# 含有周期球腔的黏弹性覆盖层消声性能分析\*

赵宏刚\* 刘耀宗 温激鸿 郁殿龙 温熙森

(国防科学技术大学机电工程研究所,长沙 410073) (2006年10月31日收到2007年1月10日收到修改稿)

利用散射矩阵法分析了单个球状空腔在黏弹性橡胶中的 Mie 散射特性以及振动模式.以此为基础,利用多重 散射法分析了不同背衬条件下,含有单层周期球状空腔的橡胶覆盖层(厚度为 8 mm)的消声性能.结果表明,单个球 腔的径向共振对覆盖层的低频消声性能有重要贡献,覆盖薄层在共振区具有良好的消声性能.最后,设计了双层消 声覆盖层(厚度为 20 mm),有效拓展了消声带宽.

关键词:Mie散射,多重散射法,消声材料,声子晶体 PACC:4320,6780C,4340

# 1.引 言

在橡胶、聚氨酯等黏弹性介质中加入金属 球<sup>[12]</sup>、球状空腔<sup>[3-5]</sup>、短圆柱<sup>[6-8]</sup>等散射粒子,利用 散射粒子间的多重散射效应以及基体材料的阻尼特 性对入射声波进行耗散 是潜艇隐身覆盖层设计的 重要技术途径 通常 覆盖层选用与水阻抗相匹配的 阻尼材料作为基体 使声波最大限度地进入消声覆 盖层 降低反射声波能量,覆盖层的吸声效应常出现 在散射粒子共振区 这是由于粒子共振可增强覆盖 层对入射声波的耗散,粒子共振产生的有利于声波 耗散的主要效应如下(1)使耗散效率低的入射纵波 向高耗散横波转化(2)降低覆盖层的有效声速(3) 改变入射波传播路径 增加入射波传播距离,早期的 工作通常是在含球腔的覆盖层方面, Gaunaurd 等<sup>[3]</sup> 基于单体 Mie 散射 对发泡橡胶的声学特性进行预 测 但 Gaunaurd 等在研究中并未考虑球腔间的多重 散射效应,近年来,消声覆盖层的理论研究有很大进 展 其中多是采用数值计算方法,文献 7.8 采用有 限元法 对含空腔结构的覆盖层声学性能进行了仿 真,有限元法的优点是可计算各种形状空腔的声学 性能 但在研究中缺乏对机理的认识 汤渭霖等[6]采

用柱面波展开法,半解析地对含有周期短圆柱空腔的吸声覆盖层声学性能进行仿真,研究结果表明,圆 柱腔内的轴对称波对覆盖层的低频消声特性具有重 要贡献.

声子晶体是指具有周期结构的声学复合材 料<sup>9]</sup>.近年来,声子晶体的研究方兴未艾<sup>9-24]</sup>.相关 工作为非均匀复合材料声学特性的研究提供了重要 的理论方法,这些方法有多重散射法<sup>10-13]</sup>、平面波 展开法<sup>14,15]</sup>、时域有限差分法<sup>16]</sup>以及集中质量 法<sup>[17-19]</sup>等,同时,声子晶体的研究促进了复合材料 中散射粒子动力学特性的深入研究[19-24].最近, Ivansson<sup>[45]</sup>利用声子晶体研究中的多重散射法,对 含有周期球状空腔的黏弹性覆盖层的消声性能进行 了分析, Ivansson 的研究结果表明,考虑多重散射效 应后 覆盖层消声频率与基于单体共振理论所获得 的消声频率间存在明显差异,并指出多重散射效应 需认真考虑, Ivansson 在研究中所取的背衬为半无限 钢板介质,这与实际背衬不符,本文利用多重散射理 论<sup>10-12]</sup>分析了含单层周期分布球状空腔的黏弹性 橡胶覆盖层消声性能 并借助单个球形空腔的 Mie 共 振 揭示了覆盖层消声性能产生的物理机制 然后系 统地讨论了材料阻尼和背衬对覆盖层消声性能的影 响,最后设计了双层消声覆盖层,实现了宽带吸声,

