

倾斜入射的波前编码系统的点扩散函数 扩大效应分析

赵廷玉 叶 子 张文字 余飞鸿[†]

(浙江大学光电系现代光学仪器国家重点实验室 杭州 310027)

(2007 年 4 月 10 日收到 2007 年 5 月 18 日收到修改稿)

通过对坐标系统进行旋转,计算得到了三次型波前编码系统的倾斜入射的光瞳函数,并给出了近似表达式.分析表明倾斜入射会产生三次相位扩大效应和离焦扩大效应,它们和入射角的正负无关,且随着入射角绝对值的增大而增大.这表现在点扩散函数(point spread function, PSF)上会扩展 PSF 包络的两条直角边,表现在调制传递函数(modulation transfer function, MTF)上会降低 MTF 值.子午面倾斜入射时,子午方向的三次相位扩大效应和离焦放大效应大于弧矢方向,从而导致子午方向的 PSF 包络扩展更大、MTF 降低更多;弧矢面倾斜入射时,弧矢方向的三次相位扩大效应和离焦放大效应大于子午方向,从而导致弧矢方向的 PSF 包络扩展更大、MTF 降低更多.

关键词:倾斜入射,波前编码,三次相位扩大效应,离焦扩大效应

PACC: 4230D, 4230L

1. 引 言

波前编码系统通过软件的方法来达到增大焦深的目的.和传统光学系统不同的是,波前编码系统需要光学编码和数字解码两部分互相配合^[1,2],才能清晰成像.它通过在光瞳面上添加非旋转对称的相位掩膜对光学系统进行编码,使得它的点扩散函数弥散却对焦深不敏感.而弥散效应可以通过后期数字解码进行消除,这样通过光学编码数字解码两步可以得到高质量的大景深成像系统.波前编码技术除了可以延拓焦深外,还可以校正各种原因造成的离焦所引起的误差,包括球差、色差、匹兹凡像面弯曲以及由安装误差和温度变化引起的离焦,减少它们对物体信息在成像过程中造成的损失^[3,4].因此,波前编码技术具有非常广阔的应用前景,在高低端成像系统和红外成像系统都具有较高的应用价值^[5].

现在对波前编码系统分析涵盖了频域和时域特性,但基本都集中于对轴上特性的分析^[6,7].本文对倾斜入射进行分析,从光瞳函数、点扩散函数(point

spread function, PSF)和调制传递函数(modulation transfer function, MTF)三个方面进行对波前编码系统的光学编码部分进行了具体的分析.

2. 理论分析

假定在正入射的前提下,波前编码系统除了离焦和相位掩膜带来的像差外,不存在其他任何像差.图 1 是倾斜入射波前编码系统光学编码部分的示意图,定义光轴的方向为 z 轴方向.假定采用的是最普通的三次相位掩膜,那么考虑了离焦^[8]之后的正入射的光瞳函数的相位部分就可以表示为

$$\chi(x, y) = \alpha(x^3 + y^3) + W_{020}(x^2 + y^2), \quad (1)$$

其中 (x, y) 是光瞳面上的点的坐标(以波长为单位), α 是三次相位系数, W_{020} 为离焦量;光瞳函数也可以看作光瞳在光轴方向的厚度改变量.

下面以子午方向倾斜入射为例,考虑主光线在 yz 面上以 γ 倾斜入射到光瞳面即相位掩膜上.如果我们将坐标轴旋转一定的角度使得主光线和 z 轴重合,那么在原坐标中的倾斜入射在新的坐标轴中就是正入射,只不过光瞳函数发生了变化,而这样的

[†] E-mail: yufeihong@gmail.com

变化完全可以通过简单的数学转换来实现. 如图 1 所示, 我们将原坐标轴 xyz 绕 x 轴旋转 γ , 得到新的坐标系统 $x'y'z'$, 使得 z' 和主光线的出射方向一致, 那么两个坐标轴之间的关系为

$$\begin{aligned} x &= x', \\ y &= y' \cos \gamma + z' \sin \gamma, \\ z &= z' \cos \gamma - y' \sin \gamma. \end{aligned} \quad (2)$$

将 (2) 式代入到 (1) 式, 整理可得一个一元三次方程

$$\begin{aligned} &[\alpha \sin^3 \gamma] z'^3 + [3\alpha y' \sin^2 \gamma \cos \gamma + W_{020} \sin^2 \gamma] z'^2 \\ &+ [3\alpha y'^2 \sin \gamma \cos^2 \gamma + 2W_{020} y' \sin \gamma \cos \gamma \\ &- \cos \gamma] z' + [\alpha(x'^3 + y'^3 \cos^3 \gamma) \\ &+ W_{020}(x'^2 + y'^2 \cos^2 \gamma) + y' \sin \gamma] = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

(3) 式的解就是新坐标系的正入射的光瞳函数, 即原坐标中的倾斜入射的光瞳函数.

