

# 射频激励等离子体非线性效应的 FDTD 数值模拟

赵国伟<sup>1)2)</sup> 王之江<sup>1)</sup> 徐跃民<sup>1)</sup> 梁志伟<sup>1)2)</sup> 徐 杰<sup>1)2)</sup>

1) 中国科学院空间科学与应用研究中心, 北京 100080)

2) 中国科学院研究生院, 北京 100080)

(2006 年 11 月 9 日收到, 2006 年 11 月 27 日收到修改稿)

在考虑热运动、电子复合、扩散等效应后, 建立电磁波与等离子体相互作用模型, 验证了射频激励等离子体时产生的二次、多次谐波以及各个不同频段信号的调制现象, 得到了不同激励功率、产生电子的电场阈值、电子能量等参数对电磁波频谱的影响, 这对于射频激励等离子体的电路匹配、耦合器件以及等离子体天线传输、电磁兼容等设计很有帮助.

关键词: 射频, 谐波, 等离子体, 非线性

PACC: 5225, 5240, 5265

## 1. 引 言

等离子体作为物质的第四态, 已经广泛应用于各个领域. 军事上, 应用于飞行器隐身、推进器、通信、探测等方面. 当等离子体密度高, 信号频率不能穿透等离子体, 趋肤深度很小, 会沿着柱形等离子体传播, 与金属天线类似, 因此可以利用等离子体的导电性能做等离子体天线. 由于它的反射、吸收电磁波特性的同时, 又具有一定隐身能力.

等离子体天线概念的提出, 这方面研究也逐渐增多<sup>[1-8]</sup>, Borg<sup>[1,4]</sup>, Moisan<sup>[2]</sup>, Rayner<sup>[3]</sup>等计算了等离子体天线密度, 波的衰减系数等重要参数. Anderson 等<sup>[5,6]</sup>综合介绍了等离子体的一些性能. 这些研究主要是集中于等离子体天线激励原理、特性、实验等综述性方面的讨论. 赵国伟等<sup>[7,8]</sup>理论计算了一定电子密度分布条件下, 等离子体天线的辐射方向图和阻抗、增益. 电磁波在等离子体中的传播, 国内外也做了很多工作<sup>[9-21]</sup>, 刘少斌等<sup>[9-12]</sup>利用时域有限差分 (FDTD) 算法计算了电磁波在等离子体中的透射、反射系数. 这些都是在电磁波不影响等离子体参数的前提下得到的. 时变等离子体中传输的研究集中于瞬时密度的变化引起的频率漂移<sup>[13-18]</sup>.

实际利用射频激励产生等离子体, 由于电磁波和等离子体相互作用引起的非线性效应, 会出现各种谐波和调制信号, 上述模型和结果已经不再适用, 而等离子体天线发射或接收信号时, 不同频率的非

线性效应对包括电路的匹配、滤波等器件以及传输效率等参数影响非常大.

本文利用 FDTD 算法, 计算了电磁场在等离子体中能量损耗的同时, 对等离子体密度以及自身信号的影响. 第二节建立了模型的基本方程, 并对方程进行离散化. 第三节代入单频和多频信号数据, 不同参数对电磁波传输的影响, 分析各种条件下谐波和调制信号的产生, 并对结果进行分析.

## 2. 模型、公式推导

图 1 示出了一维等离子体模型, 等离子体两边是真空介质, 源位于真空中, 信号波矢沿正负  $Z$  轴, 电磁场为  $XY$  方向.

