

# 高能重离子碰撞中的参与者数和核子-核子碰撞数<sup>\*</sup>

姜志进<sup>†</sup>

(上海理工大学理学院,上海 200093)

(2006 年 8 月 1 日收到,2006 年 11 月 13 日收到修改稿)

采用核-核碰撞的 Glauber 模型,给出了高能重离子碰撞中的参与者数和核子-核子碰撞数随碰撞参数的分布方程,并用其讨论了  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV 的 Au + Au 碰撞中的参与者数与核子-核子碰撞数随对心度的变化关系,所得结果与 PHENIX 合作组所给出的实验结果符合得很好.

关键词: Glauber 模型,参与者数,核子-核子碰撞数

PACC: 2570

## 1. 引 言

在 高 能 重 离 子 碰 撞 中,两 碰 撞 核 将 相 互 穿 透,在 这 穿 透 的 过 程 中,两 核 内 的 核 子 将 发 生 激 烈 碰 撞 而 损 失 能 量,这 样 在 质 心 附 近 将 集 聚 大 量 的 能 量<sup>[1,2]</sup>,这 些 能 量 的 量 子 可 以 是 夸 克、胶 子(若 在 碰 撞 中 有 夸 克-胶 子 等 离 子 体 相 变 产 生)或 是 强 子,这 些 量 子 最 后 将 衰 变 产 生 末 态 强 子(80%—90% 是  $\pi$  介 子).

在 一 次 核-核 碰 撞 中,每 核 中 只 有 部 分 核 子 参 与 了 碰 撞,通 常 称 这 些 参 与 碰 撞 的 核 子 为 参 与 者,而 称 那 些 没 有 参 与 碰 撞 的 核 子 为 旁 观 者,两 者 的 数 目 显 然 与 两 核 的 碰 撞 参 数 有 关,碰 撞 参 数 越 小,参 与 者 数 越 大,对 心 碰 撞(碰 撞 参 数 为 0),参 与 者 数 最 大.那 么,对 于 给 定 的 碰 撞 参 数,参 与 者 数 等 于 多 少 呢?核 子-核 子 碰 撞 数 又 是 多 少 呢?这 些 问 题 的 回 答 有 助 于 弄 清 楚 高 能 核-核 碰 撞 的 物 理 机 理.本 文 将 采 用 核-核 碰 撞 中 的 Glauber 模 型<sup>[3]</sup>,给 出 高 能 重 离 子 碰 撞 中 的 参 与 者 数 和 核 子-核 子 碰 撞 数 与 碰 撞 参 数 的 解 析 关 系,并 对 质 心 能 量 为  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV 的 Au + Au 碰 撞 中 的 参 与 者 数 和 核 子-核 子 碰 撞 数 随 对 心 度 的 变 化 关 系 进 行 分 析,从 下 面 的 讨 论 可 以 看 出,所 得 结 果 与 在 RHIC 上 的 PHENIX 合 作 组 所 给 的 结 果 符 合 得 很 好.

## 2. 核-核碰撞中的参与者数

核 中 的 核 子 数 密 度 服 从 Wood-Saxon 分 布

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - r_0)/a]}, \quad (1)$$

其 中  $r_0, a$  为 两 个 参 数,不 同 的 文 献 对 它 们 的 取 值 亦 不 同,常 见 的 几 种 取 法 有( $r_0 = 1.1 A^{1/3}, a = 0.53$  fm)<sup>4,5]</sup>,( $r_0 = 1.12 A^{1/3} - 0.86 A^{-1/3}, a = 0.54$  fm)<sup>6-8]</sup>,( $r_0 = 1.1(1 - 1.16 A^{-2/3}), a = 0.55$  fm)<sup>9]</sup>及( $r_0 = 1.19 A^{1/3} - 1.61 A^{-1/3}, a = 0.54$  fm)<sup>10,11]</sup>等 等,其 中  $A$  为 核 的 质 量 数,而(1)式 中 的 常 数  $\rho_0$  由 条 件

$$\int_V \rho(r) dV = A \quad (2)$$

确 定.对 于 金 核 Au,  $A = 197$ ,若 参 数  $r_0, a$  按 上 面 最 后 的 一 种 取 法,则  $r_0 = 6.65$  fm,  $\rho_0 = 0.15/\text{fm}^3$ .

