

强非局域非线性介质中的涡旋光孤子^{*}

戴继慧 郭 旗[†] 史信荣

(华南师范大学光子信息技术实验室, 广州 510631)

(2006 年 11 月 20 日收到, 2007 年 3 月 27 日收到修改稿)

满足强非局域条件时, 光束在非局域非线性介质的传输过程由 Snyder-Mitchell 模型描述. 在旋转柱坐标系下求解了 Snyder-Mitchell 模型, 得到涡旋光孤子的自相似旋转解析解. 结果表明, 涡旋光孤子解在径向是惠特克函数与幂函数的乘积, 光束的光强呈环形分布, 光束绕光束中心旋转.

关键词: 非局域非线性介质, 强非局域性, 涡旋光孤子, 惠特克函数

PACC: 4265S

1. 引言

涡旋普遍存在于自然界中, 包括飓风、台风和流体的涡旋、光涡旋等等. 涡旋都是与波的相位奇异性相联系的, 在相位奇异点(或线)上相位是不确定的, 场的振幅(即强度)为零^[1]. 在光学领域, 光波由于相位奇异性形成涡旋光, 光束的相位围绕着奇异点(或线)旋转. 涡旋光孤子则是由于涡旋光在非线性介质中传输时光束的自聚焦效应与衍射效应相平衡的结果, 它不同于在横向具有恒定相位的单峰亮孤子, 其光束中心相位有奇异性, 是空间光孤子的另外一种形态. 近年来, 涡旋光孤子的研究唤起了科技工作者的极大兴趣, 研究的范围涉及 Kerr 介质、可饱和介质、竞争性非线性介质和其他非线性介质中涡旋光孤子的传输特性和动力学特征^[2-4]. 由于涡旋光孤子的有关性质, 使得它在光通信、光开关和光存储等领域有着潜在的应用价值.

基于对环型奇异光束在非线性 Kerr 介质和非线性可饱和介质中的传输特性研究, Desyatnikov 等^[5]通过求解非线性薛定谔方程, 提出所谓 Azimuthon(空间调制涡旋光孤子)概念, 在径向对称涡旋与旋转孤子团之间建立起联系. 但 Desyatnikov 等未对强非局域非线性介质中的涡旋光进行分析

讨论.

非局域非线性介质指的是这样的介质: 它对光场的非线性响应不仅与该点的光场有关而且与空间中其他点的光场有关. Snyder 和 Mitchell^[6]提出了强非局域非线性介质中的空间光孤子的线性模型, 大大推动了非局域空间光孤子的研究. 2004 年郭旗等^[7]提出了强非局域模型, 给出了从强非局域模型到 Snyder-Mitchell 模型的转化过程, 讨论了 $(1+1)$ 维和 $(1+2)$ 维空间孤子的相互作用和传输特性^[8-11], 还讨论了 $(1+1)$ 维和 $(1+2)$ 维直角坐标系下的 Hermite-Gauss 解^[12]和 $(1+2)$ 维柱坐标系下的 Laguerre-Gauss 解^[13], 并对椭圆高斯光束、椭圆光孤子以及相位调制高斯光束在强非局域非线性介质中传输特性进行了研究^[14-16]. 但到目前为止, 还未求解过光孤子在旋转状态时的解析解.

本文从非局域非线性薛定谔方程出发, 介绍了在不同非局域程度下的光束传输模型^[3, 6, 7], 着重就强非局域非线性介质中的传输方程(线性模型, 即 Snyder-Mitchell 模型)进行讨论. 通过对坐标系的变换, 在旋转柱坐标系下求解传输方程, 得到涡旋光孤子在强非局域非线性介质中的解析解. 这种自相似旋转解的径向分布是惠特克函数与幂函数的乘积, 在角向绕传输方向转动.

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10474023, 10674050)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20060574006)和广东省自然科学基金(批准号: 05005918)资助的课题.