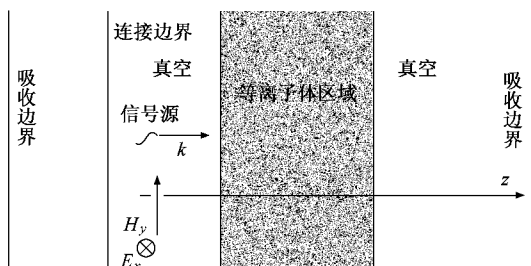


图 1 一维等离子体模型

对非磁化冷等离子体, 电磁场频率为  $\omega$ , Maxwell 方程

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_0} \nabla \times B &= j + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}, \\ \nabla \times E &= -\frac{\partial B}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1)$$

电子  $x, z$  方向运动方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{ex}}{\partial t} + u_{ex} \frac{\partial}{\partial x} u_{ex} &= -\frac{e}{m_e} E - \nu_{en} u_{ex}, \\ \frac{\partial u_{ez}}{\partial t} + u_{ez} \frac{\partial}{\partial z} u_{ez} &= -\frac{3kT_e}{m_e n_e} \frac{\partial n_e}{\partial z} - \nu_{en} u_{ez}. \end{aligned} \quad (2)$$

$z$  方向连续性方程

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (n_e u_{ez}) = -\alpha n_e^2 + U_s. \quad (3)$$

电磁波在等离子体的能量损耗为

$$U_1 = \int J \cdot E dt.$$

激励产生等离子体电子为

$$U_s = \begin{cases} 0, & |E| < E_{th}, \\ \frac{U_1}{\theta}, & |E| \geq E_{th}, \end{cases} \quad (4)$$

$\epsilon_0$  为真空中的介电常数,  $u_{ex}, u_{ez}, m_e, T_e$  分别为电子  $x, z$  方向速度、质量和热速度,  $\nu_{en}$  为碰撞频率,  $E_{th}$  为激励产生电子的阈值,  $\theta$  为激励产生每个电子所需要的有效平均能量,  $\omega_{pe}$  为等离子体圆频率,  $\alpha$  为电

子复合系数.  $U_1$  为电磁波在等离子体中的能量衰减,  $U_s$  为电磁波在等离子体中激励产生的电子源.

利用  $z$  变化特性, 得到第  $n \cdot \Delta t$  时刻第  $i$  个节点电流、电场和磁场的表达式为

$$j^n(i) = e^{-\nu \cdot dt} \times j^{n-1}(i) + \epsilon_0 \cdot dt \cdot \omega_{pe}^2 \times E^{n-1}(i), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} E_x^n(i) &= E_x^{n-1}(i) - \frac{dt}{\epsilon_0 \cdot dy} (H_y^{n-1}(i) \\ &\quad - H_y^{n-1}(i-1)) - \frac{dt}{\epsilon_0} j^n(i), \end{aligned} \quad (6)$$

$$H_y^n(i) = H_y^{n-1}(i) - \frac{dt}{\mu_0 \cdot dx} (E_x^n(i+1) - E_x^n(i)) \quad (7)$$

考虑了扩散等效效应, 电子运动到其他节点, 运动方程无论是取前向、后向、中间差分, 还是根据速度正负取差分形式, 热速度引起的压力会在某些情况下导致电磁波和电子密度的不稳定和不连续, 定义

$$u_e = (u_{eL} + u_{eR})/2, \quad (8)$$

运动方程离散化得到

$$u_{eR}^{n+1}(i) = \frac{1}{\Delta t} - \frac{u_e^n(i+1) - u_e^n(i)}{2 \times \Delta z} - \frac{\nu_{en}}{2} u_e^n(i) - \frac{3kT_e(n_e^n(i+1) - n_e^n(i))}{m_e \cdot n_e^n(i) \cdot \Delta z \cdot \left( \frac{1}{\Delta t} + \frac{u_e^n(i+1) - u_e^n(i)}{2 \times \Delta z} + \frac{\nu_{en}}{2} \right)}, \quad (9)$$

$$u_{eL}^{n+1}(i) = \frac{1}{\Delta t} - \frac{u_e^n(i) - u_e^n(i-1)}{2 \times \Delta z} - \frac{\nu_{en}}{2} u_e^n(i) - \frac{3kT_e(n_e^n(i) - n_e^n(i-1))}{m_e \cdot n_e^n(i) \cdot \Delta z \cdot \left( \frac{1}{\Delta t} + \frac{u_e^n(i) - u_e^n(i-1)}{2 \times \Delta z} + \frac{\nu_{en}}{2} \right)}, \quad (10)$$