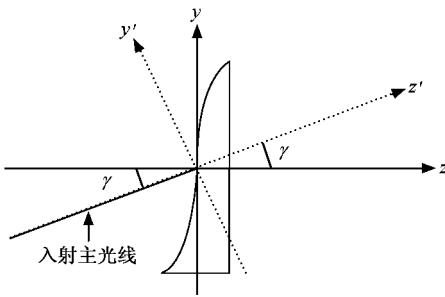


图 1 大角度入射光学系统示意图

考虑到三次相位系数 α 和离焦量 W_{020} 一般只在几个波长的数量级, 相较于 x', y' 非常小, 由 (1) 式可知 z 一定较小. 尽管倾斜入射的光瞳函数 z' 并不等价于 z , 但一定在同一数量级上. 因此忽略它们的高次项, 仅保留一次项和常数项 (3) 式可化简整理为

$$\begin{aligned} &z(x', y', \gamma, W_{020}) \\ &\approx \frac{1}{\cos \gamma} \\ &\times \frac{\alpha(x'^3 + y'^3 \cos^3 \gamma) + W_{020}(x'^2 + y'^2 \cos^2 \gamma) + y' \sin \gamma}{1 - (3\alpha y'^2 \sin \gamma \cos \gamma + 2W_{020} y' \sin \gamma)}. \end{aligned} \quad (4)$$

由于三次相位系数 α 和离焦量 W_{020} 非常小, 因此 (4) 式分母中的 $3\alpha y'^2 \sin \gamma \cos \gamma + 2W_{020} y' \sin \gamma \ll 0$, 利用数学近似可以得到

$$\begin{aligned} &z(x', y', \gamma, W_{020}) \\ &\approx \frac{\alpha(x'^3 + y'^3 \cos^3 \gamma) + W_{020}(x'^2 + y'^2 \cos^2 \gamma) + y' \sin \gamma}{\cos \gamma} \\ &\times (1 + (3\alpha y'^2 \sin \gamma \cos \gamma + 2W_{020} y' \sin \gamma)). \end{aligned} \quad (5)$$

通过化简、整理并忽略三次相位系数 α 和离焦量 W_{020} 的高次项和交叉相乘项, 可以得到倾斜入射的光瞳函数为

$$\begin{aligned} &z'(x', y', \gamma, W_{020}) \\ &\approx \alpha \left[\frac{1}{\cos \gamma} x'^3 + (1 + 2\sin^2 \gamma) y'^3 \right] \\ &+ W_{020} \left[\frac{x'^2}{\cos \gamma} + (\cos \gamma + 2\sin \gamma \tan \gamma) y'^2 \right] \\ &+ [\tan \gamma] y'. \end{aligned} \quad (6)$$

从 (6) 式中我们还注意到, 入射角影响三次相位效应和离焦效应外, 还将带来 $y' \tan \gamma$ 的位移, 也就是主光线和像面上的交点发生了 $y' \tan \gamma$ 的位移, 这和几何光学的计算结果一致. 考虑到这对波前编码系统的成像质量的影响甚微, 我们在后面的分析中忽略这一项.

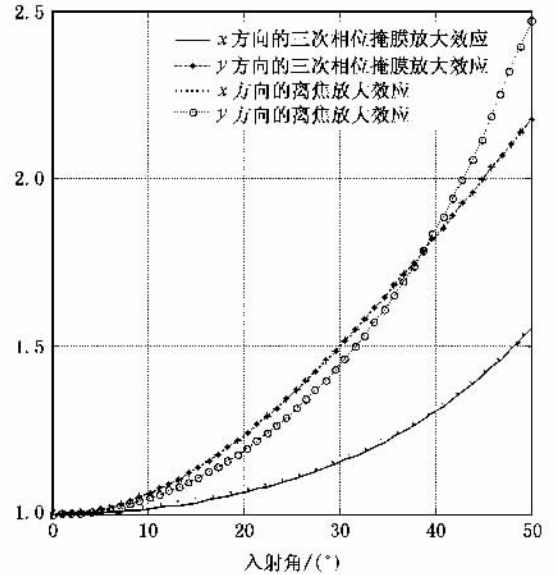


图 2 倾斜入射的三次相位效应和离焦效应

为了表述方便, 我们定义 M_x, M_y 分别为弧矢方向 (x 方向) 和子午方向 (y 方向) 的三次相位放大倍率, N_x, N_y 分别表示弧矢和子午方向的离焦放大倍率, 那么新的光瞳函数的相位部分可以表示为

