless (KT) phase transition model of two-dimensional systems, by introducing the thermal activation energy and the mean height of the pinning landscape into the correlation length, a modified KT transition model has been proposed to study the temperature dependence of the resistivity transition in anisotropic superconductors. This modified KT transition model is consistent with the Coulomb-Gas (CG) scaling law and the Halperin-Nelson relation. And it is applied to study the scaling behavior of the resistivity transition of  $Tl_2 Ba_2 CaCu_2 O_x$  (Tl-2212) thin film under various intensities of magnetic field. The calculated mean height of the pinning landscape from the resistivity curve depends on the temperature linearly, which supports the proposed model.

**Keywords** : scaling behavior , anisotropic superconductor , resistivity transition **PACC** : 7530G , 7475 , 7430F , 7460E