

光场的非傍轴性对光谱移动和光谱开关的影响^{*}

赵光普^{1)†} 肖 希¹⁾ 吕百达²⁾

1) 宜宾学院光电信息研究所, 宜宾 644007)

2) 四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064)

(2006 年 10 月 30 日收到, 2007 年 2 月 1 日收到修改稿)

利用瑞利衍射积分公式, 推导出多色高斯光束被硬边光阑衍射后光谱的解析公式, 傍轴近似的光谱公式可作为特例得到. 着重研究了束腰宽度与中心波长之比 w_0/λ_0 和截断参数 δ 对光谱移动和光谱开关的影响. 结果表明, 只有当 w_0/λ_0 和 δ 满足一定条件时, 傍轴近似结果才与非傍轴结果一致. 光场的非傍轴性会引起光谱移动不同和产生光谱开关的临界位置变化.

关键词: 非傍轴光场, 高斯光束, 光谱移动, 光谱开关

PACC: 4260H, 3370J

1. 引 言

1999 年, 蒲继雄等^[1]在研究被光阑衍射多色部分空间相干光的光谱变化时, 发现了一类被称为“光谱开关”的新现象. 2002 年, Gbur 等^[2]研究了衍射引起多色完全空间相干光的光谱异变, 并将“光谱开关”归结于奇点光学的新效应^[3]. 这些理论预测相继都得到实验证实^[4,5]. 由于其潜在的应用前景^[2,4], 相关研究工作异常活跃^[1-9]. 然而, 到目前为止对光谱开关的研究还限于在傍轴近似的框架内. 实际工作中要求用更为严格的理论来处理束宽与波长可相比拟的强聚焦光束或有大发散角的非傍轴光束的相关问题^[10-13]. 由于产生光谱开关的位置在光强极小值或零值点附近^[4,9], 傍轴近似计算结果可能对光谱开关产生影响. 本文从瑞利衍射积分公式出发, 推导出了多色高斯光束被硬边光阑衍射后光谱的一般解析

公式, 着重分析了束腰宽度与中心波长之比 w_0/λ_0 和截断参数 δ 对光谱移动和光谱开关的影响.

2. 理论模型

设完全空间相干多色高斯光束入射到半宽为 a 的方形硬边光阑 ($z = 0$) 上, 其交叉谱密度函数为

$$W^{(0)}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, 0, \omega) = S^{(0)}(\omega) \exp\left[-\left(\frac{x'^2_1 + y'^2_1}{w^2_0} + \frac{x'^2_2 + y'^2_2}{w^2_0}\right)\right]. \quad (1)$$

这里 (x'_1, y'_1) (x'_2, y'_2) 为入射面上两点的位置坐标, w_0 为入射光束的束腰宽度, $S^{(0)}(\omega)$ 为源光谱, ω 为圆频率.

以 R_1, R_2 表示入射面上两点到所计算场点的距离, 当 $1/R_1 \ll k, 1/R_2 \ll k$ 时, 场中任意点 (x, y, z) 的光谱可表示为^[14]

$$S(x, y, z, \omega) = W(x, y, z, \omega) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int_{-a}^a \int_{-a}^a \int_{-a}^a \int_{-a}^a W^{(0)}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, 0, \omega) \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{R_1 R_2} \exp[ik(R_2 - R_1)] dx'_1 dy'_1 dx'_2 dy'_2, \quad (2)$$

式中 $k = \omega/c$ 为波数, c 为真空中光速,

$$R_j = \sqrt{(x - x'_j)^2 + (y - y'_j)^2 + z^2}, \quad (3)$$

$$\cos\theta_j = z/R_j \quad (j = 1, 2). \quad (4)$$

将 R_j 展开, 并取如下近似^[10]:

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10574097)和四川省应用基础研究基金(批准号: 05JY029-102)资助的课题.