由连续性方程得到

$$\begin{aligned} n_e^{n+1}(i) &= n_e^n(i) + (U_s - \alpha \cdot n_e^n(i) \cdot n_e^n(i)) \cdot \Delta t - \frac{\Delta t}{\Delta z} \left( \frac{n_e^n(i) \cdot u_{eR}^n(i) + n_e^n(i+1) \cdot u_{eL}^n(i+1)}{2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{n_e^n(i-1) \cdot u_{eR}^n(i-1) + n_e^n(i) \cdot u_{eL}^n(i)}{2} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

电子运动到其他网格区域, 状态发生改变, 必须重新求解节点内电子平均速度

$$\begin{aligned} u_e^{n+1}(i) &= \left( n_e^n(i) \cdot u_e^n(i) - n_e^n(i+1) \cdot u_{eL}^{n+1}(i+1) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z} \cdot u_{eL}^{n+1}(i+1) \right) / n_e^{n+1}(i), u_{eL}^{n+1} < 0, \\ u_e^{n+1}(i) &= \left( n_e^n(i) \cdot u_e^n(i) + n_e^n(i-1) \cdot u_{eL}^{n+1}(i-1) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z} \cdot u_{eR}^{n+1}(i-1) \right) / n_e^{n+1}(i), u_{eR}^{n+1} > 0. \end{aligned} \quad (12)$$

能量损耗产生的等离子体为

$$U_s = \begin{cases} 0, & |E| < E_{th}, \\ \frac{j^n(i) \cdot E^n(i)}{\theta}, & |E| \geq E_{th}. \end{cases} \quad (13)$$

由(5)~(13)式就可以得到了电子速度、密度、电流、电场与磁场的递推表达式.

### 3. 数值模拟

取射频信号频率  $f = 150 \text{ MHz}$  ,产生每个电子所需要的能量  $\theta \approx 10 \text{ eV}$  ,电子能量  $kT_e \approx 5 \text{ eV}$  ,  $E_{th} = 400 \text{ (V/m)}$  ,复合系数  $\alpha \approx 1 \times 10^{-8}$  ,等离子体初始密度  $n_e = 1 \times 10^{11} / \text{m}^3$  信号源电场幅度  $|E| = 500\text{—}1300 \text{ (V/m)}$  如果等离子体初始密度很小 ,信号几乎全部透射出等离子体 ,能量损耗很小 ,无法激励等离子体 ,因此初始必须有一定密度的等离子体 .从图 2 中可以看出 ,当激励能量( 电场幅度 )比较小时 ,不足以产生一定密度的电子 ,但由于复合效应和向边界壁上的扩散 ,等离子体电子密度随时间减小 ,信号时间变化尺度远大于扩散复合时间尺度 ,因而很难观察到信号的非线性效应 ,与一般的等离子体与电磁波的计算、模拟结果相似 ;但当电场强度足够大时 ,能够短时间产生一定密度等离子体 ,信号由于等离子体电子密度的瞬时变化 ,出现非线性 ,随着电场幅度增大 ,谐波和相互之间调制产生的信号更加明显 .从 (11) 式中看出 ,电磁波的能量损耗作为产生等离子体的源、电子热运动两者引起的密度波动是引起非线性的主要因素 ,在一阶近似下 ,能量损耗的频率是基频的两倍 ,谐波频率为  $450 \text{ MHz}$  ,  $750 \text{ MHz}$  ,  $1050 \text{ MHz}$  ... 在各个谐波和调制信号中  $450 \text{ MHz}$  谐波信号幅度较大 ;电子热运动的频率为基频 ,谐波频率为  $300 \text{ MHz}$  ,  $450 \text{ MHz}$  ,  $600 \text{ MHz}$  ,  $750 \text{ MHz}$  ... 其中对二次谐波  $300 \text{ MHz}$  的贡献最大 ,在图 3 实验测量中可以观察到相应的现象 .取  $|E| = 1000 \text{ (V/m)}$  ,增大电场阈值  $E_{th} = 0\text{—}600 \text{ (V/m)}$  ,图 4 中 ,一阶近似下 ,激励产生等离子体的能量损耗主频是两倍信号基频 ,及其倍频组成的 ,阈值变大 ,高频幅度增加 ,因此较大