[†] 通讯联系人, E-mail: guoqi@scnu.edu.cn

2. 傍轴条件下强非局域介质中涡旋光孤子的自相似旋转解

2.1. Snyder-Mitchell 模型

在非线性介质中,假设光束沿 z 轴方向传播,在傍轴近似条件下,电场可表示为

$$E(\tilde{\mathbf{r}},z,t)=u(\tilde{\mathbf{r}},z)\exp[\mathrm{i}(k_0z-\omega t)]+\text{c.c.},\tag{1}$$

式中 $\tilde{\mathbf{r}}=(x,y)$, $k_0=n_0\omega/c$ 是不考虑非线性效应时的波数(n_0 是介质的线性折射率), ω 是光频率, $u(\tilde{\mathbf{r}},z)$ 是电场的慢变包络振幅.

在非局域介质中,由光强 $I=|u|^2$ 引起介质折射率变化可表示为^[3,6,7]

$$\tilde{N}=\int K(\tilde{\mathbf{r}}-\tilde{\mathbf{r}}')K(\tilde{\mathbf{r}}',z)\mathrm{d}^2\tilde{\mathbf{r}}',\tag{2}$$

式中 $K(\mathbf{r})$ 是介质的响应函数,为对称的实函数,其宽度与光束宽度之比决定了非局域程度的大小,

$$\int \mathrm{d}^2\tilde{\mathbf{r}}=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

介质的响应函数满足下列归一化条件:

$$\int K(\tilde{\mathbf{r}})\mathrm{d}^2\tilde{\mathbf{r}}=1.$$

由非线性响应关系(2)式决定的傍轴光束传播的非线性薛定谔方程为

$$\mathrm{i}\frac{\partial u}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)u+k_0\eta\tilde{N}u=0,\tag{3}$$

式中 $\mu=1/2k_0$, η 是材料常数($\eta>0$ 和 $\eta<0$ 分别对应自聚焦和自散焦介质).

对方程(3)进行归一化处理,做下列变量代换:

$$X=\frac{x}{w_0},$$

$$Y=\frac{y}{w_0},$$

$$Z=\frac{z}{L_d},$$

$$\Phi=k_0w_0\eta^{1/2}u,$$

其中 $L_d=k_0w_0^2$ 是瑞利距离, w_0 是光束的初始束宽. 我们可以得到无量纲形式的非线性薛定谔方程

$$\begin{aligned} &\mathrm{i}\frac{\partial\Phi}{\partial Z}+\frac{1}{2}\nabla_{\perp}^2\Phi \\ &+\Phi\int K(\mathbf{r}-\mathbf{r}')K(\mathbf{r}',Z)\mathrm{d}^2\mathbf{r}'=0, \end{aligned}\tag{4}$$

其中 $\nabla_{\perp}^2=\frac{\partial^2}{\partial X^2}+\frac{\partial^2}{\partial Y^2}$ 是横向拉普拉斯算符,

$$\mathbf{r}=(X,Y).$$

对于局域介质的情形, $K(\mathbf{r})=\delta(\mathbf{r})$, 介质折射率的变化量

$$\begin{aligned} N(I) &= \int K(\mathbf{r}-\mathbf{r}')K(\mathbf{r}',Z)\mathrm{d}^2\mathbf{r}' \\ &= K(\mathbf{r},Z). \end{aligned}$$

对于弱非局域介质,介质响应函数的宽度远小于光束束宽,通过泰勒展开 $K(\mathbf{r})$ 并保留至二次项,介质折射率的变化量

$$N(I)=I+\frac{1}{4}\nabla_{\perp}^2I\int r'^2K(\mathbf{r}')\mathrm{d}^2\mathbf{r}'.$$

对于强非局域介质,介质响应函数的宽度远大于光束束宽,泰勒展开响应函数 $K(\mathbf{r})$ 并保留至二次项,介质折射率的变化量

$$\begin{aligned} N(I) &= K(0)P_0-\frac{1}{2}\gamma P_0r^2 \\ &\quad -\frac{1}{2}\gamma\int r'^2|u(\mathbf{r}',z)|^2\mathrm{d}^2\mathbf{r}', \end{aligned}$$

