

Maccari 系统的椭圆函数传播波

黄文华^{1) 2)} 刘宇陆²⁾

1) 湖州师范学院理学院, 湖州 313000)

2) 上海大学应用数学和力学研究所, 上海 200072)

(2006 年 6 月 15 日收到, 2006 年 6 月 24 日收到修改稿)

基于多线性分离变量法所得 $(2+1)$ 维 Maccari 非线性系统的精确解, 在分离变量函数中引入雅克比椭圆函数, 获得两类双周期传播波模式. 椭圆函数波在不同模量取值下, 具有不同的性状特点, 特别是在模量极限情形下, 可以约化为 dromion 和 peakon 激发形态. 利用图示法对椭圆函数波的相互作用进行了探讨, 发现其相互作用是非弹性的.

关键词: Maccari 系统, 多线性分离变量法, 雅克比椭圆函数, 周期波

PACC: 0290, 0340K, 0365G

1. 引 言

在非线性和科学研究中, 物理、化学、生物、通讯甚至社会学领域中的复杂非线性现象往往通过非线性演化方程来描述, 发现和构造非线性演化方程的精确解是一个非常重要的课题. 近年来, 由于椭圆函数的优越性^[1, 2], 基于雅克比椭圆函数的精确双周期波解受到许多物理和数学工作者的关注. 借助计算机符号运算系统 Mathematica 和 Maple, 提出并建立了许多行之有效的直接获得椭圆函数双周期波精确解的代数求解方法如雅可比椭圆函数展开法^[3-7], 扩展的雅克比椭圆函数法^[8-13], F-函数展开法^[14-16], 扩展的 F-函数展开法^[17-19], Sinh-Gordon 方程展开法^[20]等, 一大批数学、物理中非线性模型的椭圆函数精确解被获得. 另一方面, 利用分离变量求解非线性模型思想, 首先获得非线性演化方程系统的分离变量解, 然后在分离变量函数中引入雅可比椭圆函数, 亦为间接获得非线性模型的精确双周期波解并研究其传播波模式另一可能途径. 最近文献^[21-24]等已在这方面作了些成功的探索.

$(2+1)$ 维非线性孤子方程^[25]

$$iq\tau + q\xi\xi + qR = 0, \quad (1)$$

$$R_\tau + R_\eta + (qq^*)_\xi = 0, \quad (2)$$

其中 $q(\xi, \eta, \tau)$ 为复变量, $R(\xi, \eta, \tau)$ 为实变量, 是 Maccari 由 Kadomtsev-Petviashvili (KP) 方程利用傅里

叶展开和时空尺度变换下的渐进精确约化方法获得的非线性系统. Porsezian 对其可积性进行了研究^[26]. 对方程 (1) 和 (2) 做如下变换:

$$x = \xi, y = \eta + \tau, t = \tau - \eta, \quad (3)$$

则可得

$$(q_t + q_y) + q_{xx} + qR = 0, \quad (4)$$

$$R_y + \frac{1}{2}(qq^*)_x = 0. \quad (5)$$

最近 Zhang^[27] 和 Bai 等^[28] 利用多线性分离变量方法^[29-34] 得到方程 (4) 和 (5) 的 Solitoff, dromions, 呼吸子, 瞬子, peakons, compactons 等局域相干孤子结构, 并对其相关性质进行了讨论. 本文借助计算机代数系统 Maple, 利用多线性分离变量法所得 Maccari 系统 (4) 和 (5) 的分离变量解, 从中引入雅克比椭圆函数, 深入研究其双周期传播波模式, 并利用图示法对雅克比椭圆函数波的相互作用进行初步探讨.

2. Maccari 系统的双周期传播波模式

为便于对于 Maccari 系统椭圆函数双周期波的研究, 根据多线性分离变量方法和文献^[27, 28], 我们不难得到方程 (4) 和 (5) 一种更为简洁的精确变量分离通解

$$u = u(x, t), v = v(y - t),$$

$$r = r(x, t), s = s(y - t),$$

$$q = \frac{2\sqrt{u_x v_y}}{a + u + v} \exp(i(r + s)),$$

$$R = \frac{2u_{xx}}{a+u+v} - \frac{2u_x^2}{(a+u+v)^2} + u_{0x},$$

$$r_x = -\frac{u_t}{2u_x}, u_{0x} = \frac{u_{xx}^2}{4u_x^2} - \frac{u_{xxx}}{2u_x} + r_t + r_x^2. \quad (6)$$

由于函数 $u(x, t)$, $v(y-t)$, $s(y-t)$ 和 $r(x, t)$ ($r(x, t)$ 可以通过 $u(x, t)$ 来表征) 的任意性, 通解 (6) 包含了丰富的相干孤子结构和非线性传播波模式. 若选择以指数函数为基本形式的适当函数, 可以得到局域相干孤子结构如 dromion, soliton, lumps, 瞬子, 呼吸子等, 具体可参看文献 [27—31] 中类似的讨论, 在此我们不作赘述. 我们关注的是通解 (6) 中选择雅克比椭圆函数作为基本构建单元函数 ((6) 式中的 u_x, v_y) 是切实可行的, 由此可得到 Maccari 系统的双周期传播波模式, 并根据双周期波斑图对其性状进行相应的探讨.

