

有限维奇偶对相干态的非经典性质*

孟祥国† 王继锁

(聊城大学物理系,聊城 252059)

(2006 年 11 月 21 日收到,2006 年 12 月 25 日收到修改稿)

构造出了奇偶对相干态的指数形式,并把奇偶对相干态推广至有限维 Hilbert 空间,获得了有限维奇偶对相干态,然后讨论了它们的正交归一完备性、反聚束效应和相位概率分布.结果表明,在此空间中奇偶对相干态具有归一完备性,但不具有正交性.借助于数值计算发现,无论 q 取何值,在参数 $|\xi|$ 的不同取值范围内,对于 5 维 Hilbert 空间中奇偶对相干态在模 1 和模 2 两个方向上均可呈现反聚束效应,并且此双模光场的光子均是相关的.而在 7 维 Hilbert 空间中,奇偶对相干态相位概率分布的不同峰的结构展现出显著不同的量子干涉特性.

关键词:有限维奇偶对相干态,反聚束效应,相位概率分布

PACC:4250,0365

1. 引 言

在一定条件下,对相干态是一种重要的纠缠态,它描述的场是一种能够呈现显著非经典效应的双模关联场.在实验上,它可以在非线性介质中通过四波混频和双光子吸收之间的竞争来实现^[1],也可以通过囚禁离子在两维势阱中的运动来产生^[2].因此,对相干态可用于研究与原子或离子的双光子共振激发相关的系统.最近几年,人们对对相干态的制备及其非经典特性作了较为广泛的研究^[1-8].文献[3-4]首先将对相干态推广至有限维 Hilbert 空间,构造出有限维对相干态和有限维非线性对相干态,并给出了具体的产生方案.文献[5]将对相干态进行对称或反对称叠加,构造出奇偶对相干态并详细地研究了它们的准概率分布特性和相位特性.本文在文献[3-5]的基础之上,首先将奇偶对相干态推广到有限维 Hilbert 空间,构造出了有限维奇偶对相干态,然后研究了它们的正交归一完备性、反聚束效应和相位概率分布等.

2. 有限维奇偶对相干态

2.1. 奇偶对相干态的指数形式

为了构造出有限维 Hilbert 空间中奇偶对相干

态,我们首先回顾一下有关对相干态的一些结论.

由文献[5]可知,在粒子数表象中对相干态可表示为

$$|\xi, q\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N(n, q) \xi^n}{\sqrt{n(n+q)!}} |n+q, n\rangle, \quad (1)$$

式中

$$\xi = r \exp(i\varphi),$$

其中 r 和 φ 分别是复参数 ξ 的模值和相位角.而归一化系数 $N(n, q)$ 为

$$N(n, q) = [(i|\xi|)^{-q} J_q(i2|\xi|)]^{1/2}, \quad (2)$$

其中 $J_q(x)$ 是 q 阶的 Bessel 函数.实际上,对相干态是对湮没算符 $(a_1 a_2)$ 和数差算符 $(a_1^\dagger a_1 - a_2^\dagger a_2)$ 的共同本征态,即

$$a_1 a_2 |\xi, q\rangle = \xi |\xi, q\rangle, \quad (3)$$

$$(a_1^\dagger a_1 - a_2^\dagger a_2) |\xi, q\rangle = q |\xi, q\rangle.$$

若把对相干态进行对称或反对称叠加,即可获得奇偶对相干态^[5]

$$|\xi, q_{\pm}\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{\pm}(n, q) \xi^n}{\sqrt{n(n+q)!}} \times [1 \pm (-1)^n] |n+q, n\rangle, \quad (4)$$

其归一化系数为

$$N_{\pm}(n, q) = \left\{ 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{2n}}{n(n+q)!} [1 \pm (-1)^n] \right\}^{-1/2}. \quad (5)$$

经过简单的计算,可知奇偶对相干态满足本征方程

* 国家自然科学基金(批准号:10574060)和山东省自然科学基金(批准号:Y2004A09)资助的课题.