在强非局域情形下可以舍弃最后一项,并做如下变换^[9]:

$$\Phi(\mathbf{r},Z)=\psi(\mathbf{r},Z)\exp[\mathrm{i}K(0)P_0Z],$$

在这种情况下可以得到傍轴光束在强非局域非线性介质中传输的方程(Snyder-Mitchell 模型)^[6,7]

$$\mathrm{i}\frac{\partial\psi}{\partial Z}+\frac{1}{2}\nabla_{\perp}^2\psi-\frac{1}{2}\gamma P_0(X^2+Y^2)\psi=0,\tag{5}$$

式中 γ 为材料常数, P_0 为光束的入射功率.

$$\gamma=-\left.\frac{\partial^2 K(\mathbf{r}')}{\partial x_i'^2}\right|_{r'=0}.$$

2.2. 涡旋光孤子的自相似旋转解

考虑到涡旋光的对称环形特征,可以将方程(5)写成在圆柱坐标系 (ρ,φ,Z) 中的形式

$$\begin{aligned} &\mathrm{i}\frac{\partial\psi}{\partial Z}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\rho^2}+\frac{1}{2\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\rho} \\ &+\frac{1}{2\rho^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}-\frac{1}{2}\gamma P_0\rho^2\psi=0. \end{aligned}\tag{6}$$

在此,我们寻找方程的自相似旋转解^[5],设解的形式为

$$\psi(\rho,\varphi,Z)=V(\rho,\varphi-\Omega Z,Z)\exp(\mathrm{i}\Lambda Z),\tag{7}$$

式中 Ω 是涡旋光绕 Z 轴的旋转角速度.

为了直观地分析自相似旋转解,设定一个旋转坐标系 (ρ,θ,Z) ,它以角速度 Ω 围绕实验室坐标系 (ρ,φ,Z) 旋转,即 $\theta=\varphi-\Omega Z$,两坐标系的 Z 轴保持平行.此时(6)和(7)式可分别表示为

$$\mathrm{i}\frac{\partial V}{\partial Z}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial\rho^2}+\frac{1}{2\rho}\frac{\partial V}{\partial\rho}+\frac{1}{2\rho^2}\frac{\partial^2 V}{\partial\theta^2}$$

$$-i\Omega \frac{\partial V}{\partial \theta} - \Delta V - \frac{1}{2} \gamma P_0 \rho^2 V = 0, \quad (8)$$

$$\mathcal{V}(\rho, \theta, Z) = V(\rho, \theta, Z) \exp(i\Lambda Z), \quad (9)$$

式中 Λ 是旋转坐标系中的传播常数.

显而易见, 自相似旋转解所代表的涡旋光孤子将随着旋转坐标系以同样的角速度 Ω 围绕实验室坐标系 (ρ, φ, Z) 旋转, 同时沿着 Z 方向传播, 类似于环形楼梯状或螺旋型.

为求解方程 (8) 的自相似旋转解析解, 我们进行适当的简化分析, 并假设试探解有下列形式:

$$V(\rho, \theta, Z) = U(\rho, Z) \exp(im\theta). \quad (10)$$

由于涡旋光孤子稳定传输的特点, $U(\rho, Z)$ 包含了与圆柱坐标系中径向坐标 ρ 和 Z 有关的振幅部分, 但振幅在极角 θ 方向无变化. $U(\rho, Z)$ 还包含了与传输方向 Z 有关(可能还与 ρ 有关)的相位成分. 而线性变化的相位因子 $\Psi' = m\theta$ 反映了具有螺旋型或环形楼梯状特性的相位分布, 其中整数 m 称为涡旋的拓扑指数(topological index 或 topological charges). 由于场的周期性, 拓扑指数 m 取整数值, 其正负号由涡旋旋转方向决定.