众所周知, 雅克比椭圆函数 $\text{sn}\xi = \text{sn}(\xi, k)$, $\text{cn}\xi = \text{cn}(\xi, k)$ 和 $\text{dn}\xi = \text{dn}(\xi, k)$ 是双周期函数, 其中 k ($0 < k < 1$) 为椭圆函数模量, 具有如下性质:

$$\text{sn}^2\xi + \text{cn}^2\xi = 1, k^2\text{sn}^2\xi + \text{dn}^2\xi = 1,$$

$$\frac{d}{d\xi}\text{sn}\xi = \text{cn}\xi \text{dn}\xi,$$

$$\frac{d}{d\xi}\text{cn}\xi = -\text{sn}\xi \text{dn}\xi,$$

$$\frac{d}{d\xi}\text{dn}\xi = -k^2\text{sn}\xi \text{cn}\xi. \quad (7)$$

并且, 当模量 $k \rightarrow 1$, $\text{sn}\xi$, $\text{cn}\xi$ 和 $\text{dn}\xi$ 分别约化为 $\tanh\xi$, $\text{sech}\xi$, $\text{sech}\xi$; 而当 $k \rightarrow 0$ 时, $\text{sn}\xi$, $\text{cn}\xi$ 和 $\text{dn}\xi$ 则分别约化为 $\sin\xi$, $\cos\xi$, 1. 实际上, 根据所得分离变量通解 (6) 的数学解析形式, 要获得 Maccari 系统的双周期波解, 我们对椭圆函数的引入并非任意的. 首先, 由于在分离变量解中存在开方根, 要求引入的构建单元函数 u_x 和 v_y 是非负的, 简单地选择雅克比椭圆函数 sn 和 cn , 由于其以正弦或余弦方式振荡, 并不合适, 必须舍弃. 其次, 为了解析运算方便, 引入的椭圆函数应尽可能使得对 q 和 R 的计算简单而收敛, 避免进行椭圆函数积分. 基于以上考虑, 第三类雅克比椭圆函数 dn 及其倒数 nd 能够很好地满足要求, 据此可以得到 Maccari 系统两类椭圆函数双周期传播波模式.

2.1. 基于 dn 函数的双周期传播波模式

对于 Maccari 方程的分离变量解 (6), 选择函数 u_x, v_y 为行波形式 dn 函数

$$u_x = \text{dn}(\alpha(x-ct), k_1),$$

$$v_y = \text{dn}(\beta(y-t), k_2), \quad (8)$$

其中 α, β, c 为实常数, k_1 ($0 < k_1 < 1$) 和 k_2 ($0 < k_2 < 1$) 为相互独立的椭圆函数模量, 并设函数 s 为简单的行波形式 $s = \gamma(y-t)$, 其中 γ 为实常数, 我们可以得到第一类椭圆函数双周期传播波模式

$$q = \frac{2\sqrt{\text{dn}(\alpha(x-ct), k_1)\text{dn}(\beta(y-t), k_2)}}{\psi_1} \times \exp\left(\frac{icx}{2} + i\gamma(y-t)\right), \quad (9)$$

$$\psi_1 = a + \frac{1}{\alpha}\sin^{-1}[\text{sn}(\alpha(x-ct), k_1)] + \frac{1}{\beta}\sin^{-1}[\text{sn}(\beta(y-t), k_2)], \quad (10)$$

$$R = \frac{k_1^2\alpha^2}{4} \times \left(\frac{k_1^2\text{sn}^2(\alpha(x-ct), k_1)\text{cn}^2(\alpha(x-ct), k_1)}{\text{dn}^2(\alpha(x-ct), k_1)} - 4\text{sn}^2(\alpha(x-ct), k_1) + 2 \right) - \frac{2\text{dn}^2(\alpha(x-ct), k_1)}{\psi_1^2} - \frac{2k_1^2\alpha \text{sn}(\alpha(x-ct), k_1)\text{cn}(\alpha(x-ct), k_1)}{\psi_1} + \frac{c^2}{4}. \quad (11)$$

