超导 π 环零环混合阵列的自发磁化*

马小柏 戴远东 王福仁 胡 齐 聂瑞娟
(北京大学物理学院,人工微结构和介观物理国家重点实验室,北京 100871)
(2006 年 12 月 6 日收到;2007 年 1 月 18 日收到修改稿)

研究了超导 π 环零环的混合规则阵列,计算了阵列的自由能.结果表明,两个 π 环通过中间零环间接耦合使得两 π 环反向自发磁化能量较低.规则阵列中,相邻 π 环倾向于反向自发磁化.这一现象起因于超导波函数的量子相干效应.

关键词:超导结,π 环,零环,自发磁化
PACC:7400,7450

1.引 言

在发现高温超导电性以后,人们很快就认识到,高温超导体的超导波函数可能具有 d 波对称性.超导波函数 d 波对称性的一个重要结果是可以构成临界电流为负的超导 Josephson 结,即通过结的电流 $I_J = -I_C\sin\varphi$(其中 $I_C>0$),此电流也可以表示为 $I_J = I_C\sin(\varphi-\pi)$,因而这样的结经常被称为 π 结.插入奇数个 π 结的超导环称为 π 环.

Sigrist 和 Rice[1] 最先指出,对于含有一个 π 结的超导 π 环,如果其电感参数 $\beta=\frac{2\pi LI_C}{\phi_0}>1$($L$ 为环电感,$\phi_0=\frac{h}{2e}$是磁通量子),则当外磁场为零时,环流不为零,即 π 环要发生自发磁化,并由此建议了高温超导体 d 波对称性的相位敏感实验.Tsuei 等[2] 利用三晶衬底设计并制作了高温超导 YBCO 的三结 π 环,利用低温扫描 SQUID 探测到了三结 π 环的自发磁化,由此成功的完成了高温超导体 d 波对称性的相位敏感实验,确证了高温超导体的超导波函数具有 d 波对称性.由此,π 结和 π 环的研究引起了人们很大的兴趣.Tsuei 等[3—5] 用同样的方法研究了多种高温超导氧化物,证明了它们和 YBCO 一样都具有 d 波对称性.他们还测量了 π 环自发磁化磁通随温度的变化,发现即使在很高温度,自发磁化磁通基本上保持在 $\phi_0/2$ 的值,只有在很接近转变温度 T_C 时,才迅速减少到零[6].我们研究过多结 π 环的自发磁化[7,8],发现在多结情况下,即使 $\beta\to 0$,π 环也将发生自发磁化.

Tsuei[9] 指出超导 π 结和 π 环有可能构成新型的超导电子学器件.Wollman[10,11] 最早用低温超导体 Pb 在 YBCO 单晶的 a 边和 b 边制作了边缘结,成功的构成了 π 结和双结 π 环,这个双结 π 环就是一个 π 环 dc SQUID.我们[12,13] 曾经研究过单结 π 环 rf SQUID 的性质.此外,我们[14] 还讨论过,在可能的 π 环快速单磁通量子(RSFQ)电路中超导 π 环自发磁化的反转问题.Braginski[15] 指出,由超导 π 结和 π 环构成的'π 相移'器件有可能成为超导电子学器件的一个新的方向,π 结和 π 环的研究有潜在的应用背景.

π 环之间的相互耦合和多 π 环系统的研究也是一个很有兴趣的课题.我们[16] 最先研究了两个相互耦合 π 环的自发磁化,发现二环反向自发磁化的能量低于同向自发磁化,并证明了这是超导波函数的量子相干效应.超导 π 环阵列的进一步研究[17—19] 表明,能量最低的状态是相邻 π 环自发磁化相反的'反铁磁'排列状态.

实验上,Hilgenkamp 等[20] 按照 Wollman 等[10,11] 的方法,用 YBCO/Nb 结制作成了一维 π 环链和二维 π 环阵列,证明了相邻 π 环倾向于反向自发磁化.

超导 π 环阵列的研究有较强的应用背景,因为

* 科技部 973 项目(批准号:2006CB601007)和高等学校博士学科点专项科研基金资助的课题.

实际的超导单磁通量子(SFQ)电路都由多个含结超导环组成.上面所研究的多 π 结系统和 π 环阵列中,所有含结超导环都是 π 环.实际的电路可以设计为同时含有 π 环和零环.本文研究了 π 环、零环的混合系统,为了方便,我们研究 π 环、零环相间的混合阵列.研究表明,在这种混合系统中两个 π 环通过中间零环间接耦合,仍然使它们趋向于反向自发磁化.规则的 π 环零环混合阵列中,π 环的自发磁化方向倾向于相邻 π 环自发磁化方向相反的' 反铁磁排列 ".