† E-mail: xgmeng@lccu.edu.cn

$$(a_1 a_2)^2 | \xi, q_{\pm} \rangle = \xi^2 | \xi, q_{\pm} \rangle, \quad (6)$$

$$(a_1^\dagger a_1 - a_2^\dagger a_2) | \xi, q_{\pm} \rangle = q | \xi, q_{\pm} \rangle. \quad (7)$$

由(4)式给出的奇偶对相干态还可表示为

$$| \xi, q_{\pm} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{\pm}(n, q) \xi^n \sqrt{q}!}{n! (n+q)!} \times [1 \pm (-1)^n] a_1^{+n} a_2^{+n} | q, 0 \rangle. \quad (8)$$

由于

$$[g(n_{a_1}, m_{a_2}) a_1^+ a_2^+]^n = a_1^{+n} a_2^{+n} \prod_{m=1}^n g(n_{a_1} + m, m_{a_2} + m), \quad (9)$$

式中 $g(n_{a_1}, m_{a_2})$ 是数算符 n_{a_1}, m_{a_2} 的任意函数. 若在

(9)式中取

$$g(n_{a_1}, m_{a_2}) = \frac{\xi}{n_{a_1}}, \quad (10)$$

则奇偶对相干态的指数形式为

$$| \xi, q_{\pm} \rangle = N_{\pm}(n, q) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\xi}{n_{a_1}} a_1^+ a_2^+\right)^n}{n! \sqrt{q}!} \times [1 \pm (-1)^n] | q, 0 \rangle = N_{\pm}(n, q) \frac{1}{\sqrt{q}!} \left[\exp\left(\frac{\xi}{n_{a_1}} a_1^+ a_2^+\right) \pm \exp\left(-\frac{\xi}{n_{a_1}} a_1^+ a_2^+\right) \right] | q, 0 \rangle. \quad (11)$$

2.2. 有限维奇偶对相干态的定义及其正交归一完备性

按照文献[9—12]的方法, 引入有限维 Hilbert 空间 $\Omega = \{|n_i, m_i = 0, 1, 2, \dots, 2s; i = 1, 2\rangle\}$, 其中 s 为任意正整数. 在这个 Ω 空间中, 谐振子的湮没

算符 a_i 、产生算符 a_i^+ 以及粒子数算符 N_i 分别定义为

$$a_i = \sum_{n=0}^{2s-1} \sqrt{n_i + 1} |n_i, n_i + 1\rangle, \\ a_i^+ = \sum_{n=0}^{2s-1} \sqrt{n_i + 1} |n_i + 1, n_i\rangle, \quad (12) \\ N_i = \sum_{n=0}^{2s-1} \sqrt{n_i} |n_i, n_i\rangle.$$

并且容易证明 a_i 和 a_i^+ 满足下列对易关系:

$$[a_i, a_i^+] = 1 - (2s + 1) |2s - 2s\rangle, \\ [N_i, a_i] = -a_i, \quad (13) \\ [N_i, a_i^+] = a_i^+.$$

若把湮没、产生算符作用在 Fock 态上, 可得关系式

$$a_i |n_i\rangle = \sqrt{n_i} |n_i - 1\rangle, \\ a_i |0\rangle = 0, \quad (14) \\ a_i^+ |n_i\rangle = \sqrt{n_i + 1} |n_i + 1\rangle, \\ a_i^+ |2s\rangle = 0.$$

定义有限维的奇偶对相干态

$$| \xi, q, s_{\pm} \rangle = \sum_{n=0}^{2s} \frac{N_{\pm}(n, q, s) \xi^n}{\sqrt{n! (n+q)!}} \times [1 \pm (-1)^n] |n+q, n\rangle, \quad (15)$$

式中

$$N_{\pm}(n, q, s) = \left\{ 2 \sum_{n=0}^{2s} \frac{|\xi|^{2n}}{n! (n+q)!} [1 \pm (-1)^n] \right\}^{-1/2}. \quad (16)$$

显然, 由(15)(16)式知, 若令 $s \rightarrow \infty$, 则有限维的奇偶对相干态 $| \xi, q, s_{\pm} \rangle$ 将分别过渡到通常的奇偶对相干态^[5]. 易于证明, 两个有限维的奇偶对相干态的内积为

$$\langle \xi', q, s | \xi, q, s \rangle = \sum_{n, m=0}^{2s} \frac{N_{\pm}(n, q, s) N_{\pm}(m, q, s) \xi'^n \xi'^m}{\sqrt{n! (n+q)! m! (m+q)!}} [1 \pm (-1)^n] [1 \pm (-1)^m] |n+q, m\rangle \langle m+q, m| \\ = \sum_{n=0}^{2s} \frac{N_{\pm}^2(n, q, s) \xi'^n \xi'^n}{n! (n+q)!} [1 \pm (-1)^n]^2. \quad (17)$$