图 1 给 出 了 金 核 的 核 子 数 密 度 与 其 半 径  $r$  的 关 系.由 该 图 可 以 看 出,金 核 内 的 核 子 主 要 集 中 在 核 内 半 径  $r \leq 5$  fm 的 范 围 内,且 该 区 域 内 的 核 子 数 几 乎 保 持 不 变,处 处 近 似 为  $\rho_0$ ,超 过 该 范 围,核 子 数 密 度 将 急 剧 下 降,到 达  $r = r_0 = 6.65$  fm 时,已 降 至  $\rho_0/2$ ,而 在  $r > 10$  fm 的 区 域 内 核 子 实 在 已 经 不 存 在 了.

由 核 子 数 密 度  $\rho(r)$ ,我 们 可 以 定 义 核 的 厚 度 函 数<sup>[5-11]</sup>

$$T(s) = \int \rho(s, z) dz, \quad (3)$$

<sup>\*</sup> 上海市重点学科项目(批准号 06JC14075)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: Jzj265@sohu.com

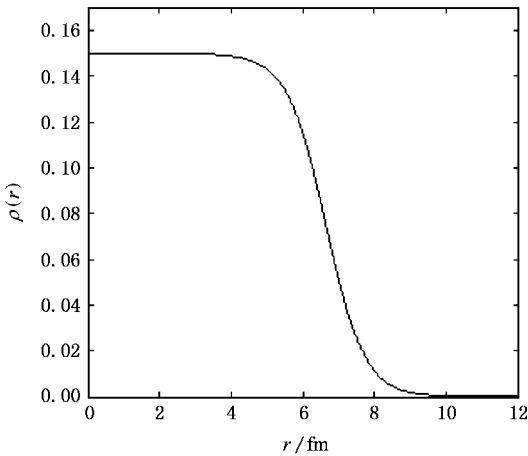


图1 金核核子数密度与半径  $r$  的关系

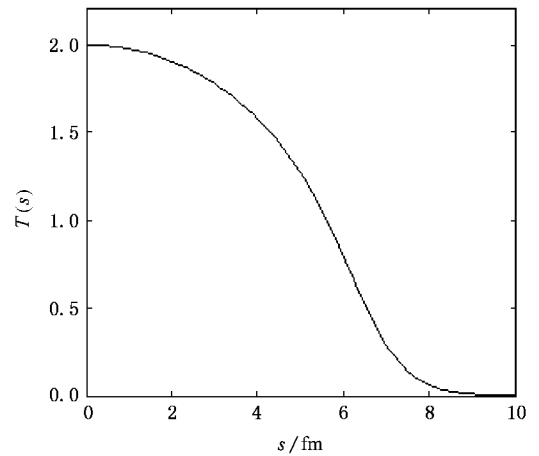


图3 金核的厚度函数  $T(s)$  与  $s$  的关系

其物理意义是相对于核中心  $o$  的位矢为  $s$  处, 底面积为一个单位且与  $s$  垂直的流管内的核子数目, 如图 2 示.

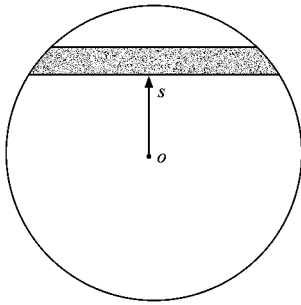


图2 核内  $s$  处底面积为一个单位的流管

对于没有变形且没有特殊取向的核,  $T(s)$  只依赖于  $s$  的大小而与其方向无关, 为简单起见, 以下我们将只考虑  $T(s) = T(s)$  的情况. 图 3 给出了金核的  $T(s)$  随  $s$  的变化关系.