2. π 环零环 π 环三环结构

我们首先研究最简单的超导' π 环零环 π 环 "三环结构, 各环上超导结依次为 π 结-零结-零结-π 结, 如图 1 所示.本文主要是研究 π 环与 π 环通过中间零环的间接耦合对 π 环自发磁化的影响.为了简单,我们假设所有环的电感相同,都等于 L,所有结的临界电流绝对值相同,都等于 I_C.

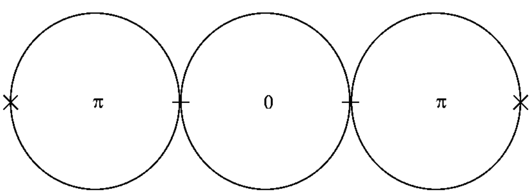

图 1　四结三环(其中 – 表示零结,× 表示 π 结)

我们研究系统的自发磁化现象,即外磁场为零的情形.一般而言图 1 中的每个环都有可能冻结几个磁通量子.然而能量最低的状态总是冻结磁通最少的状态,下面我们只讨论这种最简单的状态.实际的系统中相邻环之间还有一定互感 $M = KL$, 互感系数 K 一般很小.

2.1. π 环同向自发磁化

设此时环上电流方向和结上超导波函数相位差方向如图 2 所示.

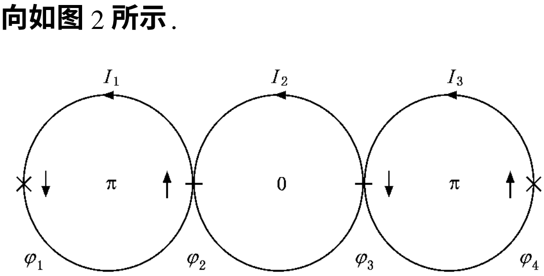

图 2　π 环间同向自发磁化

超导波函数单值条件要求

$$
\begin{aligned}
&\varphi_1 + \varphi_2 + \frac{2\pi}{\phi_0}LI_1 - \frac{2\pi}{\phi_0}KLI_2 = 2n_1\pi,\\
&-\varphi_2 - \varphi_3 + \frac{2\pi}{\phi_0}LI_2 - \frac{2\pi}{\phi_0}KL(I_1 + I_3) = 2n_2\pi,\\
&\varphi_3 + \varphi_4 + \frac{2\pi}{\phi_0}LI_3 - \frac{2\pi}{\phi_0}KLI_2 = 2n_3\pi,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

记约化电流 $i_1 = \frac{I_1}{I_C}$, $i_2 = \frac{I_2}{I_C}$, $i_3 = \frac{I_3}{I_C}$,则用约化电流表示为

$$
\begin{aligned}
&\varphi_1 + \varphi_2 + \beta i_1 - \beta K i_2 = 2n_1\pi,\\
&-\varphi_2 - \varphi_3 + \beta i_2 - \beta K(i_2 + i_3) = 2n_2\pi,\\
&\varphi_3 + \varphi_4 + \beta i_3 - \beta K i_2 = 2n_3\pi,
\end{aligned}
$$

考虑到对称性,有 $\varphi_1 = \varphi_4$, $\varphi_2 = \varphi_3$, $i_1 = i_3$,(1)式简化为

$$
\begin{aligned}
&\varphi_1 + \varphi_2 + \beta i_1 - \beta K i_2 = 2n_1\pi,\\
&-2\varphi_2 + \beta i_2 - 2\beta K i_1 = 2n_2\pi.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

结上电流方程为

$$
\begin{aligned}
&i_1 = -\sin\varphi_1,\\
&i_1 - i_2 = \sin\varphi_2,
\end{aligned}
\tag{3}
$$

给定 β, K 后,可由此解得 i_1, i_2, φ_1, φ_2.

总自由能为

$$
F = \frac{1}{2}(LI_1^2 + LI_2^2 + LI_3^2) + KL(I_1I_2 + I_2I_3) + 2\times\frac{\phi_0 I_C}{2\pi}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2),
\tag{4}
$$

其中右边第一项为环的静磁能,第二项为互感能量,第三项为结的 Josephson 耦合能.

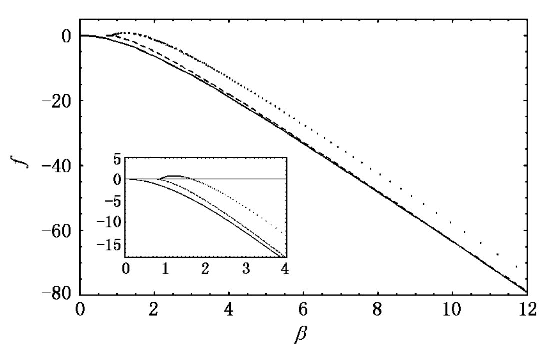

图 3　三环的 f-β 关系(其中实线为 π 环反向磁化 ;虚线为 π 环同向自发磁化($K = 0$) ;点线为 π 环同向自发磁化($K = 0.15$).其中小图为局部放大)

记约化自由能为 $f = \frac{F}{F_0}$,其中 $F_0 = \frac{1}{2L}\left(\frac{\phi_0}{2\pi}\right)^2$,则有

$$f = 2(\beta i_1)^2 + (\beta i_2)^2 + 4K\beta^2 i_1 i_2 + 4\beta(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2).$$

取(2)式中的 $n_1 = n_2 = 0$,计算结果如图 3 中虚线($K = 0$)和点线($K = 0.15$)所示.