$$\begin{aligned} &z'(x', y', \gamma, W_{020}) \approx \alpha [M_x x'^3 + M_y y'^3] \\ &+ W_{020} [N_x x'^2 + N_y y'^2] \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} M_x &= 1/\cos \gamma, \\ M_y &= 1 + 2\sin^2 \gamma, \\ N_x &= 1/\cos \gamma, \\ N_y &= \cos \gamma + 2\sin \gamma \tan \gamma. \end{aligned} \quad (8)$$

这四个放大倍率和入射角的关系如图 2 所示,

从图2可以清楚地看到,两种放大效应都随着入射角的增大而有所增大,且两者在弧矢方向和子午方向均有分歧,且都随着入射角的增大而增大.在弧矢方向,三次相位放大倍率 M_x 和离焦的放大倍率 N_x 是一致的,但在子午方向,三次相位放大倍率 M_y 在入射角较小时更为明显,但随着入射角的逐渐增大,这种优势逐渐变小直至被离焦的放大倍率 N_y 盖过.

从(7)(8)式可以发现 $z'(x', y', -\gamma, W_{020}) = z'(x', y', \gamma, W_{020})$,因此三次相位板放大效应和离焦放大效应均和入射角的符号无关,只和入射角的绝对值有关.

对光瞳函数进行傅里叶变换可以得到点复振幅分布函数,然后再对其取模的平方就可以得到系统的PSF,再对其进行傅里叶变换后取模即为系统的MTF,分别如(8)(9)式所示,式中FT表示傅里叶

变换.

$$h = |\text{FT}(z(x', y', \gamma, W_{020}))|^2, \quad (9)$$

$$H = |\text{FT}(h)|. \quad (10)$$

从(1)式可知 $z(x, y) = z(y, x)$,因此如果在弧矢面倾斜入射,那么弧矢方向的三次相位扩大效应和离焦扩大效应将大于子午方向.

3. 倾斜入射的 PSF 和 MTF 的模拟结果

我们假定光瞳的直径为 2 mm,波长 λ 为 587.5618 nm,三次相位掩模板的系数 α 为 10λ ,还是以子午面倾斜入射为例.表1给出了不同离焦量、不同入射角情况下的近似PSF模拟结果.表中五列分别对应入射角 γ 为 $-30^\circ, -15^\circ, 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ 的情况,三行分别对应离焦量 W_{020} 为 $-10\lambda, 0\lambda$ 和 10λ 的情况.

表1 不同离焦位置不同入射角的近似PSF模拟结果

入射角/ $^\circ$	-30	-15	0	15	30
离焦量/ λ					
-10					
0					
10					

在正入射的情况下(7)式简化为(1)式:PSF的包络是一个等腰直角三角形,如表1第2行第3列所示.随着离焦量的增大,PSF形状依然保持不变,但尺寸有所变大,如第3列所示.

在离焦为 0λ 的情况下,入射角 γ 使得PSF的包络由一个等腰直角三角形演变成普通的直角三角形,如表1第2行所示.两条直角边有不同程度的扩展,但子午方向的扩展程度明显要高于弧矢方向,

这在入射角较大的情况下尤为明显. 这就是倾斜入射带来的光瞳函数的三次相位放大效应在 PSF 上的体现. 弧矢方向的略微扩展和子午方向的明显扩展分别和图 2 中的黑实线和黑虚线一一符合.

在离焦为 $\pm 10\lambda$ 的情况下, 入射角 γ 的作用不像离焦 0λ 情况那么明显, 这是因为除了三次相位放大效应, 离焦放大效应也同时作用在 PSF 上. 尽管如此, 相较于正入射的 PSF, 倾斜入射的 PSF 尽管形状保持不变, 但尺寸还是有所扩展. 在大角度入射的情况下, PSF 的包络还是呈现出子午方向长于弧矢方向的现象, 如表 1 的第 13 行的第 15 列. 这说明倾斜入射带来的离焦放大效应和三次相位放大效应还是存在的, 只不过由于本身的离焦影响较大, 使得它们在离焦的情况下没有离焦 0λ 那么明显.

