

基于参数非共振激励混沌抑制原理的 微弱方波信号检测^{*}

谌 龙[†] 王德石

(海军工程大学兵器工程系, 武汉 430033)

(2006 年 4 月 11 日收到, 2007 年 1 月 10 日收到修改稿)

利用自治混沌系统的参数非共振激励混沌抑制原理实现强噪声背景下微弱方波信号的检测. 将频率远大于系统特征频率的方波信号作为内置激励信号, 经平均法处理后, 得到受控系统与原系统之间的参数等效关系, 并由此确定使系统由混沌状态突变为周期状态的检测参数临界值. 数值仿真结果表明此系统可以达到极低的信噪比工作下限. 相比于利用参数共振微扰混沌抑制原理实现微弱信号检测的有关方法, 此方案可根据严格的理论分析得到更准确的检测参数估计值, 有利于在相关领域推广应用.

关键词: 自治混沌系统, 参数激励, 方波信号, 检测

PACC: 0545

1. 引 言

方波信号是一种在目标检测、无线通信和数据传输等领域得到广泛应用的基本信号形式. 强噪声背景下微弱方波信号的新型检测方法在故障诊断、电子对抗等工程应用领域中具有重要意义. 利用相干平均、高阶累计量^[1]等信号处理方法在特定条件下可检测出噪声掩盖下的微弱周期信号, 但往往计算量较大, 且需要较长时间的测量数据而效率较低. 基于混沌系统突变效应的微弱周期信号检测方法^[2-8]是近年来出现的一类新型信号检测方法, 可以利用较少的测量数据在任意色噪声背景下实现极低的检测信噪比, 具有广阔的发展前景. 在此类研究中, 国外很少有相关报道, 仅在 1992 年由 Birk 提出过一种初步方案^[2], 但由于当时有关基础理论尚不完善而缺乏深入理论研究. 近年来, 在利用 Duffing 混沌系统检测微弱周期信号的研究中, 国内学者取得了一定进展. 最初是利用对 Duffing-Holmes 方程的外加激励项进行微扰来实现检测^[3], 信噪比工作门限可以达到常规方法的下限. 在此基础上, 相继出现了一些改进的检测系统, 如修正 Duffing-

Holmes 方程^[4]和双耦合 Duffing 振子^[5], 可以进一步降低检测信噪比. 此外, 针对待测信号频率未知的情形, 也提出了一些改进的检测方法^[6,7].

以上这些检测方法的基本原理都是利用非自治混沌系统的参数共振微扰原理实现混沌抑制, 然后根据系统相态图的突变来进行判断, 所采用的模型也以 Duffing-Holmes 方程为主. 此类模型对参数扰动极为敏感, 且具有一定的噪声免疫力, 不过也存在一些不足. 首先, 此类系统一般采用 Melnikov 方法^[9]来计算系统出现混沌的参数临界值, 但由于各种原因其理论计算值与实际值之间的误差较大, 且计算过程较复杂. 其次, 系统在强噪声影响下容易出现类似混沌状态的假象, 而通过计算 Lyapunov 指数等方法来判定系统状态则需要较大的计算量, 不利于实时检测, 因而只有噪声功率很低时才能获得较好的检测效果. 此外, 有研究^[10]表明, 对于受谐和激励和有界噪声共同作用的 Duffing 系统, 当出现混沌运动时谐和激励的临界幅值与噪声强度的关系比较复杂, 这也会影响检测参数临界值的确定. 以上这些问题是由此类系统的固有特性决定的, 仅通过对方程进行改进难以完全解决, 因而有必要研究基于其他工作原理的新型混沌检测系统.

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 30272113)资助的课题.