[†] E-mail: ybzp@126.com

$$R_j \approx r + \frac{x_j'^2 + y_j'^2 - 2(x_j'x + y_j'y)}{2r}, \quad (5)$$

式中

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (6)$$

设源光谱 $S^{(0)}(\omega)$ 为高斯型, 即

$$S^{(0)}(\omega) = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (7)$$

式中 ω_0 为源光谱中心频率, σ_0 为源光谱谱宽. 将 (1)(4) 和 (5) 式代入 (2) 式, 经过复杂的直接积分计算, 最后可整理为

$$S(u, v, z, \omega) = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma_0^2}\right] M(u, v, z, \omega). \quad (8)$$

这里

$$M(u, v, z, \omega) = M(u, z, \omega)M(v, z, \omega), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} M(\zeta, z, \omega) = & -\frac{iz}{4r} \frac{F}{\sqrt{1-F^2}} \exp\left[\frac{2F^2 \zeta^2 \lambda_0^2 / w_0^2}{1-F^2}\right] \\ & \times \left\{ \operatorname{erfi}\left[\frac{-\delta + F\delta - F\zeta\lambda_0/w_0}{\sqrt{-1+F}}\right] \right. \\ & - \operatorname{erfi}\left[\frac{\delta - F\delta - F\zeta\lambda_0/w_0}{\sqrt{-1+F}}\right] \left. \right\} \\ & \times \left\{ \operatorname{erfi}\left[\frac{-\delta - F\delta + F\zeta\lambda_0/w_0}{\sqrt{-1-F}}\right] \right. \\ & - \operatorname{erfi}\left[\frac{\delta + F\delta + F\zeta\lambda_0/w_0}{\sqrt{-1-F}}\right] \left. \right\} \\ & (\zeta = u, v), \quad (10) \end{aligned}$$

$$F = i \frac{\pi}{r} \frac{\omega}{\omega_0} \frac{w_0^2}{\lambda_0}, \quad (11)$$

$$\delta = a/w_0, \quad (12)$$

$$u = x/\lambda_0, \quad (13)$$

$$v = y/\lambda_0,$$

其中 $M(u, v, z, \omega)$ 为光谱调制函数, δ 为光阑截断参数, λ_0 为源光谱中心频率 ω_0 所对应的中心波长, $\operatorname{erfi}[\cdot]$ 为虚宗量误差函数, u, v 分别为 x, y 方向的相对坐标.

与 (8) 式对应的光强为

$$I(u, v, z, \omega) = \int_0^{+\infty} S(u, v, z, \omega) d\omega. \quad (14)$$

含有 (9)–(13) 式的 (8) 式即为多色高斯光束被硬边光阑衍射后的光谱一般解析公式, 从中可以看出, 多色高斯光束被硬边光阑衍射后的光谱可表示为源光谱 $S^{(0)}(\omega)$ 和光谱调制函数 $M(u, v, z, \omega)$ 的乘积, $M(u, v, z, \omega)$ 与 $w_0/\lambda_0, \delta, \omega$ 以及场点位置 u, v 和 z

有关. 光阑衍射对光谱的影响表现为 $M(u, v, z, \omega)$ 对源光谱 $S^{(0)}(\omega)$ 的调制.

对 (3) 式取傍轴近似^[10], 即

$$R_j \approx z + \frac{x_j'^2 + y_j'^2 - 2(x_j'x + y_j'y)}{2z}. \quad (15)$$

由 (8) 式得到傍轴近似下场中任意点 (x, y, z) 的光谱

$$S_p(u, v, z, \omega) = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma_0^2}\right] M_p(u, v, z, \omega). \quad (16)$$

这里

$$M_p(u, v, z, \omega) = M_p(u, z, \omega)M_p(v, z, \omega), \quad (17)$$

$$\begin{aligned} M_p(\zeta, z, \omega) = & -\frac{iF_p}{4\sqrt{1-F_p^2}} \exp\left[\frac{2F_p^2 \zeta^2 \lambda_0^2 / w_0^2}{1-F_p^2}\right] \\ & \times \left\{ \operatorname{erfi}\left[\frac{-\delta + F_p\delta - F_p\zeta\lambda_0/w_0}{\sqrt{-1+F_p}}\right] \right. \\ & - \operatorname{erfi}\left[\frac{\delta - F_p\delta - F_p\zeta\lambda_0/w_0}{\sqrt{-1+F_p}}\right] \left. \right\} \\ & \times \left\{ \operatorname{erfi}\left[\frac{-\delta - F_p\delta + F_p\zeta\lambda_0/w_0}{\sqrt{-1-F_p}}\right] \right. \\ & - \operatorname{erfi}\left[\frac{\delta + F_p\delta + F_p\zeta\lambda_0/w_0}{\sqrt{-1-F_p}}\right] \left. \right\} \\ & (\zeta = u, v), \quad (18) \end{aligned}$$

$$F_p = i \frac{\pi}{z} \frac{\omega}{\omega_0} \frac{w_0^2}{\lambda_0}. \quad (19)$$