2.2. π 环反向自发磁化

设结两端相位差和环流的方向如图 4 所示.与 π 环间反向自发磁化类似,有 $\varphi_1 = \varphi_4$,$\varphi_2 = \varphi_3$,$I_1 = I_3$,此时 $I_2 = 0$,

$$I_1 = -I_C\sin\varphi_1 = I_C\sin\varphi_2, \quad \varphi_1 = \varphi_2 - \pi \tag{5}$$

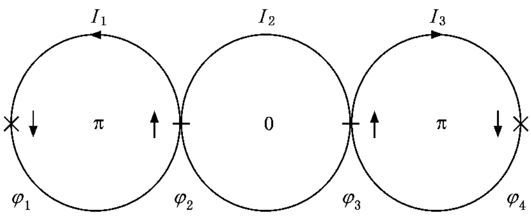

图 4 π 环间反向自发磁化情形

π 环上的波函数单值条件给出

$$2\varphi_2 - \pi + \beta\sin\varphi_2 = 2n\pi, \tag{6}$$

系统总自由能

$$F = 2 \times \frac{1}{2}LI_1^2 + 2 \times \frac{I_C\phi_0}{2\pi}\cos\varphi_1 - 2 \times \frac{I_C\phi_0}{2\pi}\cos\varphi_2, \tag{7}$$

约化为 $f = 2(\beta i_1)^2 - 8\beta\cos\varphi_2$.

给定 β 后,用(6)和(7)式,可计算系统的自由能 f,结果如图 3 中实线所示.

由图 3 可以看出,π 环同向自发磁化的自由能高于 π 环反向磁化的自由能.即使互感 $K = 0$(即不计及环间的磁相互作用),π 环反向自发磁化状态的能量仍然低于 π 环同向自发磁化状态的能量,因而这一现象起因于超导波函数的量子相干效应.

本节开始提到,我们只讨论最简单的状态.实际系统中还可能存在冻结较多磁通的状态,这些状态一般具有较高能量.我们曾经从(1)式出发,数值计算了 n_1,n_2 及 n_3 不为零的状态,结果表明,它们确实具有更高的自由能.

3. 一维超导 π 环零环混合阵列

考虑一维超导 π 环零环链,零环和 π 环交替排列,相邻环间的结依次为-零结-π 结-π 结-零结-,如图 5 所示.我们依然假设所有环的电感相同,都等于 L,所有结的临界电流绝对值相同,都等于 I_C.

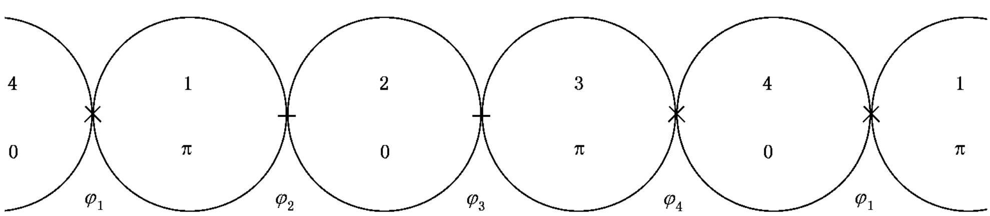

图 5 一维无限长超导 π 环零环混合规则阵列(其中 × 表示 π 结,- 表示零结)

我们研究系统的自发磁化现象,即外磁场为零的情形.图 5 的一维链结构具有周期性,周期为 4 个环.我们依然只讨论具有周期性的能量最低的最简单状态.实际的系统中相邻环之间还有一定互感 $M = KL$,互感系数 K 一般很小.

3.1. π 环间反向自发磁化

假设结两端相位差和环流的方向如图 6 所示.再考虑到对称结构,对于具有周期性的最简单的状态,有 $\varphi_1 = \varphi_4$,$\varphi_2 = \varphi_3$,$I_1 = I_3$,$I_2 = I_4 = 0$.