考虑碰撞参数为  $b$  的  $A$  核- $B$  核碰撞, 如图 4 示. 假设核子-核子非弹性碰撞截面为  $\sigma_{NN}^{in}$ , 则  $A$  核内的一个核子在穿越  $B$  核的过程中碰撞的核子数, 即发生非弹性碰撞的次数为  $\sigma_{NN}^{in} T_B(s-b)$ , 这样该核子免遭碰撞的概率为  $\exp[-\sigma_{NN}^{in} T_B(s-b)]$ , 而参与碰撞的概率为  $1 - \exp[-\sigma_{NN}^{in} T_b(s-b)]$ . 这样, 在与入射轴相垂直的碰撞截面上、相对于  $A$  核中心的位矢为  $s$  处的单位面元内参与碰撞的核子数为

$$n_A(\mathbf{b}, \mathbf{s}) = T_A(s) \{1 - \exp[-\sigma_{NN}^{in} T_B(s-b)]\}. \quad (4)$$

同样,  $B$  核在  $s$  处单位面元内参与碰撞的核子数为

$$n_B(\mathbf{b}, \mathbf{s}) = T_B(s-b) \{1 - \exp[-\sigma_{NN}^{in} T_A(s)]\}. \quad (5)$$

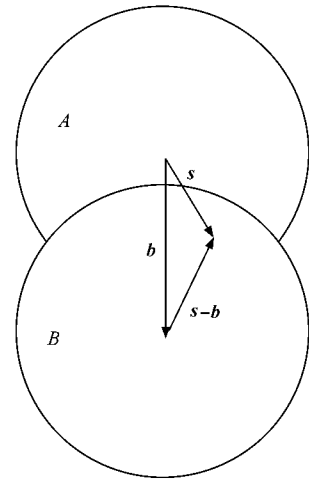


图4 碰撞参数为  $b$  的核-核碰撞

则两核内参与碰撞的核子总数为

$$\begin{aligned} n_{Part}(\mathbf{b}, \mathbf{s}) &= n_A(\mathbf{b}, \mathbf{s}) + n_B(\mathbf{b}, \mathbf{s}) \\ &= T_A(s) \{1 - \exp[-\sigma_{NN}^{in} T_B(s-b)]\} \\ &\quad + T_B(s-b) \{1 - \exp[-\sigma_{NN}^{in} T_A(s)]\}. \end{aligned} \quad (6)$$

这样, 在碰撞参数为  $b$  的一次核-核碰撞中, 参与碰撞的核子总数为

$$N_{Part}(\mathbf{b}) = \int n_{Part}(\mathbf{b}, \mathbf{s}) d^2 s. \quad (7)$$

而对于一定区间的碰撞参数(或对心度), 参与碰撞的平均核子数为

$$\bar{N}_{Part} = \frac{\int N_{Part}(\mathbf{b}) d^2 b}{\int d^2 b}. \quad (8)$$

图 5 给出了  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV 的 Au + Au 碰撞中,

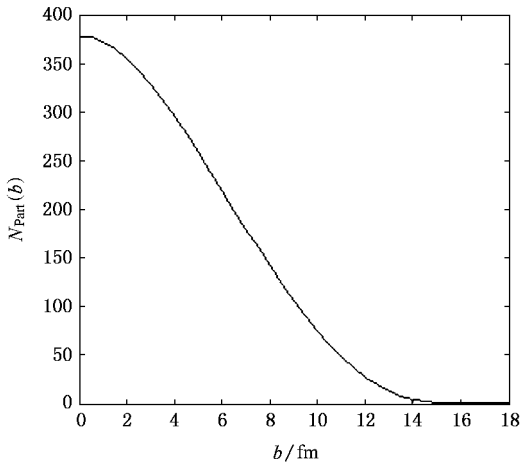


图 5  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV 的 Au + Au 碰撞中参与者数与碰撞参数的关系

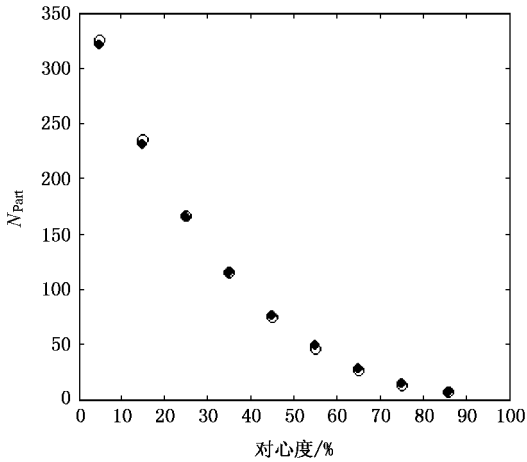


图 6  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV 的 Au + Au 碰撞中平均参与者数与对心度的关系(点线为(8)式的计算结果,圈线为 PHENIX 合作组的结果)