在 $\xi' = \xi$ 的情况下,

$$\langle \xi, q, s | \xi, q, s \rangle = 1,$$

即该奇偶对相干态是归一化的. 如果 $\xi' \neq \xi$, 则(17)式不为零, 说明该奇偶对相干态是非正交的. 尽管如此, 我们可以采用密度算符的方法证明这种奇偶对相干态具有完备性. 由(15)式可求得在有限维奇偶对相干态 $| \xi, q, s_{\pm} \rangle$ 中出现态 $|n+q, m\rangle$ 的概

率为

$$P_n(\xi, q, s) = | \langle n+q, m | \xi, q, s_{\pm} \rangle |^2 = \frac{N_{\pm}^2(n, q, s) |\xi|^{2n}}{n! (n+q)!} [1 \pm (-1)^n]^2. \quad (18)$$

定义双模态 $| \xi, q, s_{\pm} \rangle$ 的密度算符 ρ_n 为

$$\rho_n = \sum_{n=0}^{2s} P_n(q, s) |n+q, m\rangle \langle n+q, m| \quad (19)$$

式中

$$P_n(q; s) = \iint P_n(\xi, q; s) d^2 \xi, \\ d^2 \xi = r dr d\theta.$$

因此有

$$\rho_n = \sum_{n=0}^{2s} \frac{2\pi}{n(n+q)!} [1 \pm (-1)^n]^2 \\ \times \int_0^\infty dr r^{2n+1} N_\pm^2(n, q; s) |n+q, n \\ \times |n+q, n\rangle. \quad (20)$$

下面证明有限维奇偶对相干态的完备性公式

$$\rho_n^{-1} \iint d^2 \xi |\xi, q; s\rangle \langle \pm \xi, q; s| = 1 \quad (21)$$

成立. 具体证明过程如下:

$$\rho_n^{-1} \iint d^2 \xi |\xi, q; s\rangle \langle \pm \xi, q; s| \\ = \rho_n^{-1} \sum_{m,n=0}^{2s} \frac{[1 \pm (-1)^n][1 \pm (-1)^m]}{\sqrt{n(n+q)!m(m+q)!}} \\ \times \iint N_\pm(n, q; s) N_\pm(m, q; s) \xi^n \xi^{*m} d^2 \xi \\ \times |n+q, n\rangle \langle m+q, m|$$

$$= \rho_n^{-1} \sum_{n=0}^{2s} \frac{2\pi [1 \pm (-1)^n]^2}{n(n+q)!} \\ \times \int dr r^{2n+1} N_\pm^2(n, q; s) |n+q, n\rangle \langle n+q, n| \\ = 1. \quad (22)$$

由上述推导可见, 该有限维奇偶对相干态的完备性公式成立. 所以, 这些奇偶对相干态能够构成一个完备的有限维 Hilbert 空间.

3. 有限维奇偶对相干态的非经典性质

3.1. 反聚束效应

我们知道, 对于双模光场, 其归一化的二阶相关函数可表示为^[13]

$$g_i^{(2)}(0) = \frac{n_i(n_i-1)}{n_i^2} \quad (i = 1, 2). \quad (23)$$

如果存在 $g_i^{(2)}(0) < 1$ ($i = 1, 2$), 则称该双模光场在第 i 个模上可呈现反聚束效应. 对于由(15)式所定义的有限维奇偶对相干态, 由(23)式可以得到其二阶相关函数分别为

$$g_1^{(2)}(0) = \frac{\sum_{n=0}^{2s} \frac{|\xi|^{2n}}{n(n+q-2)!} [1 \pm (-1)^n]^2}{N_\pm^2(n, q; s) \left\{ \sum_{n=0}^{2s} \frac{|\xi|^{2n}}{n(n+q-1)!} [1 \pm (-1)^n]^2 \right\}^2}, \quad (24)$$

$$g_2^{(2)}(0) = \frac{\sum_{n=0}^{2s} \frac{|\xi|^{2n}}{(n-2)(n+q)!} [1 \pm (-1)^n]^2}{N_\pm^2(n, q; s) \left\{ \sum_{n=0}^{2s} \frac{|\xi|^{2n}}{(n-1)(n+q)!} [1 \pm (-1)^n]^2 \right\}^2}, \quad (25)$$