与 (16) 式对应的光强为

$$I_p(u, v, z, \omega) = \int_0^{+\infty} S_p(u, v, z, \omega) d\omega. \quad (20)$$

(16) 式与文献 [8] 中 (5) 式无像差多色高斯光束在自由空间传输的结果一致.

对于傍轴近似下的单色光场 ($\omega = \omega_0$), 有

$$S_p(u, v, z) = S_{pu}(u, z)S_{pv}(v, z), \quad (21)$$

式中

$$\begin{aligned} S_{p\zeta}(\zeta, z) = & -\frac{iF'}{4\sqrt{1-F'^2}} \exp\left[\frac{2F'\zeta^2}{1-F'^2}\right] \\ & \times \left\{ \operatorname{erfi}\left[\frac{-\delta + F'\delta - F'\zeta}{\sqrt{-1+F'}}\right] \right. \\ & - \operatorname{erfi}\left[\frac{\delta - F'\delta - F'\zeta}{\sqrt{-1+F'}}\right] \left. \right\} \\ & \times \left\{ \operatorname{erfi}\left[\frac{-\delta - F'\delta + F'\zeta}{\sqrt{-1-F'}}\right] \right. \\ & - \operatorname{erfi}\left[\frac{\delta + F'\delta + F'\zeta}{\sqrt{-1-F'}}\right] \left. \right\} \\ & (\zeta = u, v), \quad (22) \end{aligned}$$

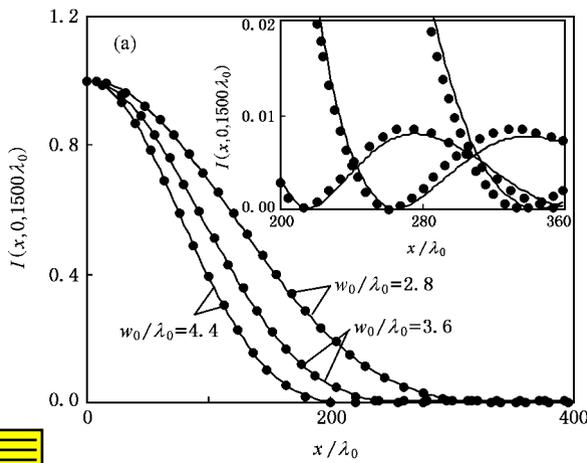
$$F' = \frac{ikw_0^2}{2z}, \quad (23)$$

其中 $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长.(21)式与文献[11]中(10a)式高斯光束通过方形光阑的衍射传输结果一致.

3. 数值计算和分析

为说明光束非傍轴性对光谱移动和光谱开关的影响,利用以上所得(8)(14)(16)和(20)式作了数值计算.在计算中设 $v = 0$, $\omega_0 = 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $\sigma_0 = 0.01 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $z = 1500\lambda_0$.

图1(a)为 $\delta = 1$, $w_0/\lambda_0 = 2.8, 3.6, 4.4$, x 方向



的归一化光强 $I(u, 0, 1500\lambda_0)$ 和与之对应的傍轴近似计算结果 $I_p(u, 0, 1500\lambda_0)$,图1(b)为 $w_0/\lambda_0 = 3.6, \delta = 0.8, 1.0, 1.2$, x 方向的归一化光强 $I(u, 0, 1500\lambda_0)$ 和与之对应的傍轴近似计算结果 $I_p(u, 0, 1500\lambda_0)$ 光强第一零值点的位置列于表1和表2中, u_{\min} 和 $u_{p\min}$ 分别为(14)和(20)式的计算结果 $\Delta u_{\min} = u_{\min} - u_{p\min}$ 为光强零值点位置误差.图2为 $\delta = 1.2, w_0/\lambda_0 = 3.6$, x 方向含有前三个零值点的归一化光强 $I(u, 0, 1500\lambda_0)$ 和与之对应的傍轴计算结果 $I_p(u, 0, 1500\lambda_0)$ 第一、第二和第三个光强零值点的位置列于表3中.由图1、图2和表1—表3可知,束腰宽度与中心波长之比 w_0/λ_0 和截断参数 δ 影