将试探解 (10) 代入方程 (8) 中, 可以得到

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \rho^2} + \frac{1}{2\rho} \frac{\partial U}{\partial \rho} - \left(\Lambda + \frac{1}{2} \gamma P_0 \rho^2 + \frac{m^2}{2\rho^2} - m\Omega \right) U = 0. \quad (11)$$

引入变量代换^[13]

$$U(\rho, Z) = \rho^m \mathcal{A}(\rho, Z), \quad (12)$$

方程 (11) 变为下列形式:

$$i \frac{\partial G}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial \rho^2} + \frac{2m+1}{2\rho} \frac{\partial G}{\partial \rho} - \left(\Lambda + \frac{1}{2} \gamma P_0 \rho^2 - m\Omega \right) G = 0. \quad (13)$$

方程 (13) 可通过分离变量法求解. 设

$$\mathcal{A}(\rho, Z) = M(\rho) \Psi(Z), \quad (14)$$

我们得到下面两个常微分方程:

$$\frac{d^2 M}{d\rho^2} + \frac{1+2m}{\rho} \frac{dM}{d\rho} - [2\Lambda + \gamma P_0 \rho^2 - 2m\Omega + 2\sigma] M = 0, \quad (15)$$

$$\frac{d\Psi}{dZ} - i\sigma\Psi = 0. \quad (16)$$

方程 (16) 的解有下列形式:

$$\Psi(Z) \propto \exp(i\sigma Z), \quad (17)$$

式中 σ 是任意常数. 由于 (7) 式中含有相位成分 $\exp(i\Lambda Z)$, 我们可以将 (17) 式中的相位归并在 $\exp(i\Lambda Z)$ 中. 不失一般性, 取 $\sigma = 0$, 就有

$$U(\rho, Z) = U(\rho) = \rho^m M(\rho). \quad (18)$$

设 $\zeta = \rho^2$, 方程 (15) 变为

$$\zeta \frac{d^2 M}{d\zeta^2} + (1+m) \frac{dM}{d\zeta} - \frac{1}{2} (\Lambda - m\Omega) M - \frac{1}{4} \gamma P_0 \zeta M = 0. \quad (19)$$

为简化方程, 我们设方程中的有关系数

$$\chi = 1 + m, \quad (20)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} (\Lambda + 1 + m - m\Omega). \quad (21)$$

做下列变量代换:

$$M = \zeta^{-\chi/2} W(\zeta). \quad (22)$$

方程 (19) 变为

$$\frac{d^2 W}{d\zeta^2} + \left[-\frac{1}{4} \gamma P_0 + \left(\frac{\chi}{2} - \alpha \right) \frac{1}{\zeta} + \frac{\chi}{2} \left(1 - \frac{\chi}{2} \right) \frac{1}{\zeta^2} \right] W = 0. \quad (23)$$

令

$$\chi = 1 + 2n, \\ \frac{\chi}{2} - \alpha = \kappa,$$

可以得到下列方程:

$$\frac{d^2 W}{d\zeta^2} + \left(-\frac{1}{4} \gamma P_0 + \frac{\kappa}{\zeta} + \frac{1/4 - n^2}{\zeta^2} \right) W = 0. \quad (24)$$

当 $P_0 = P_c = 1/\gamma$ 时, 入射光束的功率等于光束保持稳定传输的临界功率^[7], 涡旋光的自聚焦效应与衍射效应取得平衡, 形成涡旋光孤子, 方程 (24) 有精确解析解. 此时方程简化为下面的惠特克方程^[17]:

$$\frac{d^2 W}{d\zeta^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{\kappa}{\zeta} + \frac{1/4 - n^2}{\zeta^2} \right) W = 0. \quad (25)$$

惠特克方程的解是惠特克函数 $W_{\kappa, n}(\zeta)$, 其定义是

$$W_{\kappa, n}(\zeta) = -\exp(-\zeta/2) \zeta^{\kappa} \frac{\Gamma\left(\kappa + \frac{1}{2} - n\right)}{2\pi i} \int_{\infty}^{(0+)} \exp(-t) (t - \zeta)^{\kappa - \frac{1}{2} + n} \left(1 + \frac{t}{\zeta}\right)^{\kappa - \frac{1}{2} + n} dt \\ \left(\kappa + \frac{1}{2} - n \neq 0, -1, -2, \dots; |\arg(\zeta)| < \pi, |\arg(-t)| \leq \pi \right), \quad (26)$$

式中 $\Gamma\left(\kappa + \frac{1}{2} - n\right)$ 为伽马函数.