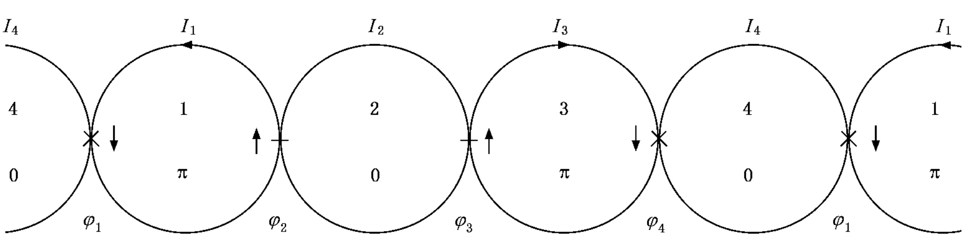

图 6 一维混合阵列中,π 环间反向自发磁化

此时，有 $i_1 = -\sin\varphi_1 = \sin\varphi_2$，$\varphi_1 = \varphi_2 - \pi$，π 环上的超导波函数单值条件为

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \beta i_1 = 2n\pi,$$

相邻四环所构成的一个周期的自由能为

$$F = 2\times\frac{1}{2}LI_1^2 + 2\times\frac{I_C\phi_0}{2\pi}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2), \quad (8)$$

约化为 $f = 2(\beta i_1)^2 + 8\beta\cos\varphi_1$.

计算结果如图 7 中实线所示.

3.2. π 环同向自发磁化

设此时环上电流方向和结上超导波函数相位差方向如图 8 所示.

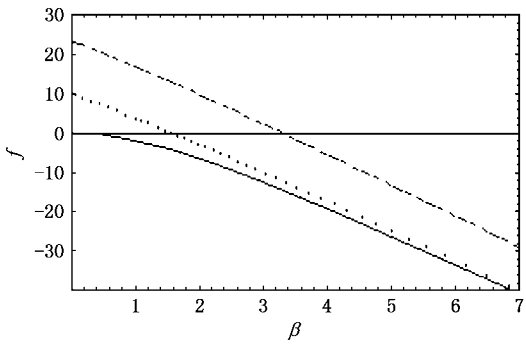

图 7　一维超导 π 环零环混合规则阵列的 f-β 关系（其中实线为相邻 π 环间反向自发磁化；虚线为 π 环同向磁化（$K = 0.15$）；点线为 π 环同向磁化（$K = 0$））

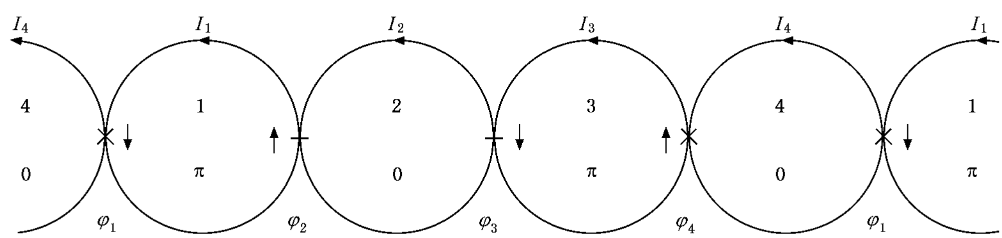

图 8　一维混合阵列中，π 环间同向自发磁化

超导波函数单值条件要求（用约化电流表示）

$$\begin{aligned}
\varphi_1 + \varphi_2 + \beta i_1 - \beta K(i_2 + i_4) &= 2n_1\pi,\\
-\varphi_2 - \varphi_3 + \beta i_2 - \beta K(i_1 + i_3) &= 2n_2\pi,\\
\varphi_3 + \varphi_4 + \beta i_3 - \beta K(i_2 + i_4) &= 2n_3\pi,\\
-\varphi_4 - \varphi_1 + \beta i_4 - \beta K(i_3 + i_1) &= 2n_4\pi.
\end{aligned} \quad (9)$$

考虑到对称性，有 $\varphi_1 = \varphi_4$，$\varphi_2 = \varphi_3$，$i_1 = i_3$，$i_2 = i_4$，（9）式简化为

$$\begin{aligned}
\varphi_1 + \varphi_2 + \beta i_1 - 2\beta K i_2 &= 2n_1\pi,\\
-2\varphi_2 + \beta i_2 - 2\beta K i_1 &= 2n_2\pi,
\end{aligned} \quad (10)$$

结上电流方程为

$$\begin{aligned}
i_1 - i_4 &= -\sin\varphi_1,\\
i_1 - i_2 &= \sin\varphi_2,
\end{aligned} \quad (11)$$

有

$$\sin\varphi_1 = -\sin\varphi_2, \quad (12)$$

由此可解得 i_1，i_2，φ_1，φ_2. 这里我们取（10）式中的 $n_1 = n_2 = 0$.

每个周期的总自由能为

$$\begin{aligned}
F = {}& \frac{1}{2}(LI_1^2 + LI_2^2 + LI_3^2 + LI_4^2)\\
& + KL(I_4I_1 + I_1I_2 + I_2I_3 + I_3I_4)\\
& + \frac{\phi_0 I_C}{2\pi}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2 - \cos\varphi_3 + \cos\varphi_4), \quad (13)
\end{aligned}$$

约化为 $f = 2(\beta i_1)^2 + 2(\beta i_2)^2 + 8K\beta^2 i_1 i_2 - 8\beta\cos\varphi_2$.