<sup>\*</sup> 国家重点基础研究发展规划(批准号 51307)和国家自然科学基金(批准号 50575222)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: zhhg9603@yahoo.com.cn

### 2. 模型与多重散射理论

#### 2.1. 模 型

在笛卡儿坐标系下,图1给出了含单层周期球腔的橡胶覆盖层结构模型.从图1(a)可以看出,覆盖层是沿厚度方向的多层结构.覆盖层前端为半无限水介质,一列平面纵波从其中垂直入射.覆盖层后端为背衬,通常为有限厚度钢板层后跟随半无限水或空气介质.为简化分析,假设覆盖层沿*xy*平面无限延伸.覆盖层内含有单层正方形周期排列的球形空腔(图中剖面线部分),其横截面如图1(b)所示. 球腔半径为r,相邻球腔间的最短距离,即晶格常数记为*a*.



图 1 含有单层球形空腔的橡胶覆盖层消声结构 (a)厚 度方向截面(b)橡胶内球腔正方周期排列,*a*<sub>1</sub>,*a*<sub>2</sub>分别表 示正方点阵基矢

#### 2.2. 多重散射法

均匀介质中,弹性波位移满足如下二阶偏微分 方程:

$$(\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{u}) - \mu\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{u} + \rho\omega^2 \boldsymbol{u} = 0.(1)$$

式中  $\rho$  为介质密度 , $\lambda$  , $\mu$  为 Lamé 常数 ,u 为位移矢 量.在球坐标系下 ,位移矢量可分解为 :一个纵波 (*L*)模式 ,代表介质位移沿径向的振动 ;两个剪切波 (*M*和*N*)模式 ,分别代表介质沿球面切向两个正交 方向的振动<sup>10,11</sup>,即

$$u = L + M + N. \tag{2}$$

根据多重散射法,散射波场与入射波场间的关系可通过单体的 Mie 散射矩阵获得.首先,我们简要给出 Mie 散射矩阵的求解过程.对于橡胶中的单个孤立球腔,需要把球外和球内的位移场分别展开为 无穷项互相正交解耦的本征球谐波之和.橡胶基体内的位移场(记为 u,)既包含入射波又包含散射波, 其球面波展开如下:

$$\boldsymbol{u}_{1}(\boldsymbol{r}) = \sum_{lm\sigma} a_{lm\sigma} \boldsymbol{J}_{lm\sigma}(\boldsymbol{r}) + b_{lm\sigma} \boldsymbol{H}_{lm\sigma}(\boldsymbol{r}), \quad (3)$$

式中 $\sigma = 1$ ,2,3分别对应*L*,*M*,*N*模式, $a_{lms}$ 和 $b_{lms}$ 为各球向量波分量待定系数,分别表示入射波和散射波.对纵波模式( $\sigma = 1$ )(3)式中球向量波分量分别定义为

$$\boldsymbol{J}_{lm1}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\alpha} \nabla [j_{l}(\alpha \boldsymbol{r}) \boldsymbol{Y}_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}})], \quad (4a)$$

$$\boldsymbol{H}_{lml}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\alpha} \nabla [ h_l(\alpha \boldsymbol{r}) Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}}) ]. \quad (4b)$$

对横波模式( $\sigma = 2 3$ )(3)式中球向量波分量分别定 义为

$$J_{lm2}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \nabla \times [\mathbf{r}j_{l}(\beta \mathbf{r})Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}})], (5a)$$
$$J_{lm3}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)\beta}} \nabla \times \nabla \times [\mathbf{r}j_{l}(\beta \mathbf{r})Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}})];$$

(5b)

$$\boldsymbol{H}_{lm3}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \nabla \times [\boldsymbol{r} \mathbf{h}_{l}(\beta \boldsymbol{r}) \mathbf{Y}_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}})], (6a)$$

$$\boldsymbol{H}_{lm3}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)\beta}} \nabla \times \nabla \times [\boldsymbol{r}h_{l}(\beta \boldsymbol{r})Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}})].$$