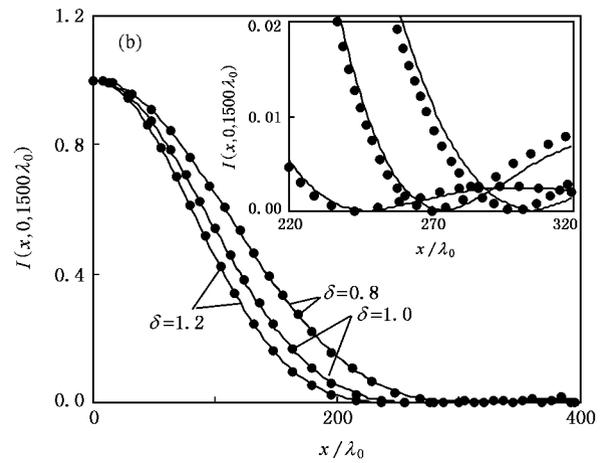


图1 x 方向上的归一化光强分布(实线)和与之对应的傍轴近似计算结果(圆点) 内插图为局部放大.(a) $\delta = 1, w_0/\lambda_0 = 2.8, 3.6, 4.4$; (b) $w_0/\lambda_0 = 3.6, \delta = 0.8, 1.0, 1.2$

表1 图1(a)对应的光强第一零值点位置

w_0/λ_0	2.8	3.6	4.4
u_{\min}	344.552	265.274	214.872
$u_{p\min}$	335.808	261.184	213.985
Δu_{\min}	8.744	4.090	0.887

表2 图1(b)对应的光强第一零值点位置

δ	0.8	1.0	1.2
u_{\min}	305.470	265.274	246.628
$u_{p\min}$	297.360	261.184	245.892
Δu_{\min}	8.110	4.090	0.736

响光强零值点的位置,傍轴近似计算的光强误差在衍射旁瓣部分尤为明显(图2),其光强零值点位置误差 Δu_{\min} 随 w_0/λ_0 和 δ 的增大而减小.由于产生光

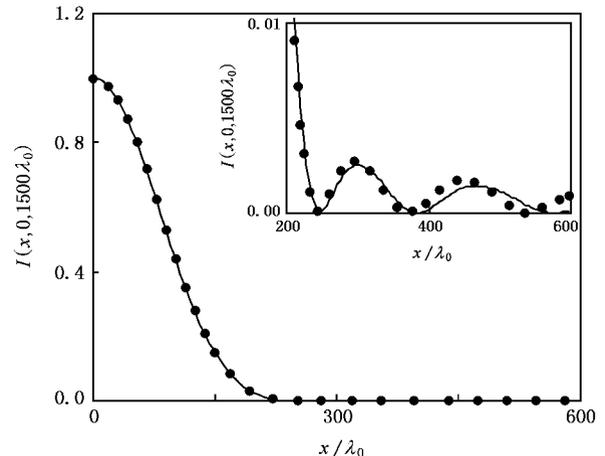


图2 当 $\delta = 1.2, w_0/\lambda_0 = 3.6$ 时, x 方向上的归一化光强分布(实线)和与之对应的傍轴近似计算结果(圆点) 内插图为局部放大

表 3 图 2 对应的光强零值点位置

零值点	第一零值点	第二零值点	第三零值点
u_{\min}	246.628	383.464	575.952
u_{pmin}	245.892	371.512	537.696
Δu_{\min}	0.736	11.952	38.256

谱开关的临界位置 u_c 在光强的零值点 u_{\min} 附近^[4]，故用 (8) 式和傍轴近似下的 (16) 式计算的光谱开关位置可能不重合。因此 (8) 和 (16) 式计算的光谱也

会不同。

图 3 为 $\delta = 1, w_0/\lambda_0 = 3.6$ ， x 方向上不同位置的归一化光谱 $S(\omega)$ 和与之对应的傍轴计算结果 $S_p(\omega)$ 。由图 3 可见， $S(\omega)$ 与 $S_p(\omega)$ 明显不同。例如： $S_p(\omega)$ 相对 $S(\omega)$ 在 $u = 260.000$ 处有红移 (图 3 (a))；在 $u = 262.600$ 处有蓝移 (图 3 (c))。特别地，在 $u = 260.706$ 处 $S_p(\omega)$ 出现开关现象^[1] (图 3 (b))，而 $S(\omega)$ 在 $u = 264.736$ 处才产生光谱开关。