计算结果如图 7 中虚线（$K = 0.15$）和点线（$K = 0$）所示. 可以看出，π 环同向自发磁化的自由能高于相邻 π 环反向磁化的自由能. 即使互感 $K = 0$（不计及环间的磁相互作用），相邻 π 环反向自发磁化状态的能量仍然低于相邻 π 环同向的自发磁化状态，因而这一现象起因于超导波函数的量子相干效应.

我们曾经从（9），（11），（13）式出发，数值计算了 $i_2 \neq i_4$ 的状态，结果表明，它确实具有更高的自由能.

4. 二维超导 π 环零环混合阵列

构造零环 π 环交替排列的二维超导环阵列时，可以直接用一维 π 环链斜向扩展成二维，也可另行设计. 出于对称性的考虑，我们设计如下阵列，图 9 中所示为一个周期，相邻环间均有超导结，结分布如图所示，结的临界电流绝对值均为 I_C，所有环的电感均为 L. 此阵列依然具有周期性.

设最近邻和次近邻的互感系数分别为 K_1L，K_2L（$K_2 < K_1 < 1$），再远的互感可忽略. 与一维链

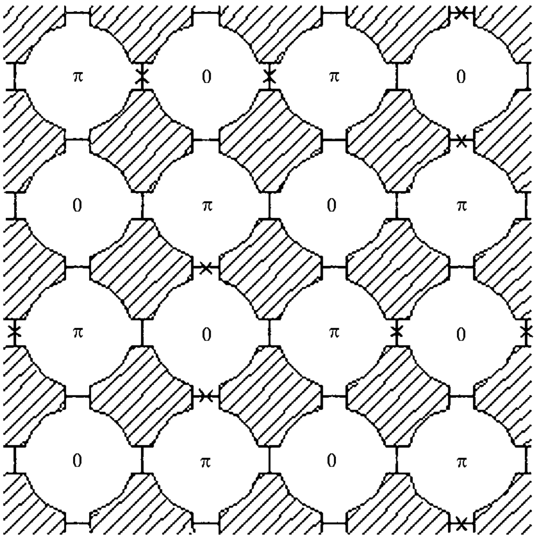

图 9 二维无限大超导 π 环零环混合规则阵列(其中 × 表示 π 结,零结省略未标出)

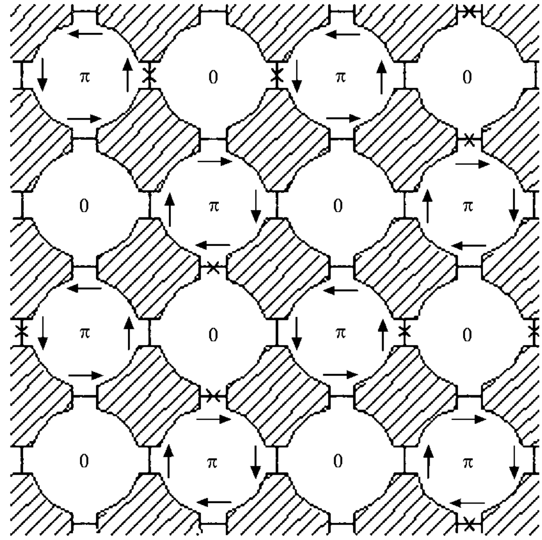

图 10 二维混合阵列中,最近邻 π 环间反向自发磁化

情况相同,我们只研究最简单的状态,一般来说这类状态的能量较低.可设所有 π 环上的自发磁化环流大小相同,设为 I_{P},所有零环上诱导的环流相同,设为 I_Z,分别约化记作 i_{P},i_Z;所有零结上的超导波函数相位差相同,记作 φ.所有 π 结上的超导波函数相位差也相同,但与零结上的相差一个 π 相位,记作 $\varphi-\pi$.

4.1. 最近邻 π 环间反向自发磁化

设此时结上超导波函数相位差方向如图 10 所示,π 环环流方向与相位差方向相同.

此时零环环流为零,最近邻(零环-π 环耦合)无作用,π 环上的超导波函数单值条件为

$$3\varphi+\varphi-\pi+\beta\left(i_{\mathrm{P}}+4K_2 i_{\mathrm{P}}\right)=2n\pi, \tag{14}$$

结电流 $i_{\mathrm{P}}=\sin\varphi$,$n=0$,化简得

$$\beta=\frac{\pi-4\varphi}{\left(1+4K_2\right)\sin\varphi}, \tag{15}$$

每个 π 环自由能

$$F_{\mathrm{P}}=\frac{1}{2}LI_{\mathrm{P}}^2-\frac{1}{2}\times 4K_2 LI_{\mathrm{P}}^2-\frac{1}{2}\times 3\frac{\phi_0 I_{\mathrm{C}}}{2\pi}\cos\varphi+\frac{1}{2}\frac{\phi_0 I_{\mathrm{C}}}{2\pi}\cos(\varphi-\pi).$$