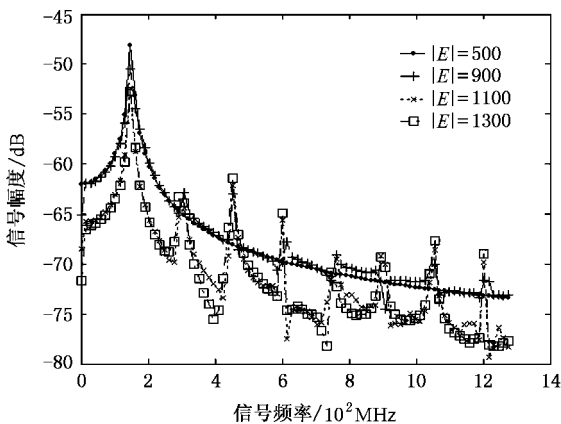


图 2 不同激励电场幅度条件下的信号频谱

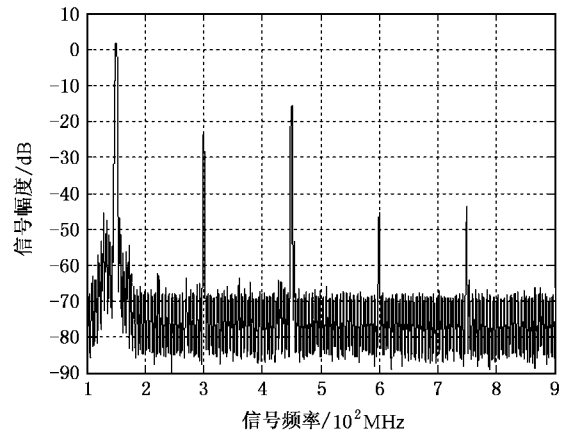


图 3 150 MHz 射频激励等离子体信号频谱

的电场阈值 ,信号高频分量相对增大 ,同时产生等离子体的有效能量的减少 ,等离子体密度、电子热速度引起的电子密度波动减小 ,二次谐波和其倍频信号也变小 .

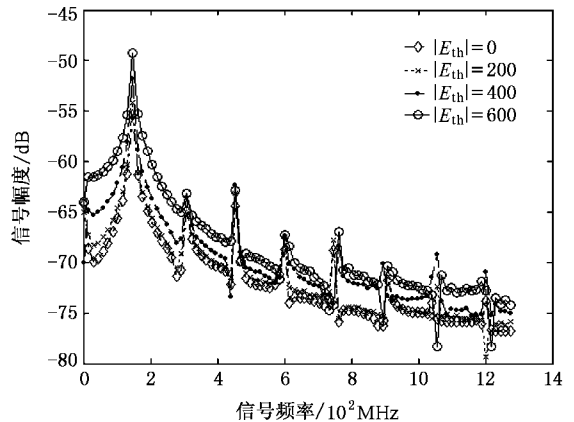


图 4 不同电场阈值下的信号频谱

其他参数不变 ,取电子温度  $kT_e = 0\text{—}10 \text{ eV}$  ,图 5 中得到 ,在电子温度为零时 ,信号中没有二次谐波 ,只有基频与二次倍频引起的谐波  $150 \text{ MHz}$  ,  $450 \text{ MHz}$  ,  $750 \text{ MHz}$  ... 几乎没有其他频率信号 ,但当增加等离子体电子温度时 ,电子温度引起的谐波分量增加 ,特别是  $300 \text{ MHz}$  信号明显变大 ,同时在高频段 ,即随着电子温度的升高 ,信号的本底噪声也增加 .