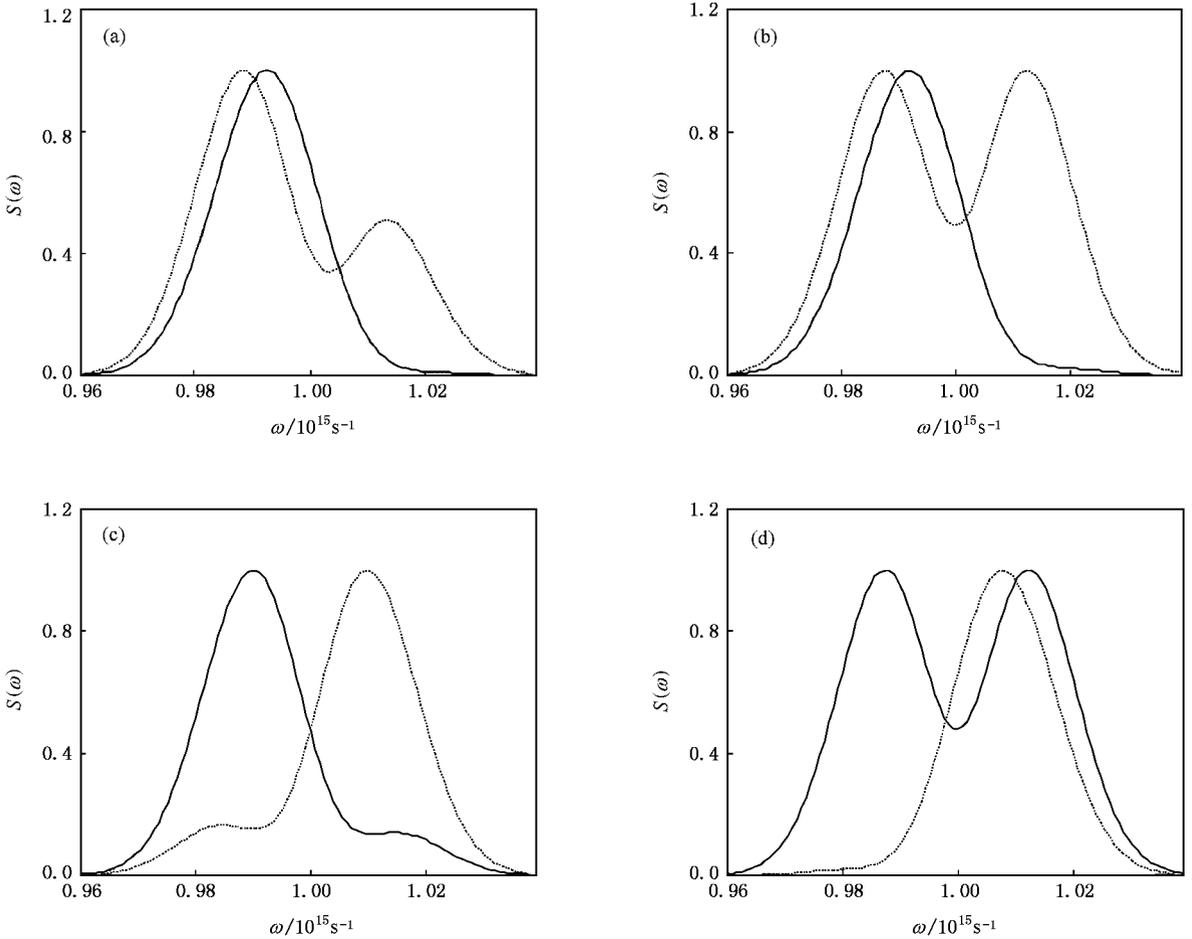


图 3 当 $\delta = 1, w_0/\lambda_0 = 3.6$ 时， x 方向上不同位置的归一化光谱 (实线) 和与之对应的傍轴近似计算结果 (虚线) (a) $u = 260.000$ ，(b) $u = 260.706$ (c) $u = 262.600$ (d) $u = 264.736$