每个零环自由能

$$F_{\mathrm{Z}}=-\frac{1}{2}\times 4\frac{\phi_0 I_{\mathrm{C}}}{2\pi}\cos\varphi$$ (对于含有四个零结的零环),

或 $$F_{\mathrm{Z}}=-\frac{1}{2}\times 2\frac{\phi_0 I_{\mathrm{C}}}{2\pi}\cos\varphi+\frac{1}{2}\times 2\frac{\phi_0 I_{\mathrm{C}}}{2\pi}\cos(\varphi-\pi)$$

(对于含有两个零结、两个 π 结的零环).所以一对零环 π 环的自由能

$$F=\frac{1}{2}LI_{\mathrm{P}}^2-\frac{1}{2}\times 4K_2 LI_{\mathrm{P}}^2-\frac{1}{2}\times 8\frac{\phi_0 I_{\mathrm{C}}}{2\pi}\cos\varphi. \tag{16}$$

约化为 $f=\left(1-4K_2\right)\left(\beta i_{\mathrm{P}}\right)^2-8\beta\cos\varphi$.

4.2. 次近邻 π 环间反向自发磁化

设此时结上超导波函数相位差方向如图 11 所示,π 环环流方向与相位差方向相同.

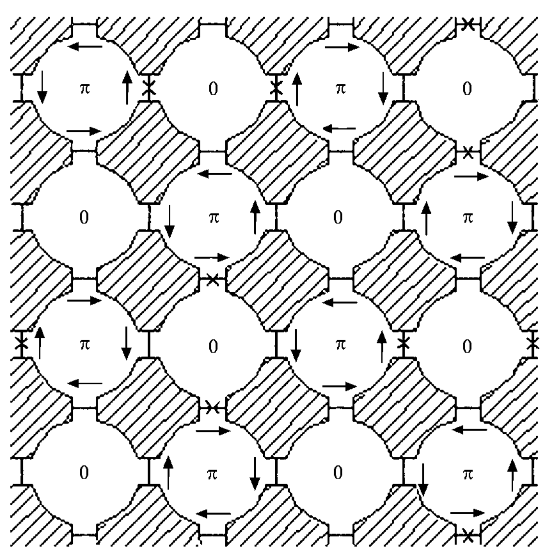

图 11 二维混合阵列中,次近邻 π 环间反向自发磁化

同样有零环环流为零,用类似方法可得

$$\beta=\frac{\pi-4\varphi}{\sin\varphi}, \tag{17}$$

给定 β，可求得 φ 和 i_{P}.

一对零环 π 环的约化自由能

$$f = (\beta i_{\mathrm{P}})^2 - 8\beta\cos\varphi. \tag{18}$$

均与 K_1，K_2 无关.

4.3. π 环间同向自发磁化

设此时结上超导波函数相位差方向如图 12 所示，π 环环流方向与相位差方向相同.

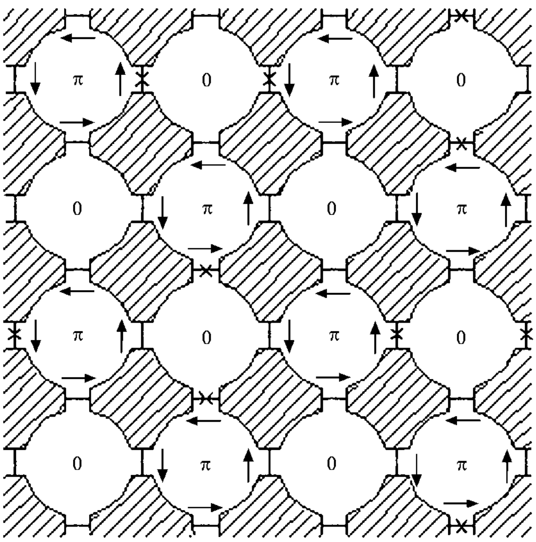

图 12　二维混合阵列中，π 环间同向自发磁化

此时可设零环中磁化电流均与 π 环的方向相反. 超导波函数单值条件为

$3\varphi + \varphi - \pi + \beta(i_{\mathrm{P}} + 4K_1 i_{\mathrm{Z}} - 4K_2 i_{\mathrm{P}}) = 2n\pi$（对 π 环），

$4\varphi + \beta(i_{\mathrm{Z}} + 4K_1 i_{\mathrm{P}} - 4K_2 i_{\mathrm{Z}}) = 2m\pi$（对零环）.