参与者数  $N_{\text{Part}}(b)$  随碰撞参数的变化关系, 图 6 给出了  $\bar{N}_{\text{Part}}$  随对心度的变化关系, 对心度是由 Au + Au 过程的总非弹性碰撞截面  $\sigma_{\text{AuAu}}^{\text{in}} = 6.9b$  的百分比定义的. 计算中, 我们取  $\sigma_{\text{NN}}^{\text{in}} = 42$  mb. 图中的实心点为按(8)式的计算结果, 空心圆为在 RHIC 上的 PHENIX 合作组给出的结果<sup>[12]</sup>, 由于空心圆的线度大于误差棒的长度, 所以图中没有画出 PHENIX 合作组在各数据点的误差. 表 1 给出了与图 6 各点相应的具体数据, 表中括号内为 PHENIX 合作组的结果. 由图 6 或表 1 可以看出, (8)式的计算结果与 PHENIX 合作组所给的结果符合得很好.

表 1  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV 的 Au + Au 碰撞中各对心度的碰撞参数、平均参与者数及平均核子-核子碰撞数

对心度 /%	碰撞参数 $b$	平均参与者数 $\bar{N}_{\text{Part}}$	平均核子-核子碰撞数 $\bar{N}_{\text{NN}}$
0—10	0—4.69	320.3 (325.2 ± 3.3)	913.3 (955.4 ± 93.6)
10—20	4.69—6.63	230.0 (234.6 ± 4.7)	586.0 (602.6 ± 59.3)
20—30	6.63—8.12	164.2 (166.6 ± 5.4)	373.0 (373.8 ± 39.6)
30—40	8.12—9.37	114.3 (114.2 ± 4.4)	228.6 (219.8 ± 22.6)
40—50	9.37—10.48	76.4 (74.4 ± 3.8)	132.1 (120.3 ± 13.7)
50—60	10.48—11.48	48.2 (45.5 ± 3.3)	70.6 (61.0 ± 9.9)
60—70	11.48—12.40	28.1 (25.7 ± 3.8)	34.4 (28.5 ± 7.6)
70—80	12.40—13.26	14.8 (13.4 ± 3.0)	15.1 (12.4 ± 4.2)
80—92	13.26—14.21	6.5 (6.3 ± 1.2)	5.6 (4.9 ± 1.2)

### 3. 核-核碰撞中的核子-核子碰撞数

用核的质量数  $A$  除以核子数密度(1)得

$$\rho_{\text{r}}(r) = \frac{\rho_0}{A \{1 + \exp[(r - r_0)/a]\}} \quad (9)$$

该式显然为核子分布的概率密度, 即为单位体积内发现一个核子的概率, 满足归一化条件

$$\int \rho_{\text{r}}(r) dV = 1. \quad (10)$$

而函数  $T_{\text{r}}(s) = \int \rho_{\text{r}}(s, z) dz$  (11)

为相对于核中心的位矢为  $s$  处, 底面积为一个单位且与  $s$  垂直的流管内发现一个核子的概率(见图 2, 有时亦称  $T_{\text{r}}(s)$  为厚度函数<sup>[11]</sup>). 上式显然满足归一化条件

$$\int T_{\text{r}}(s) d^2s = 1, \quad (12)$$

则在碰撞参数为  $b$  的一次  $A$  核- $B$  核碰撞中, 单位碰撞截面内发生一次核子-核子碰撞的概率为

$$T_{\text{r}}(b) = \int T_{\text{PA}}(s) T_{\text{PB}}(s - b) d^2s, \quad (13)$$

其中矢量  $s$  与(4)式中的定义相同(见图 4).  $T_{\text{r}}(b)$  显然亦满足归一化条件

$$\int T_{\text{r}}(b) d^2b = 1. \quad (14)$$

这样, 在碰撞参数为  $b$  的一次  $A$  核- $B$  核碰撞中, 两核内发生一次核子-核子碰撞的概率为  $T_{\text{r}}(b) \sigma_{\text{NN}}^{\text{in}}$ , 而发生  $n$  次核子-核子碰撞的概率为

$$P(n, b) = \binom{AB}{n} [T_{\text{r}}(b) \sigma_{\text{NN}}^{\text{in}}]^n [1 - T_{\text{r}}(b) \sigma_{\text{NN}}^{\text{in}}]^{AB-n}. \quad (15)$$