同样, 定义双模光场的模间相干度^[13]

$$g_{12}^{(2)}(0) = \frac{n_1 n_2}{n_1 n_2}. \quad (26)$$

若存在 $g_{12}^{(2)}(0) > 1$, 则说明该双模光场的光子是相关的. 同样, 将(15)式代入(26)式, 经过计算可以得到有限维奇偶对相干态的模间相干度函数为

$$g_{12}^{(2)}(0) = \frac{\sum_{n=0}^{2s} \frac{|\xi|^{2n}}{(n-1)(n+q-1)!} [1 \pm (-1)^n]^2}{N_\pm^2(n, q; s) \left\{ \sum_{n=0}^{2s} \frac{|\xi|^{2n}}{(n-1)(n+q)!} [1 \pm (-1)^n]^2 \right\} \left\{ \sum_{n=0}^{2s} \frac{|\xi|^{2n}}{n(n+q-1)!} [1 \pm (-1)^n]^2 \right\}}. \quad (27)$$

将(16)式代入(24)、(25)和(27)式, 并借助于数值计算方法, 可以分别得到当参数 q ($q = 1, 2, 4$) 取不同值时, 在 5 维 Hilbert 空间中奇偶对相干态的二阶相

关函数 $g_i^{(2)}(0)$ ($i = 1, 2$) 和双模光场的模间相干度函数 $g_{12}^{(2)}(0)$ 随参数 $|\xi|$ 的变化曲线如图 1—图 3 所示.

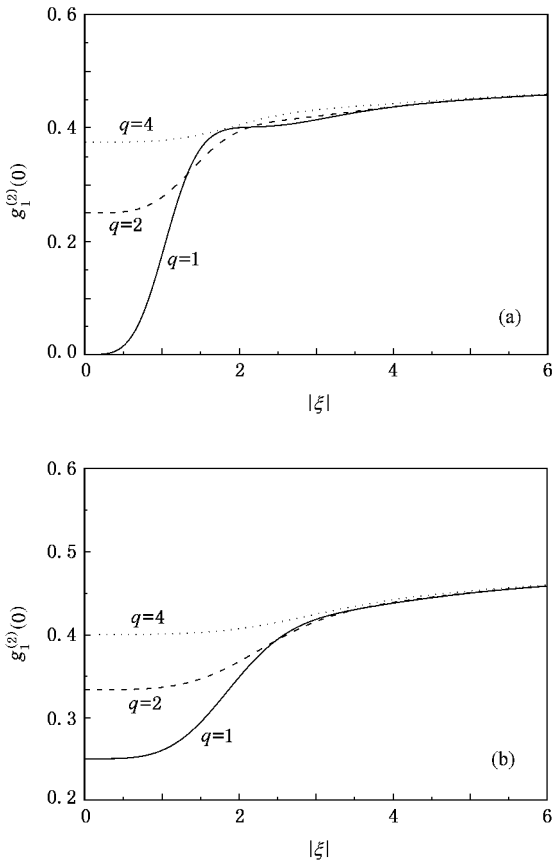


图 1 当 $s=2$ 时在 5 维 Hilbert 空间中奇偶对相干态的二阶相关函数 $g_1^{(2)}(0)$ 随参数 $|\xi|$ 的变化 (a) 偶对相干态, (b) 奇对相干态

由图 1 可以看出, 无论参数 $|\xi|$ 取何值, 均有 $g_1^{(2)}(0) < 1$, 即对于 5 维 Hilbert 空间中的奇偶对相干态, 在模 1 方向上总可呈现反聚束效应. 对于参数 q 的同一取值, 其反聚束效应将随着参数 $|\xi|$ 的减小而显著增强. 随着参数 q 的增大, 在参数 $|\xi|$ 较小时模 1 的反聚束效应急剧减弱, 而在参数 $|\xi|$ 较大时其强度受参数 q 的影响较小, 即较小的参数 $|\xi|$ 对此奇偶对相干态的反聚束效应影响比较明显.