(6b)

(4)—(6)式中的  $j_i(x)$ 为第一类球贝塞尔函数, h<sub>i</sub>(x)为第一类球汉开尔函数.对于球内流体(空气) 介质,其剪切模量  $\mu$  为零,所以位移场(记为  $u_2$ )仅 存在纵波(L)模式.由于球心位移幅值为有限值,其 球面谐波展开中仅含  $J_{ini}(r)$ 项,

$$\boldsymbol{u}_{2}(\boldsymbol{r}) = \sum_{lm} c_{lm1} \boldsymbol{J}_{lm1}(\boldsymbol{r}). \qquad (7)$$

根据边界位移和应力连续条件(切向位移和应力为零),可获得 6 个线性方程,消去系数  $c_{lm1}$ ,便可获得系数  $b_{lm2}$ 和  $a_{lm2}$ 之间的关系,

$$b_{lm\sigma} = \sum_{l'm'\sigma'} t_{lm\sigma l'm'\sigma'} a_{l'm'\sigma'}$$
 , (8)

矩阵形式为

$$B = TA. \tag{9}$$

这里

 $B = \{b_{lm\sigma} \}, \\ A = \{a_{lm\sigma} \}, \\ T = \{t_{lm\sigma'm'\sigma'} \},$ 

其中 *T* 常被称为 Mie 散射矩阵.对于球散射体 ,*T* 与 *m* 无关.由于各阶球谐波间模式解耦 ,所以散射矩 阵 *T* 关于 *l* 呈斜对角.各阶散射矩阵 *T<sub>l</sub>* 具有如下 形式<sup>[12]</sup>:

$$T_{l} = \begin{bmatrix} LL & 0 & LN \\ 0 & MM & 0 \\ NL & 0 & NN \end{bmatrix},$$
(10)

*T<sub>i</sub>* 中各元素包含两个符号,其中第一个符号表示入 射波模式,第二个符号表示散射波模式.例如,*LL*表 示以纵波入射同时以纵波散射的系数.

一旦获得橡胶中单个球腔的 Mie 散射矩阵,进 一步可求解一束平面声波通过橡胶中单层球腔时的 透射和反射矩阵(系数).对位于 xy 平面坐标原点 (如图 1(b)所示)的散射体,散射波可用球面波展 开为

$$\boldsymbol{u}^{\text{sc}}(\boldsymbol{r}) = \sum_{lm\sigma} b_{lm\sigma} \boldsymbol{H}_{lm\sigma}(\boldsymbol{r}). \quad (11)$$

根据多重散射理论,该散射波取决于总入射波, 包括外部入射波和来自其他散射体的散射波之和。 外部入射波用球面波展开为

$$\boldsymbol{u}^{\text{if}(e)}(\boldsymbol{r}) = \sum_{lms} a_{lms}^{(e)} \boldsymbol{J}_{lms}(\boldsymbol{r}), \qquad (12)$$

来自其他散射体的散射波之和为

$$\boldsymbol{u}^{\text{in}}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{u}^{\text{in}(e)}(\boldsymbol{r}) = \sum_{\boldsymbol{R}_{j}\neq 0} \sum_{lm\sigma} b_{lm\sigma}^{j} \boldsymbol{H}_{lm\sigma}^{j}(\boldsymbol{r}_{j}), (13)$$

式中  $r_j$  表示以散射体 j 中心为原点的空间任意点的 坐标向量  $R_j$  表示散射体 j 的坐标向量  $R_j$  根据 Bloch 定理 ,空间周期性可保证

