

# 左右手系材料界面处全反射行为的特性\*

石 刚 岑洁萍 樊 莉 刘拥军†

(扬州大学物理科学与技术学院,扬州 225000)  
(2006 年 11 月 13 日收到,2007 年 1 月 10 日收到修改稿)

基于电磁场理论,推导出左右手系材料界面处发生全反射时的物理特性,分析了相位变化情况.提出利用左右手系材料构成周期性结构,观测全反射时介质中隐失波干涉的实验设想,并从理论上计算了干涉条纹的分布.

关键词:左手材料,负折射率,全反射,隐失波

PACC: 4270F, 4225G

## 1. 引 言

1968 年,前苏联科学家 Veselago<sup>[1]</sup>首次提出,若介质的介电常数  $\epsilon$  和磁导率  $\mu$  均为负值,电磁波在其中传播时将出现奇特的电磁行为.然而自然界中并不存在这种介质,故当时未引起广泛重视.2001 年加州大学 San Diego 分校的 Shelby 等<sup>[2]</sup>根据 Pendry 等建议,利用以铜为主的复合材料首次制造出在微波波段具有负介电常数、负磁导率的物质,证明了这种奇特介质可在实验室中由人工制造.对于这种材料的研究重新引起了广泛关注.我国研究人员也在实验上对这种材料的性质进行了测量<sup>[3,4]</sup>.在左右手系材料界面处,电磁波也会发生全反射现象,本文重点就其全反射时相位的变化进行研究.

## 2. 电磁波在左手系材料中的行为特性

由 Maxwell 方程组可知,平面单色波波矢  $k$ 、电场强度  $E$  和磁场强度  $H$  满足下列关系:

$$\begin{aligned} k \times E &= \omega\mu_0\mu H, \\ k \times H &= -\omega\epsilon_0\epsilon E. \end{aligned} \quad (1)$$

由(1)式可以看出,当  $\epsilon$  和  $\mu$  均为负值时, $k$ ,  $E$  和  $H$  之间满足左手螺旋关系,而不是通常我们熟悉的右手螺旋关系,因此这种材料就被称为左手材料.相对地,通常的材料则可称为右手材料.

由于代表电磁波能流传播方向的坡印亭矢量定

义为  $S = E \times H$ , 式中不含  $\epsilon$  和  $\mu$ , 因此不论是在左手材料中还是在右手材料中, $E$ ,  $H$ ,  $S$  三者的方向始终呈右手螺旋关系.从而可以得出一个有趣的结论:在右手材料中,能量流动方向和电磁波的传播方向是一致的,而在左手材料中,两者的方向却是相反的.

下面研究单色平面波入射到左右手系材料界面处的折射问题.图 1 为左右手系材料界面处发生折射现象的示意图,介质 1 为右手系材料,介质 2 为左手系材料,并设电磁波由介质 1 入射介质 2.

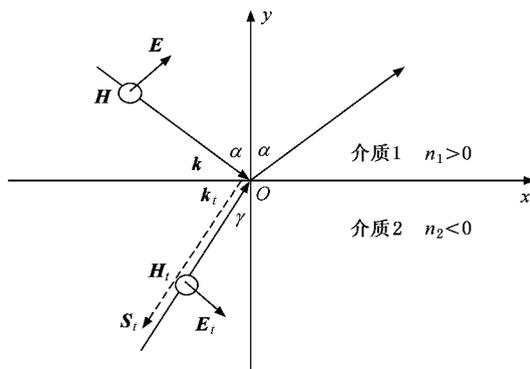


图 1 左右手系材料界面处发生的折射现象

由 Maxwell 边界条件

$$\begin{aligned} j \times (E_2 - E_1) &= 0, \\ j \times (H_2 - H_1) &= 0, \\ j \cdot (D_2 - D_1) &= 0 \end{aligned}$$

可以推知,折射光线与入射光线位于界面法线同侧,

\* 江苏省高等学校自然科学基金(批准号 05KJB14047)资助的课题.