运行一段时间 ,短时间内电子密度不快速变化时 ,信号也相对趋于稳定 ,信号不再是单频波 .此时加入传输的小幅度信号 ,信号一频率  $f_1 = 14.2 \text{ MHz}$  和信号二频率  $f_2 = 229 \text{ MHz}$  ,信号中出现了它们与激励信号的调制波 ,同时因为电子密度的时间波动尺度比信号一时间尺度大 ,与信号二可比 ,因此信号一

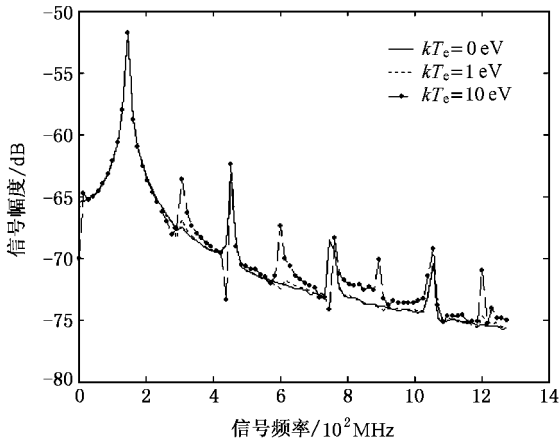


图 5 不同电子温度下的信号频谱

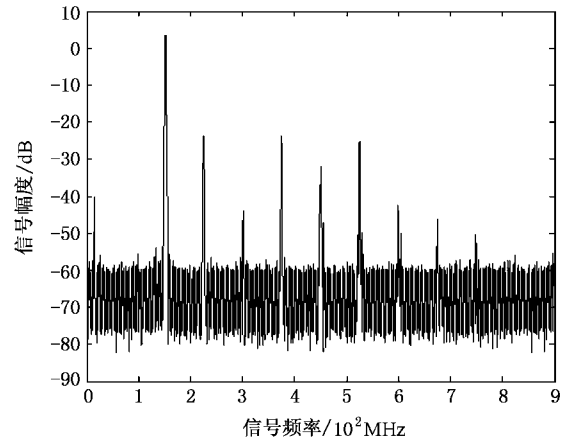


图 7 150 MHz 激励后加 229 MHz 信号的频谱

非线性效应不明显,在图 6,7 中,15—150 MHz 区域内看不到信号一的倍频,而  $f_2$  的谐波分量则很明显,实验现象也验证了模型的结果。

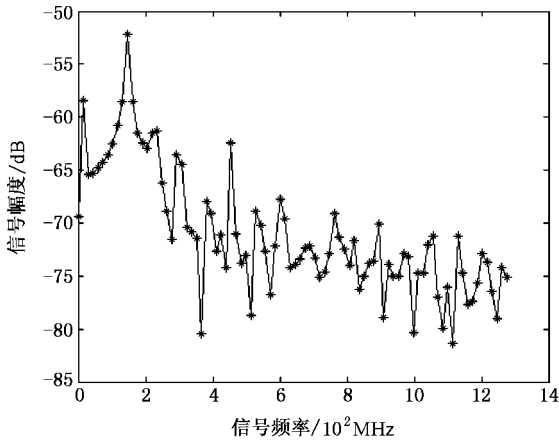


图 6 多信号传输的频谱

## 4. 结 论

根据电磁波与等离子体的相互作用方程,能量损耗引起的等离子体密度变化,同时考虑了电子热速度的扩散对电磁波频谱的影响,不仅可以观察瞬时变化等离子体对电磁波传输的影响,解释了实验中射频激励等离子体所引起的各种谐波和调制信号.对射频功率,激励等离子体的电场阈值、电子温度等参数分析它们对非线性谐波和调制信号影响;得到不同频率信号的非线性作用,发现对于频率较低的短波信号,谐波分量几乎没有,这方面等离子体天线应用于短波信号传输有一定的优势;同时这些对于射频激励的等离子体天线设计、电磁兼容等问题有重要的参考意义。