此双周期传播波中, α 和 β 分别为 x 和 y 方向的波数, c 决定沿 x 方向传播的波速而在 y 方向速度恒为 1, a 取值须足够大以避免奇点产生. 图 1(a)–(c) 给出了在模量 k 不同取值下, 场量 q 的强度 $U = |q|^2$ 的具体形态. 从图 1 可以看出, k 取值较小时, 强度 U 在空间每个周期上表现为三角片状结构, 相当于 $\frac{1}{4}$ 准 peakon 结构; 当 k 取值增大时, 片状结构退化, 出现 dromion 孤子激发, 随着 k 值继续增大, 准 peakon 结构更加弱化而空间周期上 dromion 占据优势.

在长波极限下, 即 $k_1 = k_2 = 1$ 时, 强度 U 约化为单 dromion 局域孤子结构, 见图 2(a), 此时 (9)–(11) 约化为

$$q = \frac{2\sqrt{\text{sech}(\alpha(x-ct))\text{sech}(\beta y)}}{\psi_{10}} \times \exp\left(\frac{icx}{2} + i\gamma(y-t)\right), \quad (12)$$

$$\psi_{10} = a + \frac{1}{\alpha}\sin^{-1}[\tanh(\alpha(x-ct))]$$

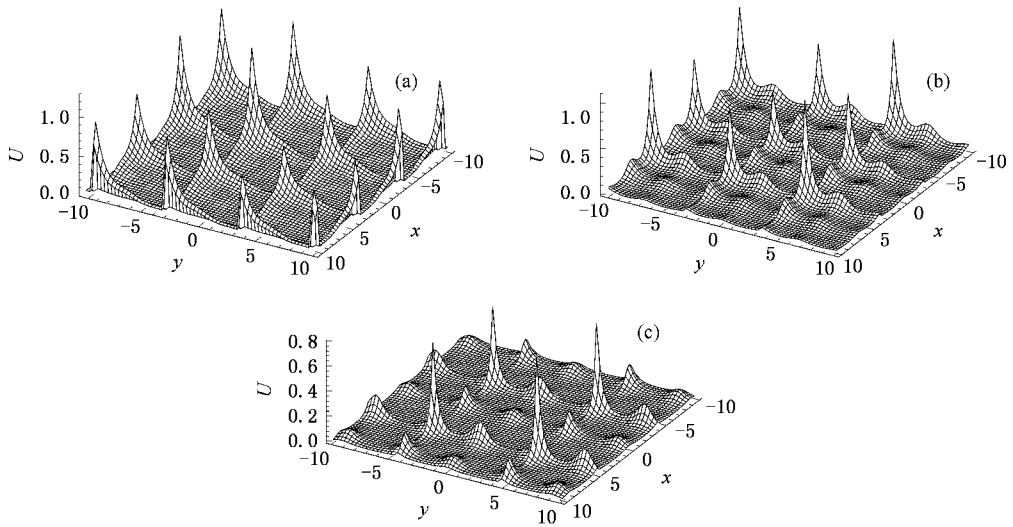


图 1 椭圆函数波(9)–(11)场量 q 强度 $U = |q|^2$ 分别在不同模量 (a) $k_1 = k_2 = 0.1$ (b) $k_1 = k_2 = 0.5$ (c) $k_1 = k_2 = 0.9$ 以及 $a = 8, \alpha = \beta = c = 1$ 在 $t = 0$ 时的轮廓图

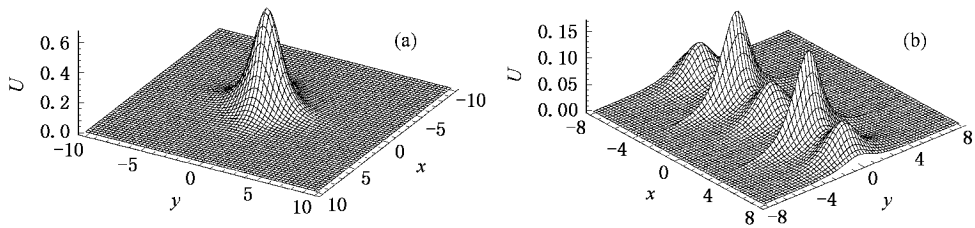


图 2 椭圆函数波(9)–(11)场量 q 强度 $U = |q|^2$ 分别在长波极限(a) $k_1 = k_2 = 0.1$ 和(b) $k_1 = 0.5, k_2 = 1$ 以及 $a = 8, \alpha = \beta = c = 1$ 在 $t = 0$ 时所得 dromion 和振荡子

$$+ \frac{1}{\beta} \sin^{-1}[\tanh(\beta(y-t))], \quad (13)$$

$$R = \frac{\alpha^2}{4} [(2 - 3 \tanh^2(\alpha(x-ct)))] - \frac{2 \operatorname{sech}^2(\alpha(x-ct))}{\phi_{10}^2} - \frac{2\alpha \tanh(\alpha(x-ct)) \operatorname{sech}(\alpha(x-ct))}{\phi_{10}} + \frac{c^2}{4}. \quad (14)$$