† E-mail: yjliu@yzu.edu.cn

相当于折射角为负值,且在介质 2 中折射波波矢  $k_t$  的方向与能流密度

$$S_t = E_t \times H_t$$

的方向相反. 折射角的大小仍由 Snell 定律

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \gamma$$

确定. 如果左手材料折射率  $n_2$  取负值, Snell 定律在左手材料中仍是成立的<sup>[5,6]</sup>. 故这种材料也被称为负折射率材料.

### 3. 左右手系材料界面处发生全反射时的相位特征

图 2 为左右手系材料界面处发生全反射现象的示意图. 图 2 中电磁波从介质 1 入射介质 2, 介质 1 为右手系材料, 介质 2 为左手系材料, 且  $-n_2 < n_1$ , 当入射角  $\alpha$  满足

$$\sin \alpha > -\frac{n_2}{n_1},$$

在两介质界面上同样发生全反射现象<sup>[7]</sup>.

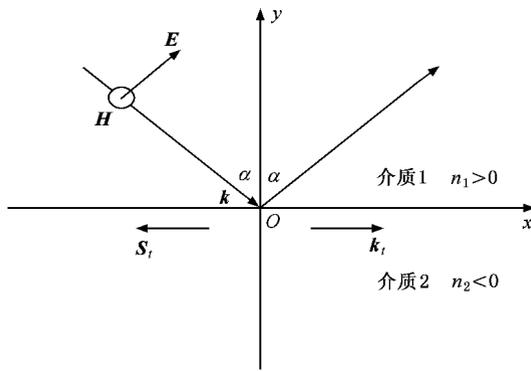


图 2 左右手系材料界面处发生的全反射现象

设入射波为单色平面波, 其电场强度表示为

$$E = E_0 e^{i(k \cdot r - \omega t)},$$

且方向平行入射面, 折射波电场分量表示为

$$E_t = E_{t0} e^{i(k_t \cdot r - \omega t)}.$$

由 Maxwell 边值关系易知

$$k_x = k_{tx},$$

由于

$$\sin \alpha > -\frac{n_2}{n_1},$$

故

$$k_{tx} > k_t,$$

因而

$$\begin{aligned} k_{ty} &= \sqrt{k_t^2 - k_{tx}^2} \\ &= \pm i k \sqrt{\sin^2 \alpha - \frac{n_2^2}{n_1^2}}. \end{aligned} \quad (2)$$

为了简化(2)式, 令

$$A = \pm k \sqrt{\sin^2 \alpha - \frac{n_2^2}{n_1^2}},$$

则(2)式变为

$$k_{ty} = iA. \quad (3)$$

介质 2 中电场

$$E_t = E_{t0} e^{i(k \cdot r - \omega t)},$$

代入(3)式并取实部得

$$E_t = E_{t0} e^{-Ay} \cos(k_x x - \omega t). \quad (4)$$

(4)式仍然是 Helmholtz 方程的解, 代表在介质 2 中传播的一种可能的波模<sup>[8]</sup>. 根据能量守恒, 介质 2 中的波是沿  $y$  轴负向衰减的隐失波, 故取

$$A = k \sqrt{\sin^2 \alpha - \frac{n_2^2}{n_1^2}}.$$

这与正常材料完全一致. 但是, 注意到该隐失波的波矢  $k_t$  是沿  $x$  轴正向, 而在左手材料中能流密度与波矢的方向相反, 故能量沿  $x$  轴负向传播, 这与两种正常材料界面处的全反射现象显著不同.

对于各项同性介质, 有

$$H_t = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} E_t = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} E_{t0} e^{i(k_x x + iAy - \omega t)}.$$

取其实际部

$$\text{Re}(H_t) = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} E_{t0} e^{-Ay} \cos(k_x x - \omega t). \quad (5)$$

由(4)式可求得隐失波的电场分量

$$E_{tx} = -\frac{n_1}{n_2} \frac{A}{k} E_{t0} e^{-Ay} \sin(k_x x - \omega t), \quad (6)$$

$$E_{ty} = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha E_{t0} e^{-Ay} \cos(k_x x - \omega t), \quad (7)$$

其中用到变换

$$\sin \gamma = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha,$$

$$\cos \gamma = i \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \alpha - 1}.$$

这里的  $\gamma$  是介质 2 中隐失波的折射角, 它是小于零的.