上式右边第一因子表示在总共  $AB$  次可能的核子-核子碰撞中, 发生  $n$  次碰撞的组合数, 第二因子给出了发生  $n$  次碰撞的概率, 第三因子为  $AB - n$  次不发生碰撞的概率, 上式显然满足条件

$$\sum_{n=0}^{AB} P(n, \mathbf{b}) = 1. \quad (16)$$

而非弹性核子-核子碰撞数为

$$N_{NN}(\mathbf{b}) = \frac{\sum_{n=1}^{AB} nP(n, \mathbf{b})}{\sum_{n=1}^{AB} P(n, \mathbf{b})}, \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{AB} P(n, \mathbf{b}) &= \sum_{n=0}^{AB} P(n, \mathbf{b}) - P(0, \mathbf{b}) \\ &= 1 - [1 - T_p(\mathbf{b})\sigma_{NN}^{in}]^{AB}, \end{aligned} \quad (18)$$

上式第二等号用到了(15)与(16)两式. 另外, (17)式中的<sup>[13]</sup>

$$\sum_{n=1}^{AB} nP(n, \mathbf{b}) = AB T_p(\mathbf{b})\sigma_{NN}^{in}. \quad (19)$$

这样, 由(18)与(19)两式, (17)式变为

$$N_{NN}(\mathbf{b}) = \frac{AB T_p(\mathbf{b})\sigma_{NN}^{in}}{1 - [1 - T_p(\mathbf{b})\sigma_{NN}^{in}]^{AB}}. \quad (20)$$

而对于一定碰撞参数范围内的平均核子-核子碰撞数为

$$\bar{N}_{NN} = \frac{\int N_{NN}(\mathbf{b}) d^2 \mathbf{b}}{\int d^2 \mathbf{b}}. \quad (21)$$

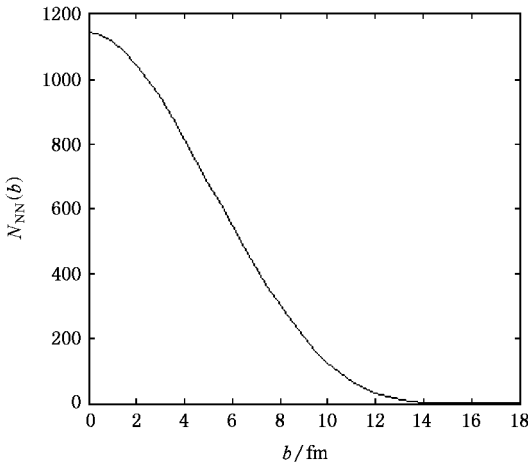


图 7  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV 的 Au + Au 碰撞中核子-核子碰撞数与碰撞参数的关系

图 7 给出了  $N_{NN}(b)$  随碰撞参数的变化关系, 图 8 给出了按(21)式得到的不同对心度的平均核子-核子

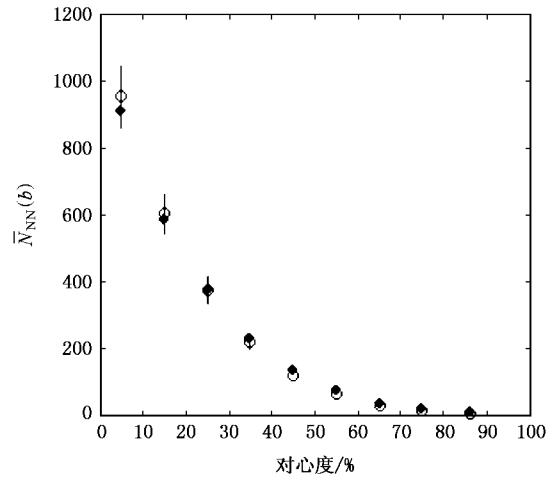


图 8  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV 的 Au + Au 碰撞中平均核子-核子碰撞数与对心度的关系 (点线为(21)式的计算结果, 圈线为 PHENIX 合作组的结果)

碰撞数  $\bar{N}_{NN}$  (实心点), 空心圆为在 RHIC 上的 PHENIX 合作组给出的结果. 图中只画出了前四个数据点的误差, 其他数据点, 由于圆圈的线度大于误差棒的长度, 所以 PHENIX 合作组在这些数据点的误差没有标出. 表 1 亦给出了各不同对心度  $\bar{N}_{NN}$  的具体数据, 括号内为 PHENIX 合作组的结果. 由图 8 或表 1 可以看出, 两套结果符合得很好.