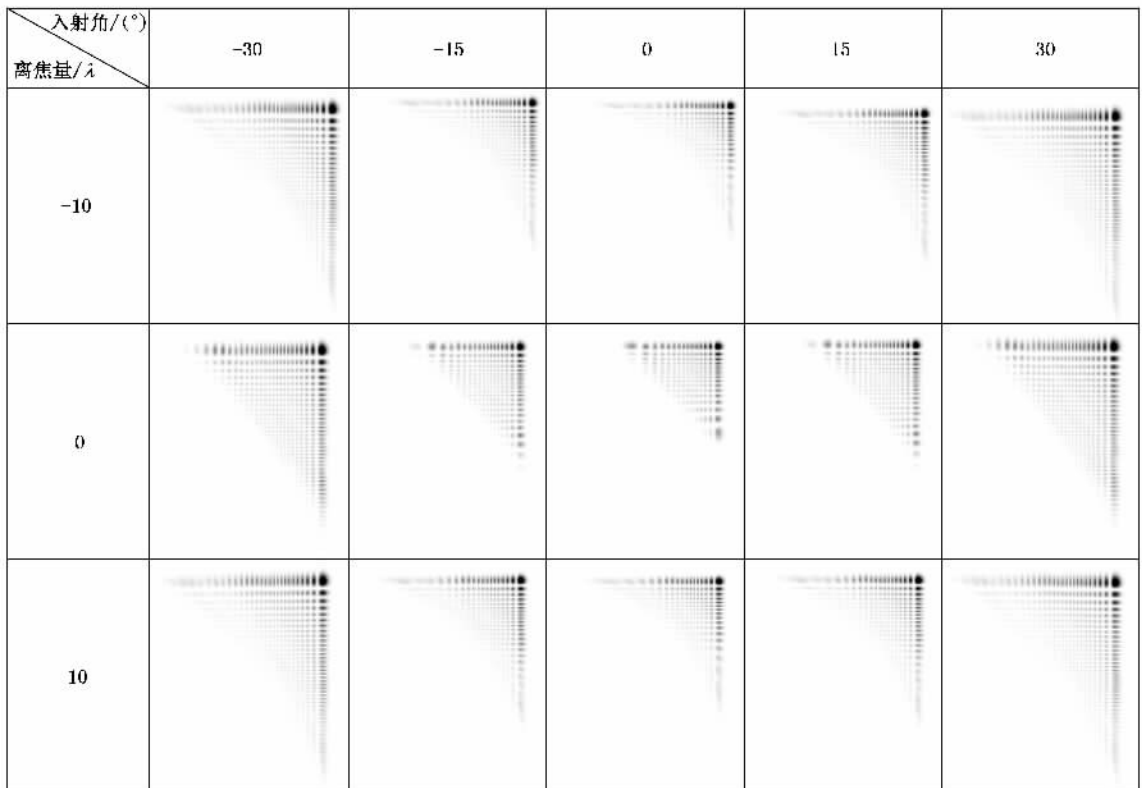
另外注意到, 入射角的符号对 PSF 没有影响, 真正起作用的只是它的绝对值, 这也和光瞳函数的分析相符合.

我们还给出了理想透镜 (module lens mode) 在 Code V 中的模拟结果作为参考, 同样我们加入折合系数为 10λ 的三次相位掩模, 光瞳的直径为 2 mm , 波长 λ 为 587.5618 nm , 焦距为 10 mm , 考虑同样的离焦位置和相同的入射角, 其 PSF 模拟结果如表 2 所

示. 表中五列入射角 γ 分别对应 $-30^\circ, -15^\circ, 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ 的情况, 三行分别对应离焦量 W_{020} 为 $-10\lambda, 0\lambda$ 和 10λ 的情况. 显然, 无论是三次相位放大效应和离焦放大效应, 表 1 和表 2 基本一致, 说明我们完全可以用这种近似的方法来分析倾斜入射对波前编码系统的影响.