 $b_{lm\sigma}^{i} = b_{lm\sigma} \exp(i \mathbf{k}_{\parallel} \cdot \mathbf{R}_{j}),$  (14) 式中  $\mathbf{k}_{\parallel}$ 为正方点阵第一布里渊区不可约倒格波 矢.通过一定的代数运算之后(本文限于篇幅,不再 给出详细过程),系数  $B = \{b_{lm\sigma}\}$ 通过散射矩阵完全 取决于系数  $A^{(e)} = \{a_{lm\sigma}^{(e)}\}$ .为获得声波通过橡胶中单 层周期球腔后的透射和反射矩阵,须把入射波((9) 式)以及总散射波  $\sum_{\mathbf{R}_{j}} \sum_{lm\sigma} b_{lm\sigma}^{i} \mathbf{H}_{lm\sigma}^{j}(\mathbf{r}_{j})$ 的球面波展开 分别转化成平面波展开形式.对于外部入射波,用平 面波展开为

$$u^{\mathrm{inf} e}(\mathbf{r}) = \sum_{g} U^{\mathrm{in}\pm}_{ag} \exp(\mathrm{i}\mathbf{k}^{\pm}_{ag}\mathbf{r}) + \sum_{g} U^{\mathrm{in}\pm}_{\beta g} \exp(\mathrm{i}\mathbf{k}^{\pm}_{\beta g}\mathbf{r}). \quad (15)$$

这里

$$\alpha = \omega c_1^{-1} ,$$
  
$$\beta = \omega c_1^{-1} ,$$

其中 c1 和 c1 分别为基体纵波速度和横波速度.

 $k_{(\alpha)}^{\pm} = (k_{//} + g_{,\pm} \sqrt{(\alpha)}\beta^2 - |k_{//} + g|^2),$ 其中上标 + (-)表示沿 z 轴正(负)向传播的波, g 为单层散射体内二维周期点阵的倒格矢.球面波展 开系数与平面波展开系数之间的关系为

$$a_{lm1}^{(e)} = \sum_{g} U_{gg}^{in\pm} \cdot A_{lm1}^{g\pm} ,$$

$$a_{lm2}^{(e)} = \sum_{g} U_{\beta g}^{in\pm} \cdot A_{lm2}^{g\pm} ,$$

$$a_{lm3}^{(e)} = \sum_{g} U_{\beta g}^{in\pm} \cdot A_{lm3}^{g\pm} .$$
(16)

同样 总散射波的平面波展开具有如下形式:

$$u^{\text{sc}}(\mathbf{r}) = \sum_{g} U_{ag}^{\text{sc}\pm} \exp(ik_{ag}^{\pm} \cdot \mathbf{r}) + \sum_{g} U_{\beta g}^{\text{sc}\pm} \exp(ik_{\beta g}^{\pm} \cdot \mathbf{r}), \quad (17)$$

式中

$$U_{ag}^{sc\pm} = \sum_{lm} b_{lm1} B_{lm1}^{g\pm} ,$$

$$U_{\beta g}^{sc\pm} = \sum_{lm} b_{lm2} B_{lm2}^{g\pm} + b_{lm3} B_{lm3}^{g\pm} .$$
(18)

(16) 武中系数 A<sup>st</sup><sub>lms</sub> 以及(18) 式中系数 B<sup>st</sup><sub>lms</sub> 的定 义可参见文献 11].最终 我们可分别获得声波通过 含单层球腔的橡胶板(人为给出的假想边界)的透射 波 U'(即右边界处沿 z 轴正向传播的波)以及反射 波 U'(即左边界处沿 z 轴负向传播的波)场间的关 系 具有如下矩阵形式:

$$\boldsymbol{U}^{t} = \boldsymbol{Q}^{\mathrm{I}} \boldsymbol{U}^{+} (L) + \boldsymbol{Q}^{\mathrm{II}} \boldsymbol{U}^{-} (R), \quad (19a)$$

 $\boldsymbol{U}^{\mathrm{r}} = \boldsymbol{Q}^{\mathrm{II}} \boldsymbol{U}^{+} (L) + \boldsymbol{Q}^{\mathrm{IV}} \boldsymbol{U}^{-} (R). \quad (19\mathrm{b})$ 