图 4 为 $\delta = 0.8, 1.0, 1.2$ ， x 方向上一阶光谱开关 (定义出现光谱开关的诸位置 u_c 中，离轴最近的 u_c 处出现的光谱开关为一阶光谱开关，随 u_c 的增加，依次称为二阶、三阶、...、 n 阶光谱开关^[9]) 的光谱极小值 S_{\min} 和光谱跃迁量 Δ (Δ 为光谱中两个极大值对应的相对频率的差值^[9]) 随束腰宽度与中心波长之比 w_0/λ_0 的变化曲线和与之对应的傍轴近似

计算结果。图 5 (a) 为 $\delta = 1, w_0/\lambda_0 = 2.8, 3.6, 4.4$ 时相对光谱移动 $\delta\omega/\omega_0$ ($\delta\omega/\omega_0 = (\omega_{\max} - \omega_0)/\omega_0$ ， ω_{\max} 为光谱最大值对应的频率) 随 u 的变化曲线和与之对应的傍轴近似计算结果。图 5 (b) 为 $w_0/\lambda_0 = 3.6, \delta = 0.8, 1.0$ 和 1.2 时相对光谱移动 $\delta\omega/\omega_0$ 随 u 的变化曲线和与之对应的傍轴近似计算结果。图 4、图 5 表明，对 $\delta = 0.8, 1.0, 1.2$ ，一阶光谱开关

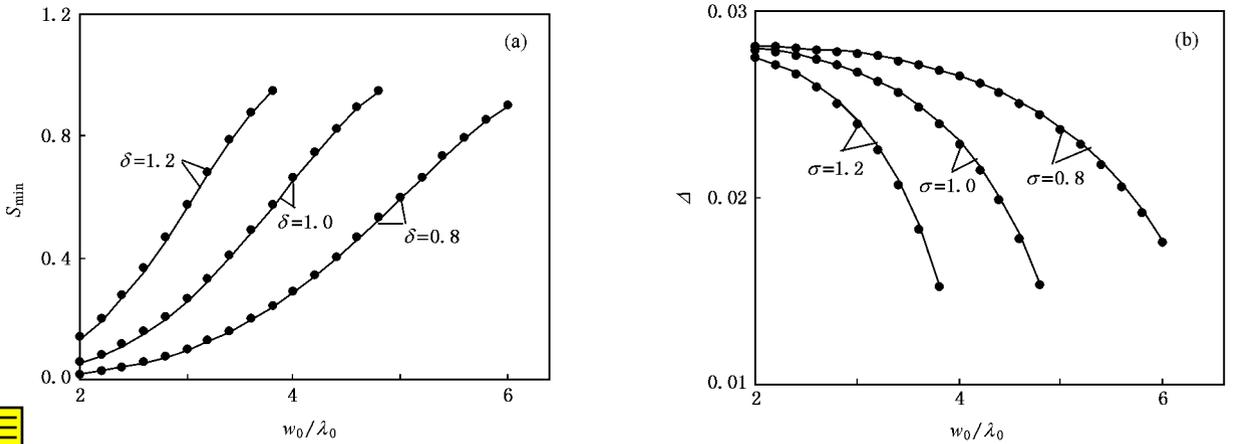


图 4 $\delta = 0.8, 1.0$ 和 1.2 , x 方向上一阶光谱开关的光谱极小值 S_{\min} (a) 和光谱跃迁量 Δ (b) 随 w_0/λ_0 参数的变化(实线)和与之对应的傍轴近似计算结果(圆点)