由图 2 可以看出, 对于 5 维 Hilbert 空间中的偶对相干态, 只有在参数 $|\xi| > 1.475$ 时才可呈现反聚束效应; 而对于 5 维 Hilbert 空间中的奇对相干态, 无论参数 $|\xi|$ 取何值, 在模 2 方向上总可呈现反聚束效应. 对于参数 q 的同一取值, 其奇对相干态在模 2 方向上的反聚束效应随参数 $|\xi|$ 的变化趋势与在模 1 方向上的相类似, 而此偶对相干态的反聚束效应将随着参数 $|\xi|$ 的减小而明显减弱. 随着参数 q 的增大, 在参数 $|\xi|$ 较小时此偶相干态模 2

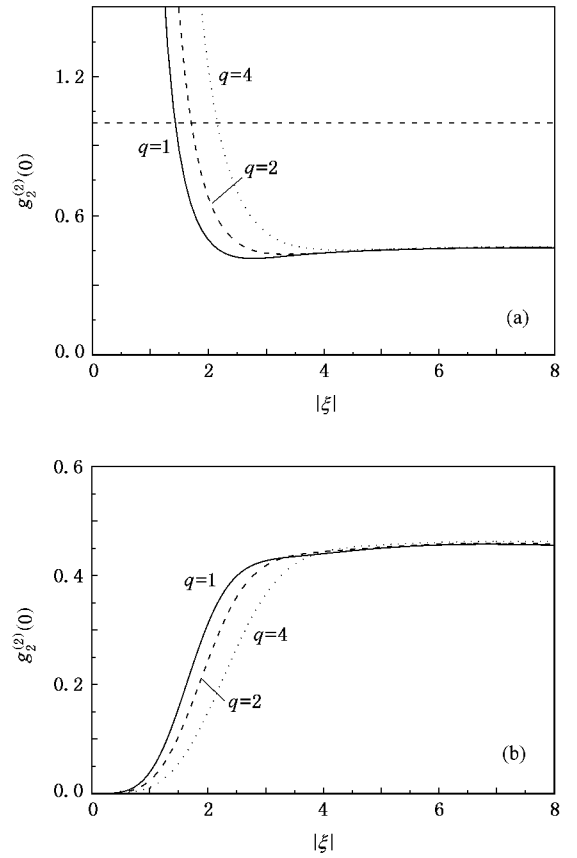


图 2 当 $s=2$ 时在 5 维 Hilbert 空间中奇偶对相干态的二阶相关函数 $g_2^{(2)}(0)$ 随参数 $|\xi|$ 的变化 (a) 偶对相干态, (b) 奇对相干态

的反聚束效应明显减弱, 而此奇对相干态在模 2 方向上的反聚束效应却显著增强; 在参数 $|\xi|$ 较大时, 与在模 1 方向上的反聚束效应变化趋势相类似, 即此时奇偶对相干态在模 2 方向上的反聚束效应的强度均随参数 $|\xi|$ 的增加变化并不十分明显.

由图 3 可见, 无论 q 取何值, 在参数 $|\xi|$ 的不同取值范围内, 均有 $g_{12}^{(2)}(0) > 1$, 这说明在 5 维 Hilbert 空间中, 奇偶对相干态两模的光子是相关的. 对于 q 的同一取值, 当参数 $|\xi|$ 取较小值时, 相关度较大; 但随着参数 $|\xi|$ 取值的增大, 相关度迅速减小并趋向于零. 可见参数 $|\xi|$ 对两模的相关度调节较为明显, 即随着参数 $|\xi|$ 取值的增大, 在 5 维 Hilbert 空间中奇偶对相干态双模光子之间的关联迅速减弱, 并且奇对相干态双模光子之间的关联随着参数 $|\xi|$ 取值的增大而减弱更快些. 而对于参数 $|\xi|$ 的同一取值, 当 q 取较小值时, 其相关度也相对较小, 随着 q 逐渐增大, 相关度也迅速增大. 可见 q 对两模的相关度的调节也较为明显, 即随着

q 逐渐增大, 在 5 维 Hilbert 空间中奇偶对相干态双模光子之间的关联迅速增强, 并且此时奇对相干态双模光子之间的关联随 q 的增强速度更快.