显然,这里所得的 dromion 孤子与文献 [27, 28, 30–33] 中所得在数学解析形式上有所不同. 如果 (8) 式中的一个椭圆函数模量为正常取值如 $0 < k_1 < 1$, 而另一模量取长波极限值如 $k_2 = 1$, 则场量 q 强度 $U = |q|^2$ 表现为一振荡子, 振荡方向为椭圆函数模量正常取值 k_1 所在椭圆函数 x 方向, 如图 2 (b) 所示.

2.2. 基于 nd 函数的周期传播波模式

若 Maccari 方程的分离变量解(6)中选择函数 u_x, v_y 为行波形式 nd 函数

$$u_x = \operatorname{nd}(\alpha(x-ct), k_1), \quad v_y = \operatorname{nd}(\beta(y-t), k_2), \quad (15)$$

且有 $s = \gamma(y-t)$, 我们得到第二类椭圆函数双周期传播波模式

$$q = \frac{2\sqrt{\operatorname{nd}(\alpha(x-ct), k_1) \operatorname{nd}(\beta(y-t), k_2)}}{\psi_2} \times \exp\left(\frac{icx}{2} + i\gamma(y-t)\right), \quad (16)$$

$$\psi_2 = a - \frac{1}{\alpha\sqrt{1-k_1^2}} \sin^{-1}\left[\frac{\operatorname{cn}(\alpha(x-ct), k_1)}{\operatorname{dn}(\alpha(x-ct), k_1)}\right] - \frac{1}{\beta\sqrt{1-k_2^2}} \sin^{-1}\left[\frac{\operatorname{cn}(\beta(y-t), k_2)}{\operatorname{dn}(\beta(y-t), k_2)}\right], \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 R = & \frac{k_1^4 \operatorname{sn}^2(\alpha(x-ct), k_1) \operatorname{cn}^2(\alpha(x-ct), k_1)}{4 \operatorname{dn}^2(\alpha(x-ct), k_1)} \\
 & - \frac{k_1^2 \alpha^2 ((k_1^2 - 2) \operatorname{sn}^2(\alpha(x-ct), k_1) + 1)}{2 \operatorname{dn}^2(\alpha(x-ct), k_1)} \\
 & - \frac{2 \operatorname{dn}^2(\alpha(x-ct), k_1)}{\psi_2^2} \\
 & + \frac{2 k_1^2 \alpha \operatorname{sn}(\alpha(x-ct), k_1) \operatorname{cn}(\alpha(x-ct), k_1)}{\operatorname{dn}^2(\alpha(x-ct), k_1) \psi_2} \\
 & + \frac{c^2}{4}. \tag{18}
 \end{aligned}$$

图 4(a)–(e) 所示为椭圆函数模量 k 在不同取值下场量 q 的强度 $U = |q|^2$ 的轮廓图。从图 4 可以看出, k 取值较小时, 强度 U 表现为 peakon 格子形态, 在空间每一个周期上都是一个 peakon。当然,

这里我们对 peakon 的认定不追求特定、严格的数学解析定义, 只要呈尖峰状, 边锋陡峭、连续, 就视为 peakon。当 k 取值增大时, peakon 的尖锋顶分裂为四个小顶, 边锋变得平滑。随着 k 值继续增大, 每个 peakon 分裂形成四个 dromion 孤子, 强度 U 表现空间 dromion 格子。有趣的是随着 k 值的继续增大, 刚刚分裂形成的每四个 dromion 孤子又开始重新聚合, 并且其幅值急速增大, 新的聚团之间的距离也不断增大, 却不能回复为原 peakons。这些在图 4(a)–(e) 中得到具体展示。由(16)(17)式易知, 这里模量长波极限 $k_1 = k_2 = 1$ 由于将导致奇点而不存在, 而在模量在另一极限条件 $k_1 = k_2 = 0$ 情形下, 椭圆函数波约化成为