设定参量 $l = \kappa - \frac{1}{2} - \frac{m}{2}$. 当 $l = 0, 1, 2, \dots$ 时, 我们依次将(26)式代入(22)(18)(10)(9)和(7)式, 最后得到涡旋光孤子的自相似旋转解的表达式

$$\psi(\rho, \varphi, Z) = C_{km} \rho^{-1} W_{-\frac{\kappa}{2}, \frac{m}{2}}(\rho^2) \exp(im\varphi) \exp(iKZ) \quad (27)$$

式中 C_{km} 是归一化常数, K 是实验室坐标系中的传播常数.

$$K = -2\kappa = \Lambda - m\Omega.$$

涡旋光孤子径向分布由下列关系式决定:

$$U(\rho) = \rho^{-1} W_{-\frac{\kappa}{2}, \frac{m}{2}}(\rho^2). \quad (28)$$

图1—图4分别给出了拓扑指数 $m = 1, 2, -1, -2$ 时涡旋光孤子光强的径向分布曲线. 拓扑指数的正负号代表了涡旋的旋转方向是右旋或左旋, 当 $m = 0$ 时无相位奇异性, 非涡旋情形, 不属本文讨论范围, 但本文给出的一般表达式仍适用.

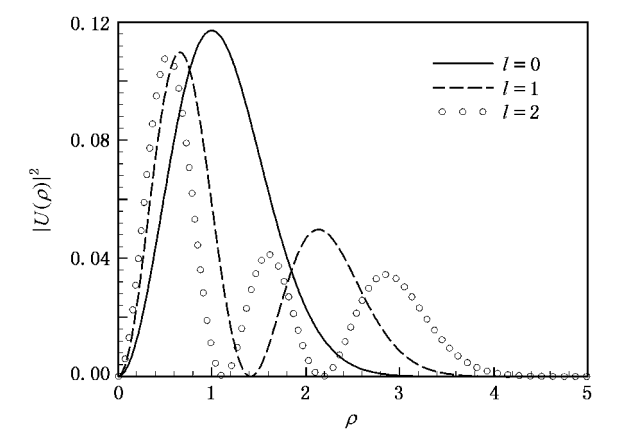


图1 拓扑指数 $m = 1$ 时涡旋光孤子光强的径向分布曲线

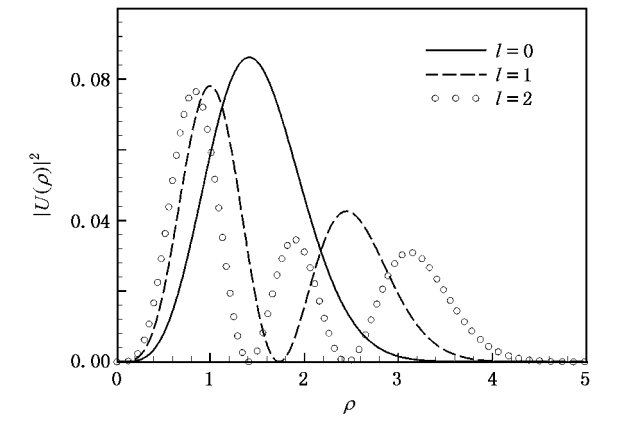