根据 (9) 式计算得到不同离焦位置不同入射角的 MTF. 为了清楚起见, 我们只给出了具有代表性的正入射和 30° 倾斜入射的子午和弧矢方向的 MTF, 如图 3 所示. 图 3(a)(b)(c) 分别对应离焦 $-10\lambda, 0\lambda, 10\lambda$ 的情况, 图中虚线表示衍射受限的 MTF. 可以看到, 在不考虑倾斜入射的前提下, 即 $\gamma = 0$ 时, 三个不同离焦位置的 MTF 曲线 (a)(b)(c) 的实线和虚线) 符合程度较高, 基本满足后期的用图像解码采用同一滤波器的要求. 倾斜入射带来的三次相位扩大效应和离焦效应同时作用, 使得在同样离焦量的前提下, 大角度入射的 MTF 值比小角度入射的 MTF 值略低. 而由于子午方向的倾斜入射三次相位扩大效应和离焦扩大效应相较弧矢方向更大, 所以子午方向的 MTF 曲线明显低于弧矢方向的 MTF 曲线, 这将较大的影响后期的图像解码质量.

表 2 不同离焦位置不同入射角的 PSF 在 CodeV 中的模拟结果



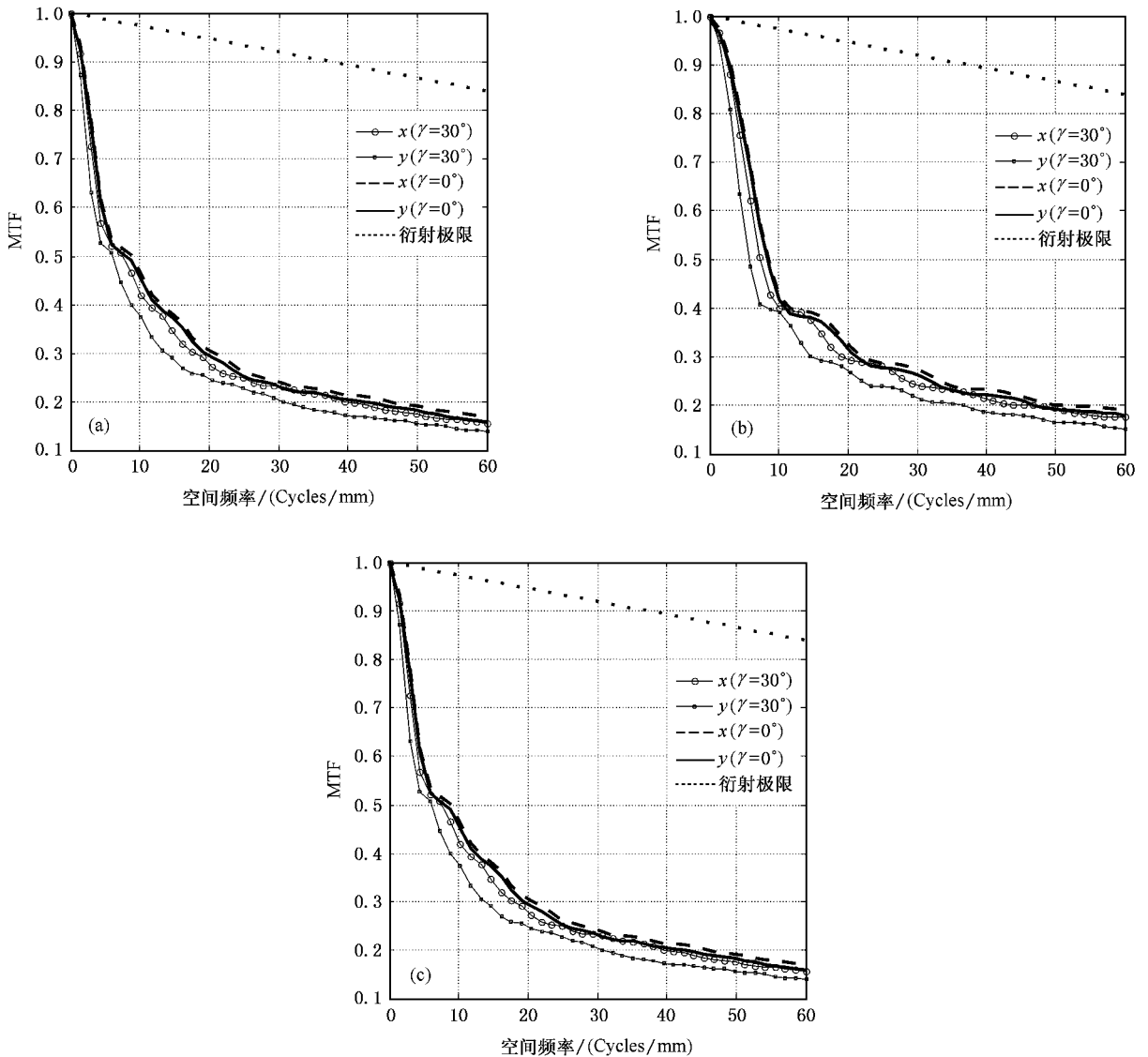


图3 不同离焦位置不同入射角的 MTF 曲线 (a),(b),(c) 分别表示离焦 -10λ 0λ 10λ

倾斜入射带来的光瞳函数的三次相位放大效应和离焦放大效应,表现在 PSF 上会扩展 PSF 包络的两条直角边,表现在 MTF 上会降低 MTF 值.当光线在子午面倾斜入射时,子午方向的三次相位效应和离焦效应扩展更为明显,同样的,当光线在弧矢面倾斜入射时,弧矢方向的三次相位效应和离焦效应扩展更为明显.这必将严重地影响后期的图像解码效果.

4. 结 论

本文通过对坐标系进行旋转,利用坐标变换对三次型波前编码的倾斜入射的光瞳函数进行分析.本文给出了倾斜入射的光瞳函数的近似表达

式,分析表明倾斜会产生三次相位扩大效应和离焦扩大效应,这种放大效应随着入射角的增大而增大,表现在 PSF 上会扩展 PSF 包络的两条直角边,表现在 MTF 上会降低 MTF 值.子午面的倾斜入射造成子午方向的三次相位扩大效应和离焦放大效应大于弧矢方向,导致子午方向的 PSF 包络扩展更大,MTF 降低更多,弧矢面的倾斜入射造成弧矢方向的三次相位扩大效应和离焦放大效应大于子午方向,导致弧矢方向的 PSF 包络扩展更大,MTF 降低更多.这种通过坐标旋转分析倾斜入射的方法并不局限于三次型相位掩模,也可以推广到其他形式的相位掩模上.这种方法为波前编码技术在大视场光学系统中的应用提供了研究依据.

- [1] Dowski E R , Cathey W T 1995 *Appl. Opt.* **34** 1859
- [2] Zhang W Z , Chen Y P , Zhao T Y , Ye Z , Yu F H 2006 *Chinese Optics Letters* **4** 515
- [3] Wach H B , Cathey W T , Dowski E R 1998 *Appl. Opt.* **37** 5359
- [4] Cathey W T , Dowski E R 2002 *Appl. Opt.* **41** 6080
- [5] Dowski E R , Kubala K S 2002 *Proc of SPIE* **4736** 116
- [6] Pauca V P , Plemmons R J , Prasad S , Torgersen T 2003 *Proc. of SPIE* . **5205** 348
- [7] Yang Q G , Sun J F , Liu L R 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 2080