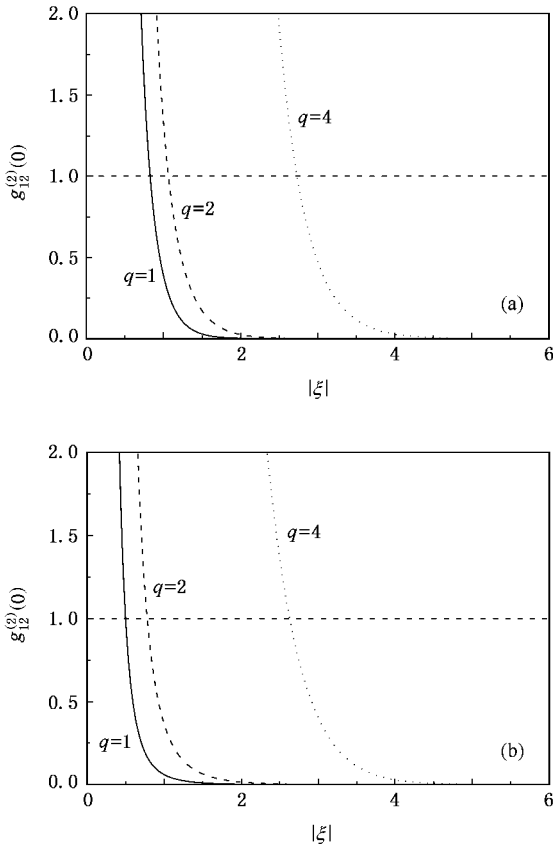


图 3 当 $s = 2$ 时在 5 维 Hilbert 空间中奇偶对相干态的模间相干度函数 $g_{12}^{(2)}(0)$ 随参数 $|\xi|$ 的变化 (a) 偶对相干态, (b) 奇对相干态

3.2. 相位概率分布

类似于 Pegg 和 Barnett^[14,15] 提出的单模相位态和厄米相位算符公式, 对于双模场 $|\varphi\rangle$, 可以引入双模的相位态

$$|\theta_{m_1}, \theta_{m_2}\rangle = \frac{1}{s+1} \sum_{n_1, n_2=0}^s \exp(i(n_1\theta_{m_1} + n_2\theta_{m_2})) |n_1, n_2\rangle, \quad (28)$$

$$\theta_{m_i} = \theta_{0i} + \frac{2m_i\pi}{s+1} \quad (m_i = 0, 1, 2, \dots, s; i = 1, 2) \quad (29)$$

和厄米相位算符公式

$$\Phi_\theta = \sum_{m_1, m_2=0}^s \theta_{m_1} |\theta_{m_1}, \theta_{m_2}\rangle \langle \theta_{m_1}, \theta_{m_2}|. \quad (30)$$

同样, 若选取参考相位

$$\theta_{0i} = \frac{\varphi_i}{2} - \frac{s\pi}{s+1}, \quad (31)$$

经过计算, 可得到双模场处于叠加态 $|\varphi\rangle = \sum_n f_n \exp(in\varphi) |n+m, n\rangle$ 时的相位概率分布函数为

$$P(\theta_1, \theta_2) = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{s+1}{2\pi} \right)^2 |\langle \theta_{m_1}, \theta_{m_2} | \varphi \rangle|^2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \left(1 + 2 \sum_{n>l} \sum_l f_n f_l \times \cos[(n-l)(\theta_1 + \theta_2)] \right) \quad (-\pi \leq \theta_i \leq \pi; i = 1, 2). \quad (32)$$

对于由 (15) 式所定义的有限维奇偶对相干态, 其相位概率分布 $P_\pm(\theta_1, \theta_2)$ 为

$$P_\pm(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{2s} \sum_{l=0}^{n-1} (b_\pm)_n (b_\pm)_l \times \cos[(n-l)(\theta_1 + \theta_2)] \right) \quad (-\pi \leq \theta_i \leq \pi; i = 1, 2). \quad (33)$$

非干涉项和干涉项分别为

$$P_\pm^M(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{(2\pi)^2}, \quad (34)$$

$$P_\pm^I(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{n=1}^{2s} \sum_{l=0}^{n-1} (b_\pm)_n (b_\pm)_l \times \cos[(n-l)(\theta_1 + \theta_2)], \quad (35)$$

式中

$$(b_\pm)_n = \frac{N_\pm(n, q; s) r^n}{\sqrt{n!(n+q)!}} [1 \pm (-1)^n]. \quad (36)$$

将 (16) (36) 式代入到 (33) 式, 借助于数值计算方法, 可以得到在 7 维 Hilbert 空间中奇偶对相干态的连续相位概率分布如图 4 所示.