当入射波仅从橡胶板左侧表面沿 z 轴正向入射 时 则(19)式中橡胶板右边界沿 z 轴负向传播的 波 $U^{-}(R)$ 为零.一旦获得含单层散射体的橡胶板 左右边界处的位移场关系后,通过传递矩阵法, 可进一步获得与(19)式相类似的含多层球腔的 橡胶板左右边界的位移场关系式.通过引入纵波 能量流( $\lambda + 2\mu$ ) $\omega$ ( $U_{ag} \cdot U_{ag}^{*}$ ) $k_{ag}$ 和横波能量流  $\mu\omega$ ( $U_{\beta e} \cdot U_{\beta e}^{*}$ ) $k_{\beta e}$ ,就可以获得能量透射系数 T和反 射系数R.由于能量守恒,吸声系数

$$A = 1 - T - R$$

# 3. 结果及讨论

首先,假设橡胶完全弹性无阻尼,且两边界沿 z 方向无限延伸.图 2 给出了橡胶中平面纵波通过单 层正方形周期排列球腔的声学性能.为消除声学边 界的影响,假设单层球腔在 xy 平面无限延伸,一列 平面纵波从球腔左侧橡胶中沿 z 轴正向入射.计算 中所采用的材料密度 ρ、纵波速度 c<sub>1</sub> 和横波速度 c<sub>1</sub> 如表 1 所列,球腔半径为 3 mm,晶格常数为 50 mm. 从图 2 可以看出,在 11.3 kHz 附近,存在明显的透射 谷.在完全弹性条件下,声波不存在能量耗散(吸声 系数为零),所以入射声波以反射机制衰减.



图 2 完全弹性条件下 橡胶中平面纵波通过单层球腔的 声学性能

材料	$\rho/{\rm kg} \cdot {\rm m}^{-3}$	$c_1/\mathrm{ms}^{-1}$	$c_{\rm t}/{\rm ms}^{-1}$
钢	7890	5780	3220
橡胶	1039	1470	94
水	1000	1480	_
空气	1.29	330	_

表1 又甲计鼻所用材料的参数取1
------------------

以上研究表明,声波通过单层球腔在特定频率 上产生透射谷,其产生机制可通过单个球腔在橡胶 中引起的 Mie 散射特性进行分析. Mie 散射研究结 果发现,零阶(l=0)Mie 散射矩阵  $T_0$  中,仅 LL 元素 存在非零幅值.图3给出了不同阻尼条件下  $T_0$  中元 素 LL 的幅值绝对值随频率的变化. 从图 3 可以看 出,元素 LL 在 10.1 kHz 处存在尖锐峰值(特别是在 无阻尼条件下,如实线所示),标志着球腔存在零阶 Mie 共振,即单极共振<sup>31</sup>.需要指出的是,仅 LL 非零 标志着球腔呈径向振动,而峰值则标志着球腔存在 径向共振.对于高阶 Mie 散射,从图 4 可以看出,球 腔的运动模式比较复杂,既有径向振动(*LL* 非零), 同时又存在切向振动(*LN* 非零).另一个显著特点 是,一阶和二阶散射矩阵元素幅值较小,峰值出现在 高频,且峰值随阶数的增加而很快减小,如一阶散射 矩阵元的幅值量级仅为 10<sup>-3</sup>.这说明在低频段上, 球腔单极共振决定了含球腔橡胶的声学性能,故本 文在分析中略去了高阶(*l*>3)球谐波项。各个孤立 的球腔共振产生一个个附加声源,所激励的球面波 反相叠加在橡胶基体中传播的行波上,使行波(透射 波)振动幅度减小,反射波增强.比较图 2 和图 3 可 以看出,单个球腔的单极共振频率与含球腔的橡胶 声衰减谷频率间存在明显差异,这主要是由于各球 腔间的多重散射效应引起的.