[†] E-mail: xhrhgz@21cn.com

近年来以 Lorenz 系统为代表的自治混沌系统得到了深入研究,并在利用参数非共振激励进行混沌控制方面取得了新的进展^[11-13],同时对系统全局动力学特性的研究也日趋完善^[14],为进一步开发利用混沌控制技术提供了良好的理论基础.如能将此类混沌控制原理应用于微弱信号检测系统的设计,就可以广泛利用现有的理论研究进展和混沌控制技术的最新成果,进一步发展微弱信号的混沌系统检测方法.本文将受控 Lorenz 系统为基础,给出基于参数非共振激励混沌抑制原理的微弱方波信号检测方案.仿真结果表明,检测参数的临界值范围与理论分析结果相符合,且系统具有极低的信噪比工作下限.

2. 检测模型与参数估计

2.1. 检测模型的建立

Lorenz 系统是全局动力学行为已得到深入分析和严格证明的经典自治混沌系统^[14],其系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= rx - y - xz, \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\sigma = 10$, $b = 8/3$, 当 $0 < r < 1$ 时系统稳定于原点, $1 < r < 24.74$ 时原点不稳定,另两个平衡点稳定. $r > 24.74$ 时系统为混沌或周期状态.将各状态变量看作相位连续、包络随机变化的谐波信号,定义系统的特征频率为信号相位的平均变化率^[15],即

$$\omega_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi N(T)}{T},$$

其中 N 为时间 T 内信号的波峰或波谷数目.

利用混沌系统检测微弱信号的理论基础是混沌抑制.在 Duffing 系统中,这一原理表现为当系统处于临界混沌状态时,若微弱信号与系统外加激励信号的频率和相位相同,系统将突变为周期状态,从而实现检测目的.对于诸如 Lorenz 系统的自治混沌系统,由于不存在显含时间和频率的外加激励项,因此不能直接应用这一原理.在现有的混沌抑制方法中,利用参数非共振激励实现混沌抑制是一种值得关注的开环控制方法,且已在自治混沌系统中得到了成功应用.文献[11]利用频率远大于系统特征频率的谐波和信号作为参数激励,实现了 Lorenz 系统的混沌抑制,使系统从混沌状态转变为周期状态或稳

定于平衡点,并通过电路实验加以验证.基于这一基本原理,假定待测微弱方波信号的频率为 ω ,且 ω 远大于系统(1)的特征频率 ω_0 ,可以设计微弱方波信号检测系统如下:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= r[1 + ks(\omega t) + \beta u(t)]x - y - xz, \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 σ, b 取值与系统(1)相同, r 为可调节参数, $s(t)$ 为单位方波信号, $ks(\omega t)$ 表示幅度为临界幅值 k 、频率为 ω 的内置方波激励信号, β 用于控制输入信号功率,输入信号 $u(t) = d(t) + n(t)$, $d(t)$ 表示待检测的微弱方波信号, $n(t)$ 为背景噪声.通过观察系统的 x - y 相态图的变化来进行信号检测.对于任意的待检测信号角频率 ω_1 ,通过时间尺度变换 $t = \omega_1 t_1 / \omega$ 即可使系统(2)检测角频率为 ω_1 的微弱方波信号,且检测参数 k 保持不变.

2.2. 检测参数的估计

首先考虑 $u(t) = 0$,即无输入信号时的情形.将内置方波信号展开为傅里叶级数,得

$$ks(\omega t) = \sum_{i=1}^{\infty} ka_i \sin(\omega_i t), \quad (3)$$

其中 $a_i = 4[(2i-1)\pi]$, $\omega_i = (2i-1)\omega$.利用文献[11,16]中的变量处理方法,将系统变量分解为由系统(1)特征频率决定的慢变量和与内置激励有关的快变量,即

$$x = x_s + x_q, y = y_s + y_q, z = z_s + z_q, \quad (4)$$

变量下标 s 和 q 分别表示慢变和快变.慢变量描述系统演化的长期趋势,而快变量表示系统变量的局部振荡形态.设快变量在周期 $T = 2\pi/\omega$ 内的平均值为零,且其幅度远小于慢变量.令算子 \cdot 表示 $\frac{1}{T} \int_t^{t+T} (\cdot) dt$,将(4)式代入系统(2),并在周期 T 内将各慢变量视为常量,利用平均法^[11]对系统变量进行处理后得慢变量的演化方程