在图 4 中, 我们分别给出了当参数 $q = 2$ 且 $\xi = 0.8$, $q = 2$ 且 $\xi = 2.8$ 和 $q = 8$ 且 $\xi = 2.8$ 时, 在 7 维 Hilbert 空间中偶对相干态 (见图 4(a)) 和奇对相干态 (见图 4(b)) 的相位概率分布随 $\theta = \theta_1 + \theta_2$ 的变化规律. 比较图 4(a) 和 (b) 可以看出: 不论参数 q, ξ 取何值, 在 7 维 Hilbert 空间中奇偶对相干态的相位概率分布均呈峰值位于中心 $\theta = 0$ 附近的单峰结构. 随着参数 q 的增大, 单峰的峰宽增加, 峰高减小, 而随着参数 ξ 的增大, 单峰的峰宽减小, 峰高增加, 即随着参数 q, ξ 的增大, 单峰的结构变化较为明显. 这说明此时奇偶对相干态的量子干涉效应受参数 q, ξ 的影响较为显著. 这个结论也可从 (34) 和 (35) 式得到. 由于在 7 维 Hilbert 空间中奇偶对相

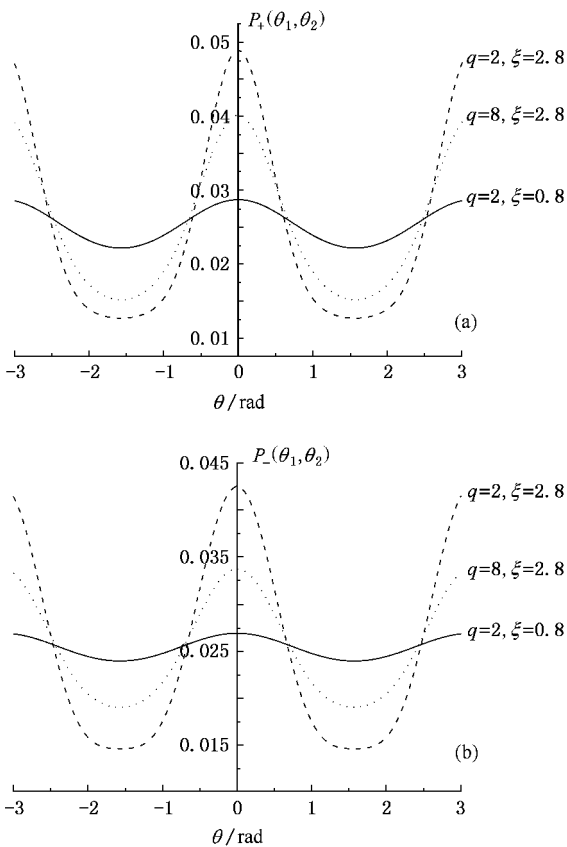


图4 当 $s=3$ 时在 7 维 Hilbert 空间中奇偶对相干态的相位概率分布 (a) 偶对相干态, (b) 奇对相干态

干态的相位概率分布的非干涉项 $P_{\pm}^M(\theta_1, \theta_2)$ 为一个与参数 q, ξ 无关的常数项(见(34)式), 因此当 q, ξ 取值变化时, 只对干涉项 $P_{\pm}^I(\theta_1, \theta_2)$ 产生较大的影响. 另外, 我们还可发现, 对于同一参数 q, ξ

(例如 $q=2$ 且 $\xi=2.8$), 在 7 维 Hilbert 空间中偶对相干态的相位概率分布的单峰结构的峰宽和峰高要比奇对相干态明显增加. 即当参数 q, ξ 取同一值时, 7 维的偶对相干态的量子干涉效应更为显著. 这是由于在 7 维 Hilbert 空间中奇偶对相干态的相位概率分布的干涉项 $P_{\pm}^I(\theta_1, \theta_2)$ 的不同所造成的(见(35)式). 总之, 在有限维空间 Hilbert 中奇偶对相干态的相位概率分布的峰结构是完全不同的, 它能够明显地反映出此奇偶对相干态所具有的不同量子干涉特性.