[1] Borg G G, Harris J H 2000 *Physics of Plasmas* **7** 2198  
 [2] Nowakowska H, Zakrzewski Z, Moisan M 2001 *Journal of physics D: Applied Physics* **34** 1474  
 [3] Rayner J P, Whichello A P 2004 *IEEE Transactions on Plasma Science* **32** 269  
 [4] Borg G G, Harris J H 1999 *Appl. Phys. Lett.* **74** 3272  
 [5] Alexeff I, Anderson T 2006 *IEEE Trans. On Plasma Science* **34** 166  
 [6] Chen S L, Ma H X 2005 *Radar Science and Technology* **3** 140  
 [7] Zhao G W, Chen C, Xu Y M 2005 *Chinese Journal. of Space Sci.* **25** 93 (in Chinese) 赵国伟、陈 诚、徐跃民 2005 空间科学学报 **25** 93 ]

[8] Zhao G W, Chen C, Xu Y M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3458 (in Chinese) 赵国伟、陈 诚、徐跃民 2006 物理学报 **55** 3458 ]  
 [9] Liu S B, Mo J J, Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 778 (in Chinese) 刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 778 ]  
 [10] Liu S B, Mo J J, Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 783 (in Chinese) 刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 783 ]  
 [11] Liu S B, Mo J J, Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2233 (in Chinese) 刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 2233 ]  
 [12] Liu S B, Mo J J, Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2633 (in Chinese) 刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 2633 ]  
 [13] Leopold B F, Gerald M W 1970 *IEEE Transactions on Antennas and*

- Propagation* **18** 242
- [ 14 ] Venkata R G ,Diskshitulu K K 1989 *IEEE Transactions on Plasma Science* **17** 828
- [ 15 ] Dikshitulu K K , Senior M 1993 *IEEE Transactions on Plasma Science* **21** 70
- [ 16 ] Dikshitulu K K ,Senior M 1993 *IEEE Transactions on Plasma Science* **21** 77
- [ 17 ] Joo H L ,Dishitulu K K ,Senior M 1999 *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* **47** 1146
- [ 18 ] Spencer P K 2001 *IEEE Transactions on Plasma Science* **29** 365
- [ 19 ] Zheng J 2006 *Chinese Physics* **15** 1028
- [ 20 ] Cheng C ,Liu P ,Xu L ,Zhang L Y ,Zhan R J 2006 *Chinese Physics* **15** 1544
- [ 21 ] Xie H Q ,Liu P K 2006 *Chinese Physics* **15** 2042

## Numerical simulation of plasma nonlinear phenomena excited by radio-frequency wave using FDTD method

Zhao Guo-Wei<sup>1,2)</sup> Wang Zhi-Jiang<sup>1)</sup> Xu Yue-Min<sup>1)</sup> Liang Zhi-Wei<sup>1,2)</sup> Xu Jie<sup>1,2)</sup>

<sup>1</sup> *Center of Space Science and Application Research ,Chinese Academy of Sciences , Beijing 100080 , China )*

<sup>2</sup> *Graduate University of Chinese Academy of Sciences ,Beijing 100080 ,China )*

( Received 9 November 2006 ; revised manuscript received 27 November 2006 )

### Abstract

Radio-frequency excitation enables the plasma to contain two , three or more harmonic waves , and the modulating signal produced by signal source and excitation source under the plasma nonlinear influence should not be ignored. A new wave-plasma interaction model is set up considering the electron thermal motion , recombination and diffusion effect. It verifies the modulations of signal in different frequencies and explains the production of the second and high order harmonic waves in plasma excitation. The variation of the EM wave pedigree is analyzed taking into account the parameters such as input power , ionization field threshold and electron average energy . The result is of use in tuning the matching circuit or selecting the coupling element in plasma discharge , and it is helpful in electric magnetic interface design , plasma antenna transmission , etc .

**Keywords** : radio frequency , harmonious wave , modulate , non-linear

**PACC** : 5225 , 5240 , 5265