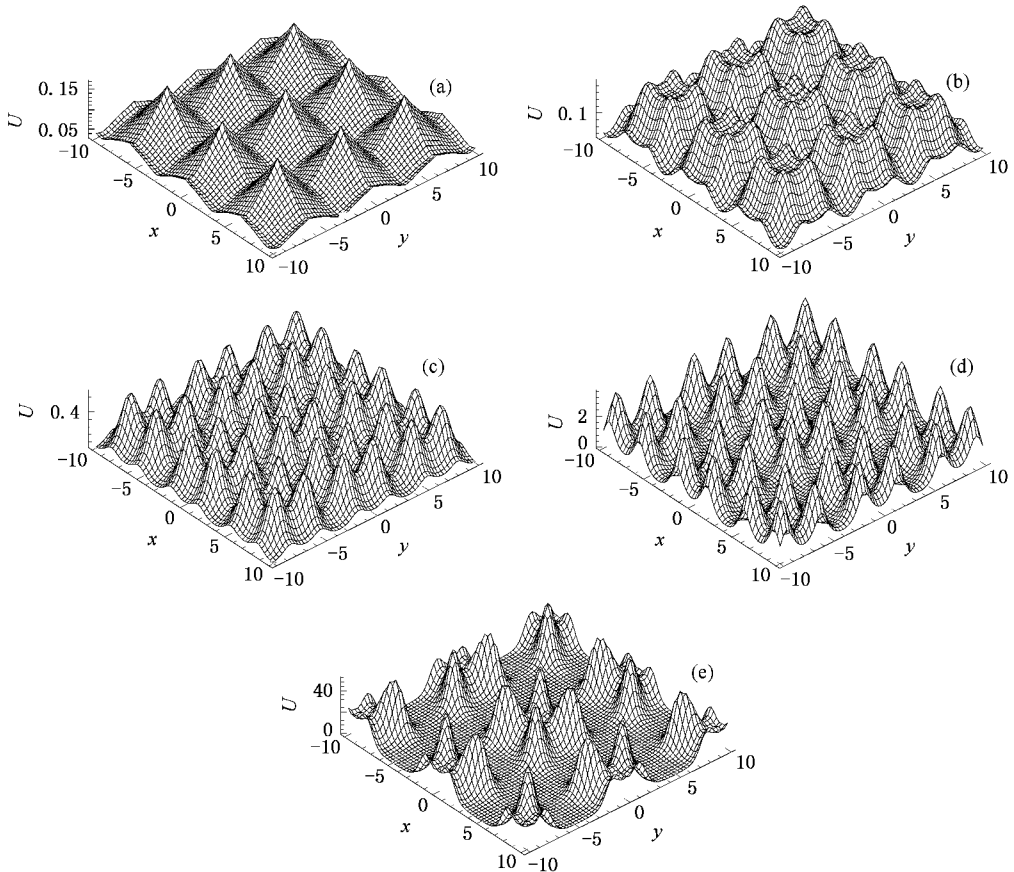


图 3 椭圆函数波(16)–(18)场量 q 强度 $U = |q|^2$ 分别在不同模量(a) $k_1 = k_2 = 0.05$ (b) $k_1 = k_2 = 0.25$ (c) $k_1 = k_2 = 0.5$ (d) $k_1 = k_2 = 0.75$ (e) $k_1 = k_2 = 0.91$ 以及 $a = 8, \alpha = \beta = c = 1$, 在 $t = 0$ 时的轮廓图

$$q = \frac{2 \exp\left(\frac{icx}{2} + i\chi(y-t)\right)}{a - \frac{1}{\alpha} \sin^{-1} \cos(\alpha(x-ct)) - \frac{1}{\beta} \sin^{-1} \cos(\beta(y-t))},$$

$$R = - \frac{2}{\left[a - \frac{1}{\alpha} \sin^{-1} \cos(\alpha(x-ct)) - \frac{1}{\beta} \sin^{-1} \cos(\beta(y-t)) \right]^2 + \frac{c^2}{4}}. \quad (19)$$

相应地, 场量 q 的强度 $U = |q|^2$ 表现为空间 peakon 格子, 见图 4(a). 图 4(b) 则为椭圆函数模量 $k_1 =$

0, 另一模量 k_2 取值为 $0 < k_2 < 1$ 情形下强度 U 轮廓图.