图2 拓扑指数 $m = 2$ 时涡旋光孤子光强的径向分布曲线

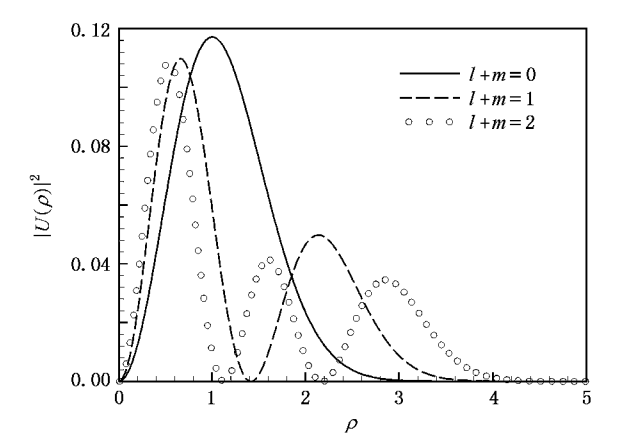


图3 拓扑指数 $m = -1$ 时涡旋光孤子光强的径向分布曲线

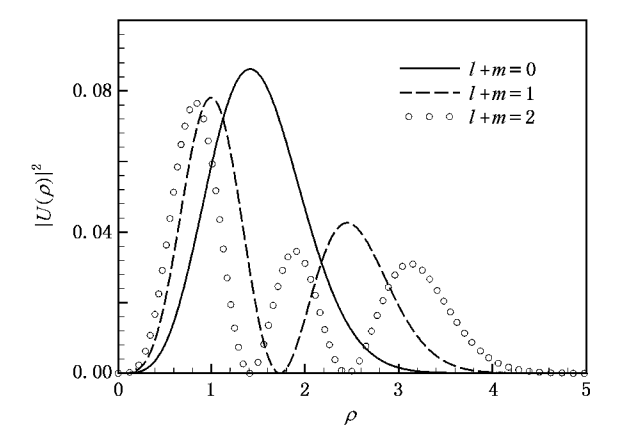


图4 拓扑指数 $m = -2$ 时涡旋光孤子光强的径向分布曲线

在拓扑指数相同时, 对应不同的 l 值, 涡旋光孤子光强分布曲线分别呈现单峰、双峰、三峰等特征; 在拓扑指数不同时, 如果 l 值保持相同(m 取正整数时)或 $l + m$ 保持相同(m 取负整数时), 涡旋光孤子光强分布曲线单峰、双峰、三峰等特征相同. 图5给出了涡旋光孤子的单环、双环和三环光强分布.

涡旋光孤子相位线性变化, 相位分布具有螺旋型或环形楼梯状的特性, 在涡旋光孤子中心($\rho = 0$)处光强为零. 涡旋光孤子在实验室坐标系和旋转坐标系中的传播常数的关系为 $K = \Lambda - m\Omega$, 其中 Ω 是涡旋光旋转角速度. 涡旋光孤子旋转波前如图6所示.

当 m 取零或正整数的特别情形下, 对方程(25)进行下列变量代换:

$$Q(\zeta) = \zeta^{-\frac{m+1}{2}} \exp(\zeta/2) W_{-\frac{\kappa}{2}, \frac{m}{2}}(\zeta), \quad (29)$$

惠特克方程演变为下列 Laguerre 方程:

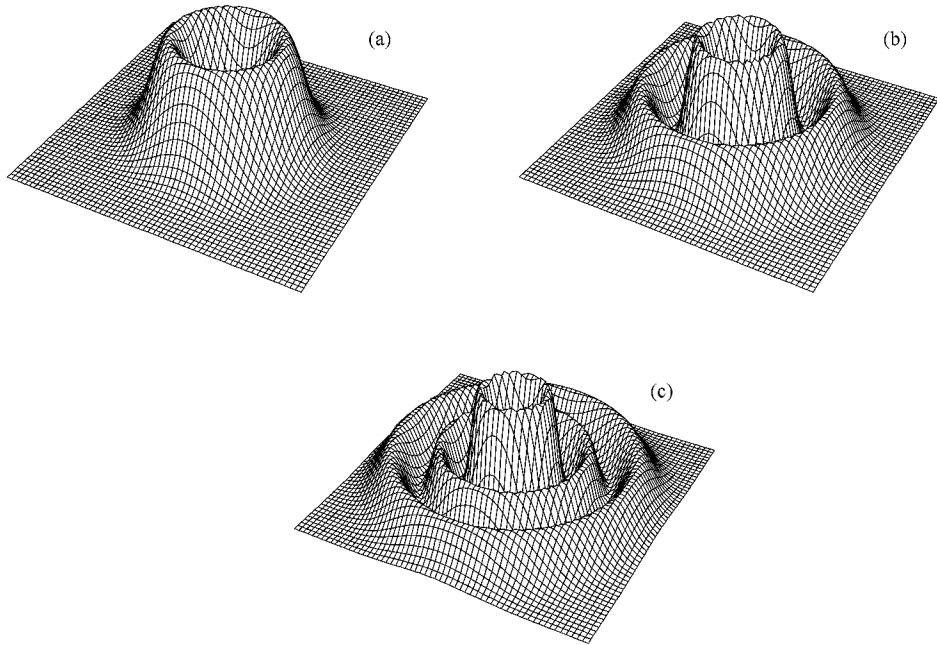


图5 涡旋光孤子单环、双环和三环光强分布图 (a)单环 (b)双环 (c)三环

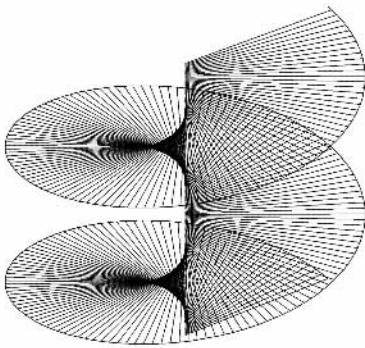


图6 涡旋光孤子旋转波前示意图

$$\zeta \frac{d^2 Q}{d\zeta^2} + (m+1-\zeta) \frac{dQ}{d\zeta} + lQ = 0. \quad (30)$$

Laguerre 方程在 m 取零或正整数时的解是 Laguerre 多项式, 定义为

$$L_l^m(\zeta) = \frac{\Gamma(m+1+l)}{l! \Gamma(m+1)} K(-l, m+1, \zeta) \quad (31)$$

式中 $\Gamma(m+1+l)$ 和 $\Gamma(m+1)$ 为伽马函数, $K(-l, m+1, \zeta)$ 为库末函数. 此时, 涡旋光孤子的自相似旋转解的表达式退化为下列形式:

$$\begin{aligned} \psi = & D_{km} \rho^m L_{-\frac{m}{2}}^m(\rho^2) \exp(-\rho^2/2) \\ & \times \exp(im\varphi) \exp(iKZ) \\ & (m = 0, 1, 2, \dots), \end{aligned} \quad (32)$$

式中 D_{km} 是归一化常数.

(32) 式给出的 Laguerre-Gauss 函数与幂函数乘积形式的涡旋光孤子解是涡旋光孤子自相似旋转解 (27) 式在 m 取零或正整数时的特殊情形. 这种特殊情形下解的表达式与张霞萍等^[13] 的 Laguerre-Gauss 解的表达式在形式上是相似的. 由于涡旋光孤子的旋转特性, 涡旋光孤子在实验室坐标系和旋转坐标系中的传播常数有以下关系: $K = \Lambda - m\Omega$, 从而 (32) 式与文献[13] 的表达式的传播常数是不同的. 所以, 文献[13] 的 Laguerre-Gauss 解的表达式是本文给出的涡旋光孤子自相似旋转解 (27) 式在拓扑指数 m 取非负数且旋转角速度 Ω 为零时的特例.