4. 结 论

本文在文献[35]的基础上, 构造出了有限维 Hilbert 空间中的奇偶对相干态, 并详细地研究了它们的正交归一完备性、反聚束效应和相位概率分布. 结果表明, 在此空间中奇偶对相干态是归一完备的, 但不是正交的. 借助于数值计算发现, 无论 q 取何值, 在参数 $|\xi|$ 的不同取值范围内, 对于 5 维 Hilbert 空间中的奇偶对相干态, 在模 1 和模 2 两个方向上均可呈现反聚束效应, 并且此双模光场的光子均是相关的. 同时发现, 无论参数 q, ξ 取何值, 在 7 维 Hilbert 空间中奇偶对相干态的相位概率分布总是具有明显不同的峰结构, 即它们具有显著不同的量子干涉特性. 总之, 它们所展现的这些非经典性质与有限维对相干态、通常的奇偶对相干态相比是截然不同的.

[1] Agarwal G S 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 827
 [2] Gou S C, Steinbach J, Knight P L 1996 *Phys. Rev. A* **54** 4315
 [3] Obada A S F, Khalil E M 2006 *Opt. Commun.* **260** 19
 [4] Khalil E M 2006 *J. Phys. A: Math. Gen.* **39** 11053
 [5] El-Orany Faisal A A, Peřina J 2001 *Opt. Commun.* **197** 363
 [6] Song T Q, Zhu Y J 2003 *Acta Opt. Sin.* **23** 906 (in Chinese) [宋同强、诸跃进 2003 光学学报 **23** 906]
 [7] Wang Z Q, Li J H, An G L 2005 *High Energy Phys. Nucl. Phys.* **29** 623 (in Chinese) [汪仲清、李俊红、安广雷 2005 高能物理与核物理 **29** 623]
 [8] Dai H Y, Chen P X, Liang L M, Li C Z 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 441 (in Chinese) [戴宏毅、陈平形、梁林梅、李承祖 2004 物理学报 **53** 441]

[9] Zhu C X 1999 *Acta Opt. Sin.* **19** 441 (in Chinese) [朱从旭 1999 光学学报 **19** 441]
 [10] Buřek V, Wilson-Gordon A D, Knight P L, Lai W K 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8079
 [11] Meng X G, Wang J S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1774 (in Chinese) [孟祥国、王继锁 2006 物理学报 **55** 1774]
 [12] Li Z J, Cheng J G, Liang J Q 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 11 (in Chinese) [李志坚、程建刚、梁九卿 2000 物理学报 **49** 11]
 [13] Loudon R 1983 *The Quantum Theory of Light* (Oxford: Clarendon Press)
 [14] Pegg D T, Barnett S M 1988 *Euro. Phys. Lett.* **6** 483
 [15] Barnett S M, Pegg D T 1986 *J. Phys. A: Math. Gen.* **19** 384



Some nonclassical properties of a finite dimensional even and odd pair coherent state^{*}

Meng Xiang-Guo[†] Wang Ji-Suo

(*Department of Physics , Liaocheng University , Liaocheng 252059 , China*)

(Received 21 November 2006 ; revised manuscript received 25 December 2006)

Abstract

The exponential form of even and odd pair coherent state (EOPCS) is constructed. The EOPCS is generalized to a finite dimensional EOPCS in the Hilbert space, and then its orthonormalized property, completeness relations and some nonclassical properties are discussed. It is shown that the finite dimensional EOPCS has normalized and completeness relations, but not orthogonal relations. By virtue of the numerical computation method, we find that, for any value of q , in different ranges of the parameter $|\xi|$ the 5-dimensional EOPCS for the modes 1 and 2 exhibit anti-bunching effect and the photons between the two modes are always correlated. The different peak structures of the phase probability distributions for the 7-dimensional EOPCS show remarkably different quantum interference properties.

Keywords : finite dimensional even and odd pair coherent state, antibunching effect, phase probability distribution

PACC : 4250, 0365

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10574060) and the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant No. Y2004A09).

[†] E-mail : xgmeng@lcu.edu.cn