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= \sigma(y_s - x_s), \\ \dot{y}_s &= rx_s - y_s - x_s z_s + rk x_q \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin(\omega_i t), \\ \dot{z}_s &= x_s y_s - bz_s, \end{aligned} \quad (5)$$

上式中略去了积分不为零的高阶小量.对比系统(2)和(5),可得部分快变量的演化方程

$$\dot{x}_q = \sigma(y_q - x_q),$$

$$\dot{y}_q = rkx_s \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin(\omega_i t), \quad (6)$$

因此有 $\ddot{x}_q = \sigma \left\{ rkx_s \sum_{i=1}^{\infty} [a_i \sin(\omega_i t)] - \alpha(y_q - x_q) \right\}$, 考虑到上式中 x_q, y_q 远小于 x_s , 可以略去, 则积分后可得

$$x_q = -\sigma rkx_s \sum_{i=1}^{\infty} [a_i \sin(\omega_i t) / \omega_i^2],$$

从而可以计算系统(5)中的

$$\begin{aligned} rk x_q \sum_{i=1}^{\infty} [a_i \sin(\omega_i t)] \\ = -\sigma r^2 k^2 x_s \sum_{i=1}^{\infty} [a_i \sin(\omega_i t)] \sum_{j=1}^{\infty} [a_j \sin(\omega_j t) / \omega_j^2] \\ = -\frac{1}{2} \sigma r^2 k^2 x_s \sum_{i=1}^{\infty} (a_i / \omega_i)^2. \end{aligned}$$

因此系统(2)的慢变量演化方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= \alpha(y_s - x_s), \\ \dot{y}_s &= r_{\text{eff}} x_s - y_s - x_s z_s, \\ \dot{z}_s &= x_s y_s - b z_s, \end{aligned} \quad (7)$$

其中参数 $r_{\text{eff}} = r \left[1 - \frac{1}{2} \sigma r k^2 \sum_{i=1}^{\infty} (a_i / \omega_i)^2 \right]$, 对比系统(1)与系统(7), 当 $r_{\text{eff}} = r$ 时, 两系统具有相同的动力学特性. 由于 $r > 24.74$ 时系统(1)进入混沌状态, 则系统(7)出现混沌时其参数 k 应满足的条件可由 $r_{\text{eff}} > 24.74$ 解得

$$\begin{aligned} k < k_c = [\alpha(r - 24.74)]^{1/2} \left[\sigma r^2 \sum_{i=1}^{\infty} (a_i / \omega_i)^2 \right]^{-1/2} \\ \approx 1.102 \frac{\omega}{r} \sqrt{\frac{r - 24.74}{\sigma}}, \end{aligned} \quad (8)$$

即 $k < k_c$ 时检测系统的输出信号 y 为混沌状态, 而当 k 略大于 k_c 时, 输出为与内置方波频率相同的周期运动. 因此, 在检测系统(2)中令内置激励幅值 $k = k_c$, 适当调节系数 β 以控制输入信号功率, 当存在微弱周期信号 $s(t)$ 时, 系统输出将由混沌状态突变为周期状态, 从而达到检测目的. 由于得到慢变系统(7)时略去了高阶小量, 临界参数 k_c 的实际取值会略微偏离理论预测值, 可通过系统仿真加以调整.

3. 仿真实验

在检测系统(2)中取参数 $r = 168$, 此时系统特征频率 $\omega_0 \approx 10.5$ rad/s, 综合考虑参数要求后取 $\omega =$

70 rad/s, 由(8)式计算得临界参数 $k_c = 1.7378$, 经系统仿真得修正值 $k_c = 1.72889$, 参数预测误差为 0.5%. 令 $k = k_c, \beta = 1$, 当系统输入信号 $u(t) = 0$ 时, 系统的 x - y 相态图为临界混沌状态(略去初始过渡过程, 下同)如图 1 所示.