3. 结 论

基于 Snyder-Mitchell 模型, 我们在旋转柱坐标系下求解了涡旋光孤子在强非局域非线性介质中的解析解. 这种自相似旋转解是一种旋转的环型光孤子, 其振幅是惠特克函数与幂函数(ρ^{-1})的乘积形式, 光强分布呈现单环或多环特征. 在角向, 光束绕传输方向(z 轴)转动, 涡旋中心处光强为零, 是相位奇异点. 孤子相位具有螺旋型或环行楼梯状分布特征. 在特别情形下, 涡旋光孤子的惠特克函数与幂函数乘积形式的解将退化为 Laguerre-Gauss 函数与幂函数乘积形式的解.

- [1] Berry M 2000 *Nature* **403** 21
- [2] Tikhonenko V , Kivshar Y S , Steblina V , Zozulya A 1998 *J. Opt. Soc. Am. B* **15** 79
- [3] Krolikowski W , Bang O , Nikolov N I , Neshev D , Wyller J , Rasmussen J J , Edmundson D 2004 *J. Opt. B-Quantum S. O.* **6** S288
- [4] Lu Y , Liu S M , Wang D Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1300 (in Chinese) [陆 猗、刘思敏、汪大云 2002 物理学报 **51** 1300]
- [5] Desyatnikov A S , Sukhorukov A A , Kivshar Y S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 203904
- [6] Snyder A W , Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [7] Guo Q , Luo B , Yi F , Chi S , Xie Y 2004 *Phys. Rev. E* **69** 016602
- [8] Xie Y Q , Guo Q 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3020 (in Chinese) [谢逸群、郭 旗 2004 物理学报 **53** 3020]
- [9] Xie Y Q , Guo Q 2004 *Opt. Quantum Electron.* **36** 1335
- [10] Guo Q 2004 *Optical Transmission , Switching , and Subsystems* (Washington : SPIE) p581
- [11] Xu C B , Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5194 (in Chinese) [许超彬、郭 旗 2005 物理学报 **54** 5194]
- [12] Zhang X P , Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3178 (in Chinese) [张霞萍、郭 旗 2005 物理学报 **54** 3178]
- [13] Zhang X P , Guo Q , Hu W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5189 (in Chinese) [张霞萍、郭 旗、胡 巍 2005 物理学报 **54** 5189]
- [14] Wang X H , Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3183 (in Chinese) [王形华、郭 旗 2005 物理学报 **54** 3183]
- [15] Qin X J , Guo Q , Hu W , Lan S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1237 (in Chinese) [秦晓娟、郭 旗、胡 巍、兰 胜 2006 物理学报 **55** 1237]
- [16] Shao Y Q , Guo Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2751 (in Chinese) [邵毅全、郭 旗 2006 物理学报 **55** 2751]
- [17] Wang Z X , Guo D R 2000 *Introduction to Special Function* (Beijing : Peking University Press) p291 (in Chinese) [王竹溪、郭敦仁 2000 特殊函数概论(北京 : 北京大学出版社) 第 291 页]

Optical vortex solitons in strongly nonlocal nonlinear media^{*}

Dai Ji-Hui Guo Qi[†] Shi Xin-Rong

(Laboratory of Photonic Information Technology , South China Normal University , Guangzhou 510631 , China)

(Received 20 November 2006 ; revised manuscript received 27 March 2007)

Abstract

We solved the equations of the Snyder-Mitchell model , which is a model describing the propagation of optical beams in nonlocal nonlinear media with strong nonlocality , in a rotating cylindrical coordinate system , and obtained a self-similar analytical solution of an optical vortex soliton . The result shows that the radial part of the solution is the product of the Whittaker and power function . The beam has a ring-shaped structure rotating around its core .

Keywords : nonlocal nonlinear media , strong nonlocality , optical vortex solitons , Whittaker function

PACC : 4265S

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10474023 , 10674050) , the Doctoral Program Foundation of Institution of Higher Education of China (Grant No. 20060574006) and the Natural Science Foundation of Guangdong Province , China (Grant No. 05005918) .

[†] Corresponding author . E-mail : guoq@sncu.edu.cn