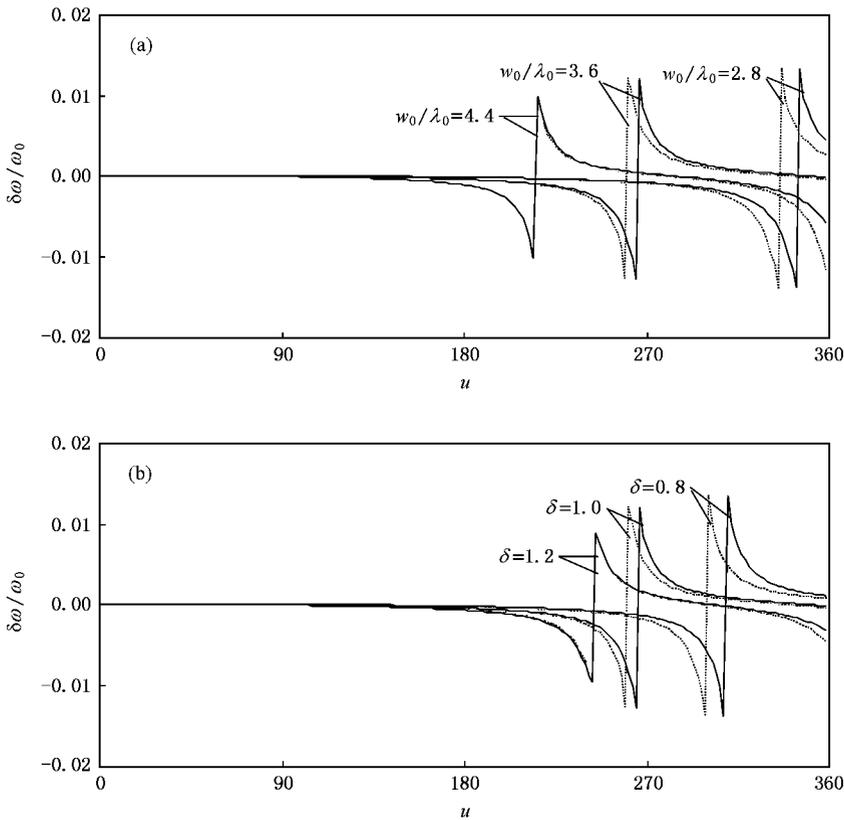


图 5 相对光谱移动 $\delta\omega/\omega_0$ 随 u 的变化曲线 虚线为傍轴近似计算结果.(a) $\delta = 1, w_0/\lambda_0 = 2.8, 3.6$ 和 4.4 (b) $w_0/\lambda_0 = 3.6, \delta = 0.8, 1.0$ 和 1.2

分别在 $w_0/\lambda_0 \leq 6, w_0/\lambda_0 \leq 4.8$ 和 $w_0/\lambda_0 \leq 3.8$ 时出现,即出现光谱开关的 w_0/λ_0 取值范围随 δ 的增加而减小.而用(8)和(16)式计算的描述光谱开关特征的两个物理量光谱极小值 S_{\min} 和光谱跃迁量 Δ 基本一致.当束腰宽度与中心波长之比 w_0/λ_0 和截断

参数 δ 大于某个特定值(例如 $w_0/\lambda_0 = 3.6, \delta \geq 1.2$ 或 $\delta = 1.0, w_0/\lambda_0 \geq 4.4$)时,用傍轴近似计算产生一阶光谱开关的临界位置与非傍轴结果一致.上述分析表明,傍轴近似出现误差主要表现在光谱开关的临界位置发生了变化,这由光强零值点位置发生变

化而引起.

图 6 为 $\delta = 1.2$, $w_0/\lambda_0 = 3.6$ 时,含有前三阶光谱开关的相对光谱移动 $\delta\omega/\omega_0$ 随 u 的变化曲线和与之对应的傍轴近似计算结果.由图 6 可知,傍轴近

似计算的光谱开关的临界位置误差随开关阶数的增加而增大,因此若要使傍轴近似用于高阶的光谱开关,则需更严格限制束腰宽度与中心波长之比 w_0/λ_0 和截断参数 δ 的取值.

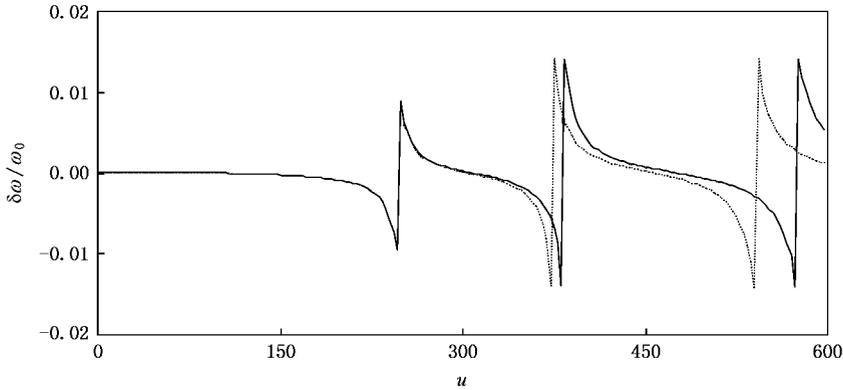


图 6 当 $\delta = 1.2$, $w_0/\lambda_0 = 3.6$ 时,相对光谱移动 $\delta\omega/\omega_0$ 随 u 的变化曲线 虚线为傍轴近似计算结果