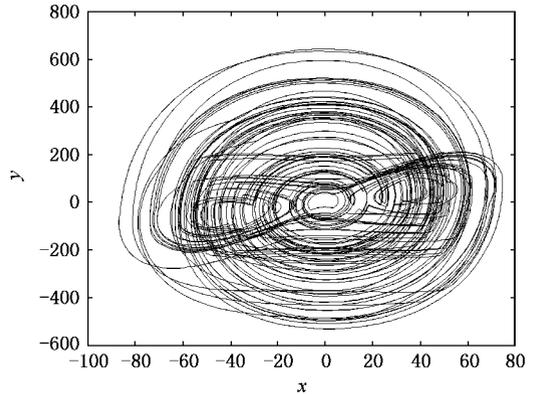


图 1 输入信号为零时系统的 x - y 相态图

当输入信号为功率 $P = 0.01$ W 的高斯白噪声时, 系统依然处于混沌状态, 其 x - y 相态图如图 2 所示.

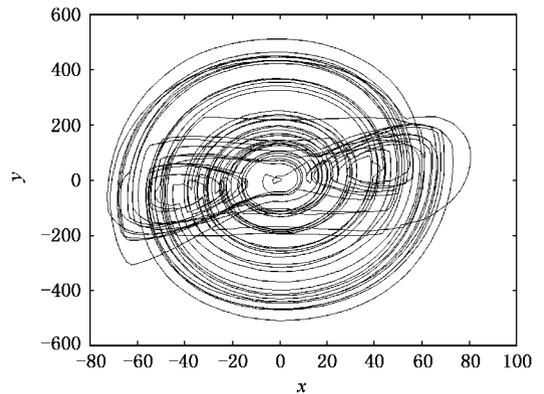


图 2 输入信号为白噪声时系统的 x - y 相态图

令 $d(t) = \mu s(\omega t)$, 当 μ 由 0 逐渐增大时, 系统输出迅速发生变化. 当 $\mu = 1 \times 10^{-5}$ 时, 系统突变为周期状态, 其 x - y 相态图如图 3 所示. 由于噪声的干扰作用, 各周期的相轨迹并不完全重合, 但依然与图 2 的混沌状态有显著区别, 因此通过观察系统相态图是否为稳定周期状态即可判定待检测的微弱方波信号是否存在.

从以上仿真结果可以计算出系统的信噪比工作门限为

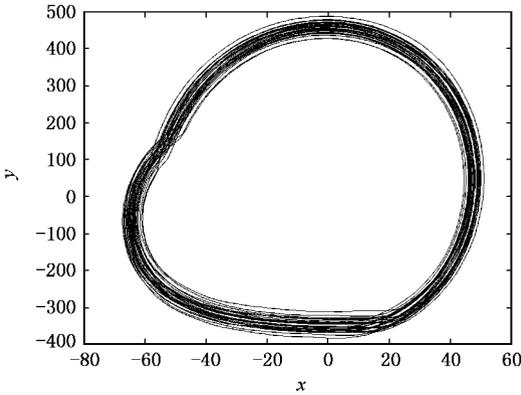


图3 输入信号为含微弱方波信号的白噪声时系统的 x - y 相态图

$$\text{SNR} = 10 \log \frac{(1 \times 10^{-5})^2}{1 \times 10^{-2}} = -80 \text{ dB},$$

表明检测系统对于微弱方波信号非常敏感.

4. 结 论

利用参数非共振激励混沌抑制原理,建立了基于自治混沌系统的强噪声背景下微弱方波信号检测模型,并利用平均法确定了检测参数临界值.当输入信号中含有微弱方波信号时系统输出由混沌信号突变为周期信号,仿真实验表明此方法有效,且可以达到极低的信噪比工作下限.相比于目前研究较多的基于参数共振微扰原理的混沌检测系统,本方法可以通过严格的理论分析来确定参数临界值的范围,参数预测误差仅为 0.5%.同时本文提出的方案也有利于借鉴在自治混沌系统的控制领域中已取得的大量研究成果,为微弱信号的混沌检测方法提供新的途径.