- [8] Chen Y S , Zheng S H , Ma X B 1989 *Acta Phys. Sin.* **38** 1723 (in Chinese) [陈岩松、郑师海、马学斌 1989 *物理学报* **38** 1723]

The extension effect of point spread function in wavefront coding system due to off-axis illumination

Zhao Ting-Yu Ye Zi Zhang Wen-Zi Yu Fei-Hong[†]

(State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation , Department of Optical Engineering , Zhejiang University , Hangzhou 310027 , China)

(Received 10 April 2007 ; revised manuscript received 18 May 2007)

Abstract

The off-axis illumination pupil function of the wavefront coding system with cubic phase mask is analyzed by coordinate-rotation for the first time. The approximate expression of the pupil function shows that off-axis illumination brings about the extension effect of cubic phase and defocusing. The extension effect is independent of the sign of the incident angle ; however , the extension effect will get larger as the absolute value of the angle increases. This causes a decrease in modulation transfer function (MTF) and the extension effects on both sides of the point spread function (PSF) envelope. When the off-axis illumination is in the tangential plane , the extension effects of cubic phase and defocusing in y direction is larger than that in x direction , which results in larger extension of PSF and lower MTF in the y direction. When off-axis illumination is in the sagittal plane , the extension effects of cubic phase and defocusing in x direction is larger than that in the y direction , which results in larger extension of PSF and lower MTF in x direction.

Keywords : off-axis illumination , wavefront coding , extension effect of cubic phase , extension effect of defocus

PACC : 4230D , 4230L

[†] E-mail : yufeihong@gmail.com