图 3 不同阻尼条件下 *T*<sub>0</sub> 中元素 *LL* 的幅值绝对值随频 率的变化

通常情况下 橡胶阻尼采用复数弹性模量表征,即材料的 Lamé 常数可表示为

$$\lambda = \lambda_{e} - i\lambda_{v},$$
$$\mu = \mu_{e} - i\mu_{v}.$$

材料完全弹性时,各 Lamé 常数虚部为零.多重散射 法属于频域方法,其在分析中可通过复波矢以及相 应的边界条件来计及材料阻尼.本文橡胶采用三种 阻尼水平,分别为小阻尼( $\lambda_v = 0.1\lambda_e, \mu_v = 0.1\mu_e$ ) 中等阻尼( $\lambda_v = 0.1\lambda_e, \mu_v = 0.2\mu_e$ )以及高阻尼( $\lambda_v = 0.1\lambda_e, \mu_v = 0.5\mu_e$ ).针对中等阻尼的橡胶覆盖层,下 面讨论各种背衬对覆盖层声学性能的影响.取橡胶 覆盖层的厚度为 8 mm,空腔大小及排列与图 2 中的 研究对象相同,覆盖层左边界为半无限水介质,一束 平面纵波从中法向入射进入覆盖层.首先,采用半无



图 4 纵波入射条件下 , $T_1$ 和  $T_2$ 中元素幅值绝对值随频率的变化 (a) $T_1$ (b) $T_2$ .计算中未计材料阻尼

限水作为背衬,即橡胶覆盖层悬浮于水中,其声学性 能如图 5(a)所示.由于橡胶阻抗与水相匹配,橡 胶/水边界对声传播性能的改变很小(我们对比了覆 盖层两边均为半无限橡胶和半无限水的声学性能, 两者的结果基本相同,限于篇幅,此处略去对比图). 从图 <u>f(a</u>)可以看出,共振区声透射增大(透射峰谷 变浅),即声衰减变弱,但带宽增大.这主要是由于阻 尼使单极共振减弱、带宽增加所致(如图3所示,*LL* 峰值随阻尼增大而降低,即变得更平坦).从图 <u>f(a</u>) 还可以看出,由于橡胶阻尼的存在,吸声系数在共振 区大于反射系数.这是由于球腔径向共振引起橡胶 剪切变形,剪切变形较纵向变形能量耗散效率高,从 而导致覆盖层能量耗散增强.其次,背衬采用半无限 钢,覆盖层声学性能如图5(b)所示.由于钢的阻抗 与橡胶差异较大,橡胶/钢界面对入射波进行反射, 所以在整个频段上透射系数均减小.同时,背衬反射 形成覆盖层对入射声波的二次(甚至多次)耗散,所 以覆盖层在共振区的声吸收明显增强,反射系数进



图 5 具有中等阻尼的橡胶覆盖层声学性能随不同背衬的变化 (a)半无限水(b)半无限钢(c)10 mm 钢板和半无限水, (d)10 mm 钢板和半无限空气

一步降低(比较图 f(b)和图 f(a)),说明该覆盖层在 共振区具有较好的消声功能.在低频段,由于波长远 大于覆盖层厚度尺寸,声耗散较少,所以反射较强。 再次,背衬采用有限厚钢板(厚度为10mm)后跟随 半无限水介质,覆盖层声学性能如图 5(c)所示.比 较图 f(c)和图 f(b)可以看出 覆盖层吸声系数在共 振区略有减小 这是由于有限厚度钢板对入射波的 反射较半无限钢背衬的反射变弱,在低频段,水中有 限厚度钢板的隔声能力较小,故绝大部分声能透射. 最后 把背衬中的半无限水用空气替换 覆盖层声学 性能如图 5(d)所示,由于空气背衬产生严重的阻抗 失配,所以覆盖层透射系数接近于零(在图 5(d)中 略去)而覆盖层在共振区的吸声系数进一步增大. 为了给出覆盖层透射系数的细微变化 图 6 在半对 数坐标系下 给出透射系数随频率的变化情况,由此 可看出,覆盖层透射系数最大值约为10-3,而在吸 声峰频率处 声透射系数进一步减小 这说明绝大部 分入射声能被耗散而转化为热能了.