比较(5)(6)(7)三式, 并注意到  $n_2 < 0$ , 得到在左右系材料界面处发生全反射时,  $E_{tx}$  与  $H_t$  的相位差为  $\pi/2$ ,  $E_{ty}$  与  $H_t$  的相位差为  $\pi$ . 而我们知道对于

两种正常材料的界面处发生的全反射,  $E_{lx}$  与  $H_l$  的相位差也为  $\pi/2$ ,  $E_{ly}$  则与  $H_l$  是同相的. 可见, 左右手系材料界面处发生全反射和两种正常材料界面处全反射时隐失波的相位变化是不同的.

#### 4. 隐失波干涉的理论计算

在两种正常材料界面处和左右手系材料界面处发生全反射时, 介质 2 内部都会在一个薄层内有隐失波产生, 这是理论计算的结果. 实验上无法观测隐失波. 而现在可以利用左手材料中能流密度  $S$  与波矢  $k$  方向相反这一特性, 让两列隐失波在介质中相

遇, 并产生稳定的干涉条纹, 从而观测隐失波并在实验上证明其存在. 下面给出理论上的计算.

图 3 为实现隐失波干涉的示意图. 使宽度为  $a$  的左手材料和右手材料周期性排列, 设介质 1 的折射率为  $n$ , 介质 2 的折射率为  $n_+$ , 介质 3 的折射率为  $n_-$ , 且满足  $n > n_+ > 0, n_- < 0, n > -n_-$ .  $x = 0$  为介质 2、介质 3 的界面;  $y = 0$  为介质 1、介质 2, 介质 1、介质 3 的界面. 两列平面单色波满足相干条件, 分别从介质 1 平行入射  $x = a/2, x = -a/2$  处, 入射角  $\alpha$  满足  $\sin\alpha > \frac{n_+}{n}$  且  $\sin\alpha > -\frac{n_-}{n}$ , 两列波均发生全反射.

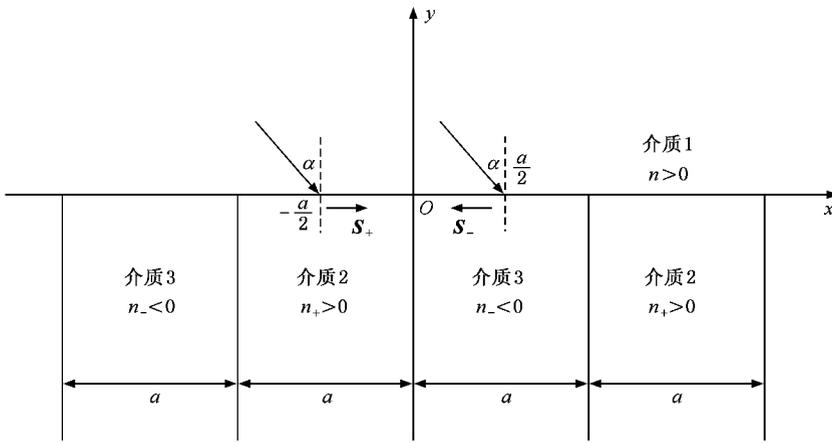


图 3 左右手系材料的周期性结构实现隐失波的干涉

在介质 2 中隐失波的能量密度将沿  $x$  轴正向传播, 介质 3 中隐失波的能量密度将沿  $x$  轴负向传播, 两列波在  $x = [-a/2, a/2]$  的空间相遇, 发生干涉.