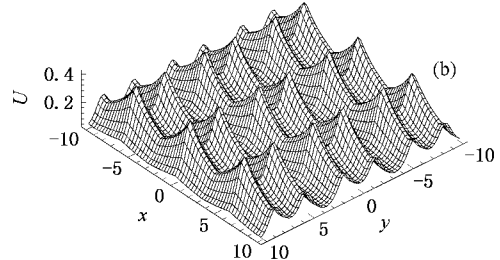
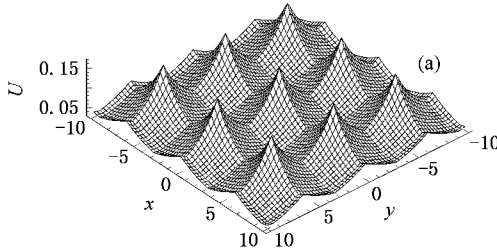


图 4 椭圆函数波(16)–(18)场量 q 强度 $U = |q|^2$ 分别在模量极限(a) $k_1 = k_2 = 0$ 和模量(b) $k_1 = 0, k_2 = 0.6$ 以及 $a = 8, \alpha = \beta = c = 1$ 在 $t = 0$ 时的轮廓图

3. 椭圆函数波的相互作用

以上给出了 Maccari 系统两类椭圆函数双周期传播波, 并考察了在模量不同取值下的性状特点. 下面将以通解(6)引入 dn 函数所得的双周期波为例

对 Maccari 系统椭圆函数波的相互作用进行初步探讨. 选取

$$\begin{aligned} u_x &= \operatorname{dn}(\alpha_1(x - c_1 t), k_1) \operatorname{dn}(\alpha_2(x - c_2 t), k_2), \\ v_y &= \operatorname{dn}(\beta(y - t), k_3), \\ s &= \gamma(y - t), \end{aligned} \quad (20)$$

则(6)式中场量 q 可以表示为

$$q = \frac{2\sqrt{[\operatorname{dn}(\alpha_1(x - c_1 t), k_1) + \operatorname{dn}(\alpha_2(x - c_2 t), k_2)]\operatorname{dn}(\beta(y - t), k_3)}}{\psi_3} \exp(i\phi(x, y, t) + i\gamma(y - t)), \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi(x, y, t) &= \int \frac{1}{2} \frac{c_1 \operatorname{dn}(\alpha_1(x - c_1 t), k_1) + c_2 \operatorname{dn}(\alpha_2(x - c_2 t), k_2)}{\operatorname{dn}(\alpha_1(x - c_1 t), k_1) + \operatorname{dn}(\alpha_2(x - c_2 t), k_2)} dx, \\ \psi_3 &= a + \frac{1}{\alpha_1} \sin^{-1}[\operatorname{sn}(\alpha_1(x - c_1 t), k_1)] + \frac{1}{\alpha_2} \sin^{-1}[\operatorname{sn}(\alpha_2(x - c_2 t), k_2)] \\ &\quad + \frac{1}{\beta} \sin^{-1}[\operatorname{sn}(\beta(y - t), k_3)]. \end{aligned} \quad (22) \quad (23)$$

(21) 式表征了场量 q 在 x 方向上具不同传播速率的两列双周期传播波模式. 从图 5(a)–(c) 所示 $U = |q|^2$ 的时间演化图中可以看出, 椭圆函数波在相互作用过程中除了产生相位漂移, 其形状和幅度都在相互作用前后发生了变化, 意味着将有能量和动量的改变, 因而其相互作用是非弹性的. 图 6(a)–(c) 则给出了(21) 式在长波极限下, 即 $k_1 = k_2 = k_3 = 1$ 时, $U = |q|^2$ 所表征的两 dromion 孤子间的相互作用. 从图中可明显看出, 两 dromion 孤子在碰撞前后, 除了相位漂移, 其形状和幅度均发生了改

变, 因而其相互碰撞也是非弹性的, 这与文献[21, 23] 中的两 dromion 孤子相互碰撞为弹性情形有所不同.

4. 结 论

本文利用多线性分离变量法所得 Maccari 非线性系统的精确分离变量解, 通过在任意变量函数中引入雅克比椭圆函数 dn 和 nd, 获得两类椭圆函数双周期传播波模式. 在椭圆函数模量不同取值下,