图 6 半对数坐标系下 图 f(d)所描述覆盖层的透射系数

从以上分析可以看出,含单层球腔的橡胶覆盖 层虽然在共振频段可获得良好的消声性能,但消声 带宽较窄.增加橡胶阻尼虽然能够增加带宽,但效果 有限.为此,本文设计了含有不同半径球腔的双层橡 胶覆盖层(各层内球腔具有相同半径).球腔半径不 同相应的单极共振频率也不同,从而两种半径的球 腔便可形成宽带的消声覆盖层.这里,球腔的半径分 别为3和5mm(通过 Mie 散射分析,半径为5mm的 球腔单极共振频率为6.2 kHz).各层散射体正方形 排列,晶格常数均为50mm,双层覆盖层厚度分别为 8和12mm,故覆盖层总体厚度为20mm.在以下的 计算中选用与图 f(d)相同的背衬,由于透射系数很 小,故在各图中略去.图7(a)给出双层橡胶覆盖层



图 7 双层橡胶覆盖层声学性能随橡胶不同阻尼的变化  $\lambda_v = 0.1\lambda_e$  (a) $\mu_v = 0.2\mu_e$  (b) $\mu_v = 0.5\mu_e$  (c) $\mu_v = \mu_e$ 

在中等阻尼时的声学性能.从图  $\tau(a)$ 可以看出,含 双层球腔的橡胶覆盖层吸声峰频率与各散射体的单 体共振频段相对应(低频 0.4 kHz 处出现的吸声峰 是由覆盖层与背衬间的界面散射导致的厚度共振引 起的),所以 5 mm 半径的球腔使覆盖层的低频吸声 系数明显增大,形成了较宽的吸声频段.当橡胶具有 高阻尼时,覆盖层在低频段的吸声系数进一步增大, 且各共振吸声峰不再明显区别,如图  $\tau(b)$ 所示.当 进一步增大橡胶阻尼,使  $\mu_v = \mu_e$ 时,覆盖层各共振 吸声峰被一个宽带吸声峰取而代之,吸声峰出现在 6 kHz 附近,吸声系数基本达到 100%(如图7(c)所示).在 2.2 kHz 处,该覆盖层的吸声系数已超过 0.5 其低频性能优于相同厚度的含短圆柱腔覆盖层 的吸声性能 参见文献 6 的图 4).

# 4.结 论

采用多重散射法,分析了内含单层球腔的橡胶 覆盖层声学性能,系统考察了各种背衬对橡胶覆盖 层声学性能的影响.结果表明,在有限厚度钢板后跟 随半无限水或空气介质形成的背衬条件下,橡胶覆 盖层在单个球腔的 Mie 共振区存在良好的消声性 能,即对入射能量吸收耗散强而反射小. Mie 散射分 析结果表明,单个球腔的径向共振对覆盖层的消声 性能具有重要贡献.针对含单层球腔的覆盖层消声 频段较窄的问题,本文设计了含双层散射球腔的橡 胶覆盖层(总厚度为 20 mm),利用各层球腔的共振 频段不同,形成了宽带消声覆盖层.在阻尼水平较高 时,该覆盖层低频吸声性能良好.

- [1] Hinders M K, Rhodes B A, Fang T M 1995 J. Sound Vib. 185 219
- [2] Zhao H G , Liu Y Z , Wen J H , Yu D L , Wang G , Wen X S 2006 Chin . Phys. Lett. 23 2132
- [3] Gaunaurd G K, Scharnhorst P, Überall H 1979 J. Acoust. Soc. Am. 65 573
- [4] Ivansson S 2005 Nonlinear Anal. 63 1541
- [5] Ivansson S 2006 J. Acoust. Soc. Am. 119 3558
- [6] Tang W L, He S P, Fan J 2005 Acta Acoust. 30 289 (in Chinese)
   [汤渭霖、何世平、范 军 2005 声学学报 30 289]
- [7] Tan H B , Zhao H , Xu H T 2003 Acta Acoust. 28 277 (in Chinese)
   [谭红波、赵 洪、徐海亭 2003 声学学报 28 277]
- [8] Hladky-Hennion A C, Decarpigny J N 1991 J. Acoust. Soc. Am. 90 3356
- [9] Sigalas M M, Kushwaha M S, Economou E N, Kafesaki M, Psarobas I E, Steurer W 2005 Z. Kristallogr. 220 765
- [10] Psarobas I E , Stefanou N , Modinos A 2000 Phys. Rev. B 62 278
- [11] Liu Z Y , Chan C T , Sheng P , Goertzen A L , Page J H 2000 Phys. Rev. B 62 2446
- [ 12 ] Liu Z Y , Chan C T , Sheng P 2002 Phys . Rev . B 65 165116
- [13] Cai L, Han X Y 2006 Acta Phys. Sin. 55 5866 (in Chinese)[蔡 力、韩小云 2006 物理学报 55 5866]
- [14] Wu F G, Liu Y Y 2002 Acta Phys. Sin. 51 1434(in Chinese)[吴