4. 结 论

基于瑞利衍射积分公式,推导出了高斯光束被硬边光阑衍射后的光谱解析公式,傍轴近似的结果可作为其特例得到.研究了束腰宽度与中心波长之比 w_0/λ_0 和截断参数 δ 对光谱移动和光谱开关的影响.结果表明,用傍轴近似(16)式计算的光谱与(8)式计算结果不同,前者相对于后者可能有红移和蓝

移,产生光谱开关的临界位置发生变化, w_0/λ_0 和 δ 越小,开关阶数越高,两者之间差异越大.产生差异的原因是光强零值点位置的变化.只有 w_0/λ_0 和 δ 满足某种条件(例如 $\delta = 1.0$, $w_0/\lambda_0 \geq 4.4$ 或 $w_0/\lambda_0 = 3.6$, $\delta \geq 1.2$)时,傍轴近似计算结果才与非傍轴结果一致.因此,当研究束宽与波长可相比拟的强聚焦激光束或有大发散角的多色光的光谱移动和光谱开关时,考虑光场非傍轴性的影响是十分必要的.

- [1] Pu J X , Zhang H H , Nemoto S J 1999 *Opt. Commun.* **162** 57
 [2] Gbur G , Visser T D , Wolf E 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 013901
 [3] Foley J T , Wolf E 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 2510
 [4] Popescu G , Dogariu A 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 183902
 [5] Yadav B K , Rizvi S A M , Kandpal H C 2006 *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.* **8** 72
 [6] Ponomarenko S A , Wolf E 2002 *Opt. Lett.* **27** 1211
 [7] Zhao G P , Li B D 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2974 (in Chinese) [赵光普、吕百达 2004 物理学报 **53** 2974]
 [8] Zhao G P , Xiao X , Li B D 2004 *Chin. Phys.* **13** 2064

- [9] Zhao G P , Peng Y J , Li B D 2006 *Opt. Laser Tech.* **38** 101
 [10] Li B D , Duan K L 2003 *Opt. Lett.* **28** 2440
 [11] Duan K L , Li B D 2004 *J. Opt. Soc. Am.* **21** 1613
 [12] Liu P S , Li B D 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3724 (in Chinese) [刘普生、吕百达 2004 物理学报 **53** 3724]
 [13] Zhou G Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1572 (in Chinese) [周国泉 2005 物理学报 **54** 1572]
 [14] Mandel L , Wolf E 1995 *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge : Cambridge University Press) p185

Effect of nonparaxiality of optical field on spectral shift and spectral switching^{*}

Zhao Guang-Pu^{1,2)†} Xiao Xi¹⁾ Lü Bai-Da²⁾

¹ *Institute of Optoelectronic Information, Yibin University, Yibin 644007, China*

² *Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China*

(Received 30 October 2006 ; revised manuscript received 1 February 2007)

Abstract

Based on the Rayleigh diffraction integral, an analytical expression for the spectrum of polychromatic Gaussian beams diffracted at an aperture is derived, and the paraxial results are treated as a special case of our general expression. The main attention is focused on the effect of ratio of the waist width to the central wavelength w_0/λ_0 and truncation parameter δ on spectral shift and spectral switching. Only when w_0/λ_0 and δ satisfy certain conditions are the paraxial approximation results consistent with the nonparaxial ones. The nonparaxiality of field results in different spectral shifts and changes of the critical position where the spectral switching takes place.

Keywords : nonparaxial optical field, Gaussian beam, spectral shift, spectral switch

PACC : 4260H, 3370J

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10574097) and the Foundation for Applied Basic Research of Sichuan Province, China (Grant No. 05JY029-102).

[†] E-mail : ybzgp@126.com