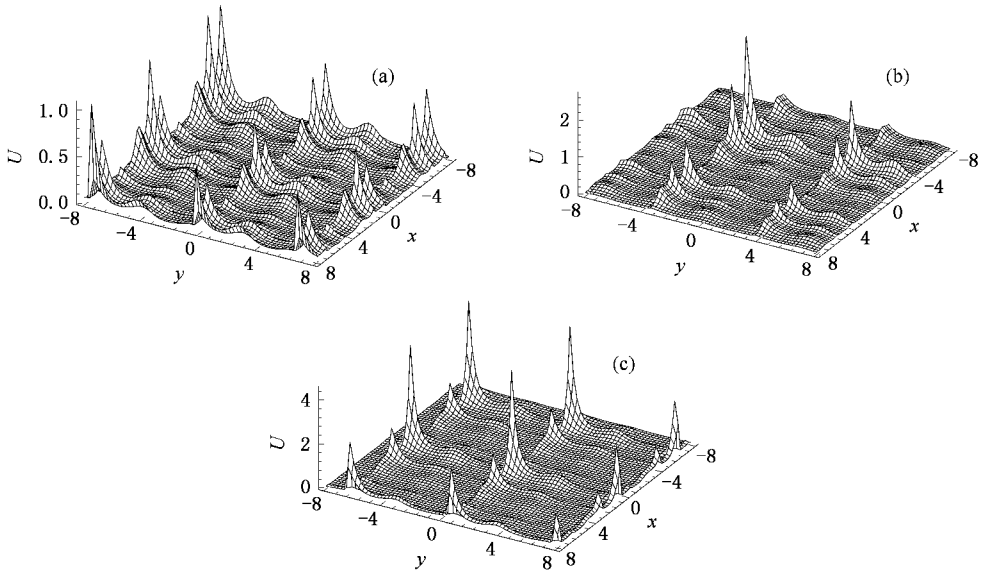


图 5 由(21)式所得椭圆函数波强度 $U = |q|^2$ 在(a) $t = -4$,(b) $t = 0$,(c) $t = 4$ 时的相互作用演化图,其中参数 $a = 8, k_1 = k_2 = k_3 = 0.6, \alpha_1 = \beta = c_1 = 1, \alpha_2 = c_2 = 2$

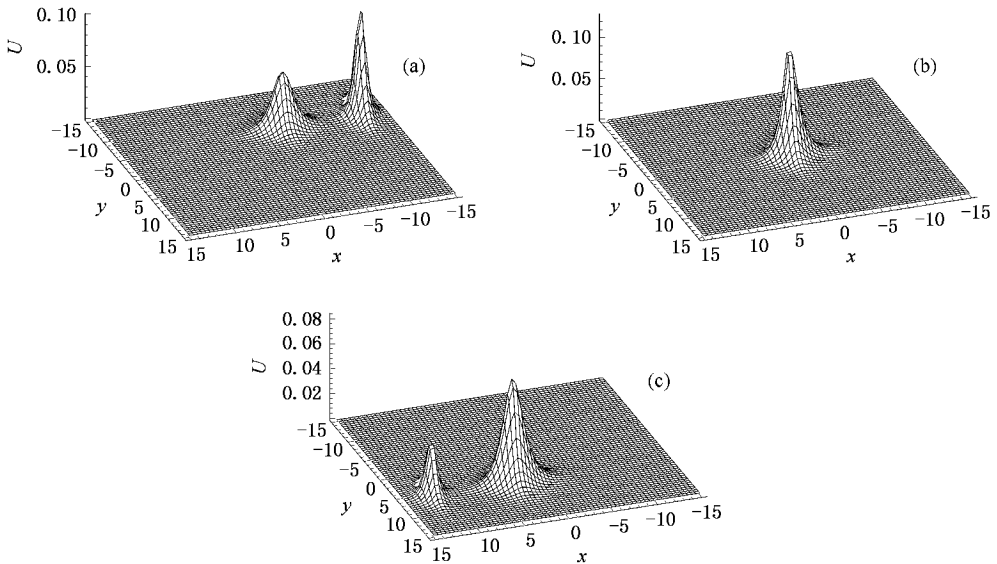


图 6 由(21)式在长波极限 $k_1 = k_2 = k_3 = 1$ 情形下所得 $U = |q|^2$ 表征的 2-dromion 在(a) $t = -6$,(b) $t = 0$,(c) $t = 6$ 时的相互作用演化图,其中参数 $a = 8, \alpha_1 = \beta = 1, c_1 = \frac{1}{2}, \alpha_2 = c_2 = 2$

椭圆函数波表现出多样的性状特征,特别是在模量极限情形下,可以约化为 dromion 和 peakon 激发形态. 利用图示法对椭圆函数波的相互作用进行了探讨,发现在相互作用过程中,除了相位漂移,还有形状和幅度上改变,其相互作用是非弹性的. 在长波

极限下,两 dromion 孤子的相互碰撞亦为非弹性的. 由于多线性分离变量法已经成功应用于许多低维和高维非线性模型,因而本文对 Maccari 系统椭圆函数波及其相互作用的讨论,将对其他的非线性系统具有积极的借鉴意义.