福根、刘有延 2002 物理学报 51 1434]

- [15] Qi G J, Yang S L, Bai S X, Zhao X 2003 Acta Phys. Sin. 52 668 (in Chinese)[齐共金、杨盛良、白书欣、赵 恂 2003 物理学报 52 668]
- [16] Wang G, Wen JH, Han XY, Zhao HG 2003 Acta Phys. Sin. 52 1943 (in Chinese) [王 刚、温激鸿、韩小云、赵宏刚 2003 物理 学报 52 1943]
- [17] Wen J H, Wang G, Liu Y Z, Yu D L 2004 Acta Phys. Sin. 53
   3384 (in Chinese)[温激鸿、王 刚、刘耀宗、郁殿龙 2004 物理
   学报 53 3384]
- [18] Wang G, Wen J H, Liu Y Z, Yu D L, Wen X S 2005 Acta Phys. Sin. 54 1247 (in Chinese) [王 刚、温激鸿、刘耀宗、郁殿龙、 温熙森 2005 物理学报 54 1247]
- $\circle{19}$  ]  $\circle{Wang}$  G , Liu Y Z , Wen J H , Yu D L 2006 Chin . Phys . 15 407
- [20] Kafesaki M , Economou E N 1995 Phys. Rev. B 52 13317
- [21] Klironomos A D, Economou E N 1998 Solid State Commun. 105 327
- [ 22 ] Zhao H G , Liu Y Z , Wang G , Wen J H , Yu D L , Han X Y , Wen X S 2005 Phys. Rev. B 72 12301
- [23] Hua J, Zhang S, Cheng J C 2005 Acta Phys. Sin. 54 1261 (in Chinese)[华 佳、张 舒、程建春 2005 物理学报 54 1261]
- [24] Qin B , Chen J J , Cheng J C 2005 Chin . Phys . 14 2522

# Analysis of the anechoic properties of viscoelastic coatings with periodically distributed cavities \*

Zhao Hong-Gang<sup>†</sup> Liu Yao-Zong Wen Ji-Hong Yu Dian-Long Wen Xi-Sen

(Institute of Mechatronical Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)
 (Received 31 October 2006; revised manuscript received 10 January 2007)

#### Abstract

Using an exact Mie scattering solution, the scattering and vibration mode of a single air sphere in unbounded rubber are analyzed with reference to the elements of the scattering matrix. Then, using the multiple-scattering method, the anechoic properties of the viscoelastic rubber coating (with a thickness of 8 mm) containing a plane of periodically distributed air spheres are investigated under different backing conditions. The results show that the excellent anechoic performance of the coating originates from the dilatational resonance of each air sphere. The anechoic coating (an attenuate most incident energy and minimize reflection in the resonance frequency region. Finally, a bi-layer coating (with a thickness of 20 mm) is designed for broad-band anechoic material.

**Keywords**: Mie scattering, multiple-scattering, anechoic material, phononic crystal **PACC**: 4320, 6780C, 4340

<sup>\*</sup> Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 51307) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50575222).

<sup>†</sup> E-mail :zhhg9603@yahoo.com.cn