结电流 $i_{\mathrm{P}} + i_{\mathrm{Z}} = \sin\varphi$，化简得

$$\beta = \frac{\pi - 8\varphi}{(1 + 4K_1 - 4K_2)\sin\varphi}, \tag{19}$$

每个 π 环自由能为

$$F_{\mathrm{P}} = \frac{1}{2}(1 + 4K_2)LI_{\mathrm{P}}^2 - \frac{1}{2}\times 4K_1 LI_{\mathrm{P}}I_{\mathrm{Z}} - \frac{1}{2}\times 3\frac{\phi_0 I_{\mathrm{C}}}{2\pi}\cos\varphi + \frac{1}{2}\frac{\phi_0 I_{\mathrm{C}}}{2\pi}\cos(\varphi - \pi),$$

每个零环自由能为

$$F_{\mathrm{Z}} = \frac{1}{2}(1 + 4K_2)LI_{\mathrm{Z}}^2 - \frac{1}{2}\times 4K_1 LI_{\mathrm{P}}I_{\mathrm{Z}} - \frac{1}{2}\times 2\frac{\phi_0 I_{\mathrm{C}}}{2\pi}\cos\varphi + \frac{1}{2}\times 2\frac{\phi_0 I_{\mathrm{C}}}{2\pi}\cos(\varphi - \pi)$$

（包含两个 π 结、两个零结）

或 $F_{\mathrm{Z}} = \frac{1}{2}(1 + 4K_2)LI_{\mathrm{Z}}^2 - \frac{1}{2}\times 4K_1 LI_{\mathrm{P}}I_{\mathrm{Z}} - \frac{1}{2}\times 4\frac{\phi_0 I_{\mathrm{C}}}{2\pi}\cos\varphi$（包含四个零结）.

所以一对零环 π 环的自由能为

$$F_{\mathrm{P}} = \frac{1}{2}(1 + 4K_2)(LI_{\mathrm{P}}^2 + LI_{\mathrm{Z}}^2) - 4K_1 LI_{\mathrm{P}}I_{\mathrm{Z}} - \frac{1}{2}\times 8\frac{\phi_0 I_{\mathrm{C}}}{2\pi}\cos\varphi. \tag{20}$$

约化为 $f = (1 + 4K_2)[(\beta i_{\mathrm{Z}})^2 + (\beta i_{\mathrm{P}})^2] - 8K_1\beta^2 i_{\mathrm{P}} i_{\mathrm{Z}} - 8\beta\cos\varphi$.

其结果表示在图 13 中.

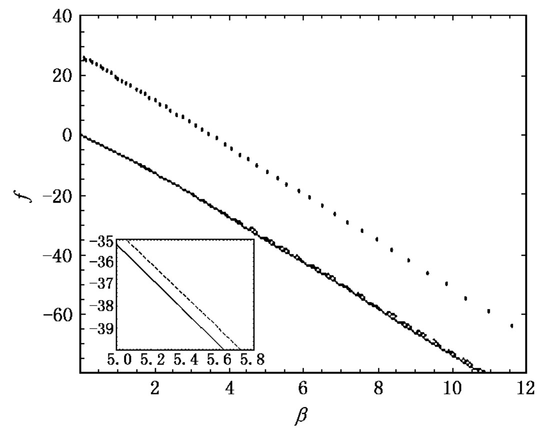

图 13　二维超导 π 环零环混合规则阵列的 f-β 关系（互感为 $K_1 = 0.1$，$K_2 = 0.02$ 情形）（实线为最近邻 π 环间反向磁化；虚线为次近邻 π 环间反向磁化；点线为所有 π 环同向磁化. 其中小图为局部放大）

由图 13 可以看出，所有 π 环同向自发磁化时，系统能量较高；自发磁化反向排列时系统能量较低，其中最近邻 π 环为反向自发磁化（图 10）的能量最

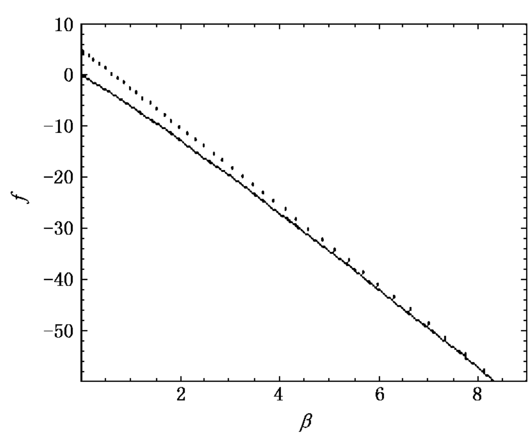

图 14　二维超导 π 环零环混合规则阵列的 f-β 关系（互感为零情形）（最近邻 π 环反向自发磁化和次近邻 π 环反向自发磁化两种状态的能量相同，用实线表示；点线为所有 π 环同向自发磁化状态）

低,是系统的基态.