(4) 式中取  $y = 0$ , 考察介质表面的干涉现象. 设任意  $x = r$  处  $0 \leq r \leq \frac{a}{2}$ , 则光程差

$$\delta = ans\sin\alpha + \frac{a}{2}(n_- - n_+) - 2rn_-$$

$$= \begin{cases} m\lambda & (\text{明纹}), \\ (2m+1)\frac{\lambda}{2} & (\text{暗纹}), \end{cases} \quad (8)$$

式中  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ;  $\lambda$  为该平面波在真空中的波长. 在  $-\frac{a}{2} \leq r \leq 0$  处, 光程差

$$\delta = ans\sin\alpha + \frac{a}{2}(n_- - n_+) - 2rn_+$$

$$= \begin{cases} m\lambda & (\text{明纹}), \\ (2m+1)\frac{\lambda}{2} & (\text{暗纹}). \end{cases} \quad (9)$$

(8)(9) 两式表明, 实验上若选择适当的  $n, n_+, n_-$  以及介质宽度  $a$  和入射角  $\alpha$ , 则可在  $y = 0$  的介质表面观测到稳定的干涉图样.

这里值得一提的是,  $n_- < 0$  表明在左手材料中光程为负值, 这是由于相速度与能流密度  $S$  方向相反的缘故. 这也是左手材料与正常材料显著不同的特性.

#### 5. 结 论

本文分析了电磁波在左右手系材料界面处发生全反射时的相位变化, 发现与正常材料有显著的不同, 具有特殊的物理意义. 提出利用左手材料和右手材料构成的周期性结构观测隐失波的干涉现象, 并从理论上计算了干涉条纹的分布, 证明了实验构想的合理性. 利用左右手系材料界面处的全反射特性可以实现以前无法实现的光学功能, 为光学器件的设计和應用开拓了新的领域.

- [ 1 ] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. Usp.* **10** 509
- [ 2 ] Shelby R A , Smith D R , Schultz S 2001 *Science* **292** 77
- [ 3 ] Zheng Q , Zhao X P , Fu Q H , Zhao Q , Kang L , Li M M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5683 ( in Chinese ) [ 郑 晴、赵晓鹏、付全红、赵乾、康 雷、李明明 2005 物理学报 **54** 5683 ]
- [ 4 ] Shi H Y , Jiang Y Y , Sun X D , Guo R H , Zhao Y P 2005 *Chin. Phys.* **14** 1571
- [ 5 ] Smith D R , Kroll N 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2933
- [ 6 ] Richard W , Ziokowski , Heyman E 2001 *Phys. Rev. E* **64** 056625
- [ 7 ] Yang L G , Gu P F , Huang B Q , Wang J P 2003 *Acta Photon. Sin.* **32** 1226 ( in Chinese ) [ 杨立功、顾培夫、黄弼勤、王建浦 2003 光子学报 **32** 1226 ]
- [ 8 ] Zhang G M , Peng J C , Jian Z J , Huang X Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1846 ( in Chinese ) [ 张高明、彭景翠、翦知渐、黄小益 2006 物理学报 **55** 1846 ]

## Characteristics of total reflection at interface between left-handed and right-handed materials<sup>\*</sup>

Shi Gang Cen Jie-Ping Fan Li Liu Yong-Jun<sup>†</sup>

( College of Physics Science and Technology , Yangzhou University , Yangzhou 225000 , China )

( Received 13 November 2006 ; revised manuscript received 10 January 2007 )

### Abstract

Characteristics of total reflection at the interface between left-handed and right-handed materials are derived from electromagnetic theory , and the phase is researched. The experimental idea of observing interference fringes of evanescent waves , when total reflection takes place at the interface is discussed , and the distribution of interference fringes is calculated from electromagnetic theory .

**Keywords** : left-handed materials , negative index of refraction , total reflection , evanescent waves

**PACC** : 4270F , 4225G

<sup>\*</sup> Project supported by the Natural Science Foundation of Higher Education Institution of Jiangsu Province , China ( Grant No. 05KJB14047 ).

<sup>†</sup> E-mail : yjliu@yzu.edu.cn