- [1] Abramowitz M , Stegun I 1964 *Handbook of mathematical functions* (New York :Dover)
- [2] Lawden D F 1989 *Elliptic functions and applications* (New York : Spring Verlag)
- [3] Liu S K , Fu Z T , Liu S D , Zhao Q 2001 *Phys. Lett. A* **289** 69
- [4] Liu S K , Fu Z T , Liu S D , Zhao Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2068 (in Chinese)[刘式适、付遵涛、刘式达、赵 强 2001 物理学报 **50** 2068]
- [5] Liu S K , Fu Z T , Liu S D , Zhao Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 10 (in Chinese)[刘式适、付遵涛、刘式达、赵 强 2002 物理学报 **51** 10]
- [6] Fan E G , Zhang J 2002 *Phys. Lett. A* **305** 383
- [7] Zhang S Q , Li Z B 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1066 (in Chinese) [张善卿、李志斌 2003 物理学报 **52** 1066]
- [8] Yan Z Y 2002 *Comput. Phys. Commun.* **148** 30
- [9] Zhu J M , Ma Z Y , Fang J P , Zheng C L , Zhang J F 2004 *Chin. Phys.* **13** 798
- [10] Wang Q , Chen Y , Zhang H Q 2005 *Phys. Lett. A* **340** 411
- [11] Shi Y R , Guo P , Liu K P , Duan W S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3265 (in Chinese)[石玉仁、郭 鹏、吕克璞、段文山 2004 物理学报 **53** 3265]
- [12] Lü D Z 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4501 (in Chinese)[吕大昭 2005 物理学报 **54** 4501]
- [13] Zhu J M , Ma Z Y 2005 *Chin. Phys.* **14** 17
- [14] Zhou Y B , Wang M L , Wang Y M 2003 *Phys. Lett. A* **308** 31
- [15] Wang M L , Wang Y M , Zhang J L 2003 *Chin. Phys.* **12** 1341
- [16] Zhang J L , Ren D F , Wang M L 2003 *Chin. Phys.* **12** 825
- [17] Li B A , Wang M L 2005 *Chin. Phys.* **14** 1698
- [18] He H S , Chen J , Yang K Q 2005 *Chin. Phys.* **14** 1926
- [19] Wang M L , Li X Z 2005 *Phys. Lett. A* **343** 48
- [20] Yan Z Y 2004 *Z. Naturforsch. A* **59** 23
- [21] Peng Y Z 2005 *Phys. Lett. A* **337** 55
- [22] Chow K W , Lou S Y 2006 *Chaos Soliton and Fractals* **27** 561
- [23] Huang W H , Liu Y L , Lu Z M 2007 *Chaos Soliton and Fractals* **31** 54
- [24] Huang W H , Liu Y L , Ma Z Y 2007 *Commun. Theor. Phys.* **47** 397
- [25] Maccari A 1996 *J. Math. Phys.* **37** 6207
- [26] Porsezian K 1997 *J. Math. Phys.* **38** 4675
- [27] Zhang J F , Hung W H , Zheng C L 2002 *Commun. Theor. Phys.* **38** 517
- [28] Bai C L , Hu H Q , Wang W J , Zhao H 2004 *Z. Naturforsch.* **59a** 729
- [29] Lou S Y , Lu J Z 1996 *J. Phys. A : Math. Gen.* **29** 4209
- [30] Lou S Y 2000 *Phys. Lett. A* **277** 94
- [31] Lou S Y , Ruan H Y 2001 *J. Phys. A : Math. Gen.* **34** 305
- [32] Tang X Y , Lou S Y , Zhang Y 2002 *Phys. Rev. E* **66** 046601
- [33] Huang W H , Zhang J F , Sheng Z M 2002 *Chin. Phys.* **11** 1101
- [34] Xu C Z , He B G , Zhang J F 2006 *Chin. Phys.* **15** 1

Elliptic function propagating wave for Maccari system

Huang Wen-Hua¹⁾²⁾ Liu Yu-Lu²⁾

1) (College of Science , Huzhou University , Huzhou 313000 , China)

2) (Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics , Shanghai University , Shanghai 200072 , China)

(Received 15 June 2006 ; revised manuscript received 24 June 2006)

Abstract

Based on the exact solution by multi-linear variable separation approach and introducing Jacobi elliptic functions in the variable separation functions , two types of doubly periodic propagating wave patterns for the Maccari system are derived. When the moduli of elliptic functions are set different , these periodic waves show different features with interesting properties. Especially , in the limiting case , the elliptic function waves may degenerate to dromion and peakon excitations. Graphical investigation of the interaction of elliptic function waves shows it to be inelastic.

Keywords : Maccari system , multi-linear variable separation method , Jacobi elliptic function , periodic wave

PACC : 0290 , 0340K , 0365G