- [1] Ma Y, Shi Y W, Kang X T 2002 *Acta Electronica Sinica* **30** 14 (in Chinese)[马彦、石要武、康小涛 2002 电子学报 **30** 14]
- [2] Bix D I 1992 *IEEE International Joint Conference on Neural Networks* **22** 881
- [3] Wang G Y, Tao G L, Chen X, Lin J Y 1997 *Chinese Journal of Scientific Instrument* **18** 209 (in Chinese)[王冠宇、陶国良、陈行、林建亚 1997 仪器仪表学报 **18** 209]
- [4] Li Y, Yang B J 2003 *Chinese Science Bulletin* **48** 19 (in Chinese) [李月、杨宝俊 2003 科学通报 **48** 19]
- [5] Li Y, Lu P, Yang B J, Zhao X P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1672 (in Chinese)[李月、路朋、杨宝俊、赵雪平 2006 物理学报 **55** 1672]
- [6] Li Y, Yang B J, Deng X Y, Jin L, Du L Z 2004 *Chin. Phys.* **13** 1386
- [7] Li Y, Yang B J, Lin H B, Liu X H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1994 (in Chinese)[李月、杨宝俊、林红波、刘晓华 2005 物理学报 **54** 1994]
- [8] Li Y, Yang B J, Du L Z, Yuan Y 2003 *Chin. Phys.* **12** 714
- [9] Liu Z R 1994 *Perturbation criteria for chaos* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Press) p44 (in Chinese)[刘曾荣 1994 混沌的微扰判据(上海:上海科技教育出版社)第 44 页]
- [10] Yang X L, Xu W, Sun Z K 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1678 (in Chinese)[杨晓丽、徐伟、孙中奎 2006 物理学报 **55** 1678]
- [11] Choe C, Hohne K, Benner H, Kivshar Y S 2005 *Phys. Rev. E* **72** 036206
- [12] Soong C Y, Huang W T, Lin F P, Tzeng P Y 2004 *Phys. Rev. E* **70** 016211
- [13] Chen L, Wang D S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 91 (in Chinese)[谌龙、王德石 2007 物理学报 **56** 91]
- [14] Liao X X 2004 *Science in China Ser. E Information Sciences* **34** 1404 (in Chinese)[廖晓昕 2004 中国科学 E 辑 信息科学 **34** 1404]
- [15] Park E, Zaks M, Kurths J 1999 *Phys. Rev. E* **60** 6627
- [16] Kivshar Y S, Rodelsperger F, Benner H 1994 *Phys. Rev. E* **49** 319

Detection of weak square wave signals based on the chaos suppression principle with nonresonant parametric drive^{*}

Chen Long[†] Wang De-Shi

(*Weaponry Engineering Department , Naval University of Engineering , Wuhan 430033 , China*)

(Received 11 April 2006 ; revised manuscript received 10 January 2007)

Abstract

Based on the principle of chaos suppression with nonresonant parametric drive in autonomous chaotic systems , detection of weak square wave signals in strong noise is realized . Firstly a square wave signal whose frequency is far higher than the system characteristic frequency is introduced as the system internal drive signal . According to the parametric equivalent relation between the controlled system and the original system obtained by the averaging method , the critical value of the detection parameter is determined , which marks the sudden change from chaos state to periodic orbit of the system . Numerical simulations show that extremely low signal-to-noise ratio limit in detection can be attained by the proposed system . Compared with the known weak signal detection methods based on the parametric resonant perturbation principle , this method gives more accurate estimates of the detection parameter through strict theoretical analysis , which enables its generalization and application in related fields .

Keywords : autonomous chaotic system , parametric drive , square wave signal , detection

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10272113).

[†] E-mail : xhrhzg@21cn.com