当忽略系统的静磁场能,即 $K_1 = K_2 = 0$ 时,计算得到自由能 f 与 β 的关系如图 14,可以看到两种反向自发磁化排列状态(图 10 和图 11)的能量相同,仍然是同向排列自发磁化状态的能量较高.由此可以得出结论,使得超导 π 环零环混合阵列成反向自发磁化排列的原因是超导波函数的量子干涉效应.

5. 结 论

在超导 π 环零环的混合系统中,两个 π 环通过中间零环的间接耦合,使 π 环趋于反向自发磁化.在超导 π 环零环的规则混合阵列中,π 环的自发磁化倾向于相邻 π 环自发磁化方向相反的'反铁磁'排列.这与纯 π 环阵列情形[17—19]相同.这一结果对于设计超导 π 环零环混合的电路有重要参考价值.实验上,设计并实现 π 环零环的混合系统及阵列是很有意义的课题.

[1] Sigrist M, Rice T M 1992 *J. Phys. Soc. Japan* **61** 4283

[2] Tsuei C C, Kirtley J R, Chi C C 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 593

[3] Kirtley J R, Tsuei C C, Raffy H, Li Z Z, Gupta A, Sun J Z, Megert S 1996 *Europhys. Lett.* **36** 707

[4] Tsuei C C, Kirtley J R, Rupp M, Sun J Z, Gupta A, Kechen M B, Wang C A, Ren F A, Wang J H, Bhushan M 1996 *Science* **271** 329

[5] Tsuei C C, Kirtley J R 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 182

[6] Kirtley J R, Tsuei C C, Moler K A 1999 *Science* **285** 1373

[7] Deng P, Meng S C, Wang F R, Xie F X, Ma P, Dai Y D 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2217 (in Chinese) [邓 鹏、孟树超、王福仁、谢飞翔、马 平、戴远东 2001 物理学报 **50** 2217]

[8] Li Z Z, Wang F R, Yang T, Liu X Y, Ma P, Dai Y D 2005 *Supercond. Sci. Tech.* **18** 166

[9] Tsuei C C, Kirtley J R 2002 *Physica* C **367** 1

[10] Wollman D A, Van Harlingen D J, Lee W C, Ginsberg D M, Leggett A J 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 2134

[11] Wollman D A, Van Harlingen D J, Giapintzakis J, Ginsberg D M 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 797

[12] Dai Y D, Wang S G, Du S W 1998 *Solid State Comm.* **108** 251

[13] Du S W, Dai Y D, Wang S G 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 2364 (in Chinese) [杜胜望、戴远东、王世光 1999 物理学报 **48** 2364]

[14] Ling J, Wang K, Xie F X, Ma P, Yang T, Wang F R, Dai Y D 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1771 (in Chinese) [凌 健、王 科、谢飞翔、马 平、杨 涛、王福仁、戴远东 2003 物理学报 **52** 1771]

[15] Braginski A 2003 *Supercond. Sci. Tech.* **16** 1315

[16] Wang K, Ling J, Xie F X, Ma P, Yang T, Wang F R, Dai Y D 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1509 (in Chinese) [王 科、凌 健、谢飞翔、马 平、杨 涛、王福仁、戴远东 2003 物理学报 **52** 1509]

[17] Li Z Z, Wang F R, Yang T, Liu X Y, Ma P, Xie F X, Nie R J, Dai Y D 2004 *Chin. Phys Soc.* **13** 532

[18] Tian Y, Wang H W, Kong X Y, Zhao S P, Chen G H, Yang Q S 2004 *Supercond. Sci. Tech.* **17** 838

[19] Kong X Y, Tian Y, Wang H W, Zhao S P, Chen G H, Yang Q S 2004 *Supercond. Sci. Tech.* **17** 791

[20] Hilgenkamp H, Ariando, Smilde H J H, Blank D H A, Rijnders G, Rogalla H, Kirtley J R, Tsuei C C 2003 *Nature* **422** 50

Spontaneous magnetization in superconducting π ring and 0 ring mixed arrays *

Ma Xiao-Bai　Dai Yuan-Dong　Wang Fu-Ren　Hu Qi　Nie Rui-Juan

(*School of Physics*, *State Key Laboratory for Artificial Microstructure and Mesoscopic Physics*, *Peking University*, *Beijing* 100871, *China*)

(Received 6 December 2006; revised manuscript received 18 January 2007)

Abstract

Regular mixed arrays of superconducting π rings and 0 rings have been investigated. Our calculation shows that the free energy of inverse spontaneous magnetization of two π rings indirectly coupled via a 0 ring is lower. The state of the full antiparallel pattern of π rings is favorable in the regular mixed arrays. This is a quantum phase coherence result of superconducting wave functions.

Keywords: superconducting junctions, π rings, 0 rings, spontaneous magnetization

PACC: 7400, 7450

* Project supported by the Ministry of Science and Technology of China (Grant No. 2006CB601007) and the Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education.