### 4. 结 论

本文采用 Glauber 模型, 讨论了高能核-核碰撞中的参与者数与核子-核子碰撞数. 该模型是以核子在穿越核的过程中各核子-核子非弹性碰撞截面都相同为基础, 本文和其他文献<sup>[7, 12]</sup>一样取  $\sigma_{NN}^{in} = 42$  mb. 而原则上, 在核子穿越核的过程中, 由于其激发与能量的损失, 各核子-核子非弹性碰撞截面是不同的. 但实验表明<sup>[12, 14]</sup>  $\sigma_{NN}^{in}$  随能量的变化很小. 例如, 当入射粒子的质心能量  $\sqrt{s_{NN}}$  由 130 GeV 增至 200 GeV 时,  $\sigma_{NN}^{in}$  仅由 41 mb 增至 42 mb. 所以, 将核-核碰撞中的各核子-核子碰撞截面取作常数是一种很好的近似, 对计算结果不会产生多大影响. 本文中的  $\sigma_{NN}^{in} = 42$  mb 应为第一次核子-核子碰撞、即质心能量为 200 GeV 的核子-核子碰撞截面. 从前面的分析可以看出, 在这种近似处理下, Glauber 模型很好地描述了核-核碰撞中核子的多重碰撞过程, 准确地给出了两核中的参与者数与核子-核子碰撞数.

- [ 1 ] Liu F H , Ma Y Q , Duan M Y 2005 *Chin. Phys.* **14** 2458
- [ 2 ] Liu F H 1998 *Chin. Phys.* **7** 321
- [ 3 ] Glauber R J 1959 *In Lectures in Theoretical Physics* ( New York ) p315
- [ 4 ] Chaudhuri A K 2001 *Phys. Rev. C* **64** 054903
- [ 5 ] Jiang Z J 2004 *Acta Phys. Sic.* **53** 1020 ( in Chinese ) [ 姜志进 2004 物理学报 **53** 1020 ]
- [ 6 ] Eremin S , Voloshin S 2003 *Phys. Rev. C* **67** 064905
- [ 7 ] Netrakanti P K , Mohanty B 2004 *Phys. Rev. C* **70** 027901
- [ 8 ] De B , Bhattacharyya S 2005 *Phys. Rev. C* **71** 024903
- [ 9 ] Pi H 1992 *Comput. Phys. Commun.* **71** 173
- [ 10 ] Werner K 1993 *Phys. Rep.* **232** 87
- [ 11 ] Frois B , Bellicard J B , Cavedon J M *et al* 1997 *Phys. Rev. Lett.* **38** 152
- [ 12 ] Adler S S , Afanasiev S , Aidala C *et al* ( PHENIX Collaboration ) 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 072301
- [ 13 ] Wong C Y 2002 *Introduction to High-energy Heavy-ion Collisions* ( Harbin : Harbin Institute of Technology Press ) ( in Chinese ) [ 黄卓然 2002 高能重离子碰撞导论 ( 哈尔滨 : 哈尔滨工业大学出版社 ) p223 ]
- [ 14 ] Adler C , Ahammed Z , Allgower C *et al* ( STAR Collaboration ) 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 202301

## The numbers of participants and nucleon-nucleon collisions in high-energy heavy-ion collisions \*

Jiang Zhi-Jin<sup>†</sup>

( Science College , Shanghai University of Science and Technology , Shanghai 200093 , China )

( Received 1 August 2006 ; revised manuscript received 13 November 2006 )

### Abstract

By using the Glauber model of nucleus-nucleus collision , we present the distribution equations for the numbers of participants and nucleon-nucleon collisions versus the impact parameter in high-energy heavy-ion collisions , and analyze with them the centrality dependence of both numbers in  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV Au + Au collisions. The results fit well with those given by PHENIX Collaboration.

**Keywords** : Glauber model , numbers of participants , numbers of nucleon-nucleon collisions

**PACC** : 2570

\* Project supported by the Key Foundation of Shanghai ( Grant No.06JC14075 ).

<sup>†</sup> E-mail : jzj265@sohu.com