第 57 卷 第 10 期 2008 年 10 月
1000-3290/2008/57(10)/6068-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.57,No.10,October,2008

二维热离子等离子体中离子声孤波的相互作用*

韩久宁　王苍龙　栗生长　段文山†

(西北师范大学物理与电子工程学院,兰州　730070)

(2008 年 1 月 7 日收到;2008 年 3 月 18 日收到修改稿)

通过使用推广的 Poincaré-Lighthill-Kuo 摄动方法,研究了二维热离子等离子体中两个沿不同方向传播的离子声孤波的相互作用,得到了两个分别描述沿 ξ 和 η 方向传播的孤波的 KdV 方程以及两个孤波以任意夹角碰撞后的相移和轨道.同时还研究了离子温度比 σ、热容比 γ 和碰撞夹角 α 对孤波相移的影响.研究表明,这些参量可以明显地改变孤波的相移,且在该系统中存在压缩型孤波.

关键词:热离子等离子体,离子声孤波,Poincaré-Lighthill-Kuo 方法,相移

PACC:0340K,5235S,4735

1. 引　　言

近年来非线性波,特别是孤波的研究引起了人们极大的兴趣[1—10],其中等离子体中孤波的研究更为引人注目,研究涉及离子声孤波[11,12],尘埃声孤波[13]和尘埃离子声孤波[14]等.在过去几十年里关于孤子已经发展出了一套成熟的理论,孤子的概念不仅扩展到了物理学的几乎所有分支,例如:流体动力学、场论、非线性光学和凝聚态物理等,而且延伸到了自然科学的各个邻域,例如:化学、生物学、数学、通讯技术等.在等离子体众多的非线性结构中,离子声孤波代表了现代等离子体研究中关于非线性现象的最重要的方面之一.它们的出现是由于在非线性和色散间存在精妙的平衡.对于非线性波结构的研究,通常是采用各种摄动方法展开的.基于这些方法有许多近似模型已被建立并用来描述波自身及其慢变波包的传播.在小振幅假设下,几乎每一个近似模型都被归结为一些非线性偏微分方程,如:KdV 方程,修正的 KdV(m-KdV)方程和非线性薛定谔(NLS)方程[15—17]等.目前,理论上在长波近似下,无碰撞等离子体中离子声孤波的动力学行为可由 KdV 方程来描述.通过使用不同的摄动方法,文献[12,18—20]成功研究了不同等离子体系统中的离子声孤波.

热等离子体物理与技术的研究在世界范围内受到了越来越多的重视.目前,热等离子体技术已覆盖了很广阔的应用领域,并取得了新的进展.典型的有:1)热等离子体涂镀技术,包括等离子体喷涂、电弧喷涂、等离子体化学蒸气沉积(TPCVD)技术[21—23];2)热等离子体微细粉末合成,特别是达到纳米级粉末的合成[24,25];3)热等离子体处理废物,特别是有毒废物[26];4)热等离子体使粉末球化、致密化[27];5)热等离子体冶金和提取冶金技术[28].鉴于热等离子体物理与技术的研究有着广阔的发展和应用前景,所以很有必要研究该系统中孤波的传播及其相互作用.

如同 Zabusky 和 Kruskal[29] 首先描述的那样,孤波最为引人注目的特性是其在碰撞后仍能保持形状不变.本文要研究的是两个孤波碰撞后的相移和轨道.在一个一维(或准一维)系统中只存在着两种确定的孤波相互作用形式:追碰和正碰.孤波间的追赶碰撞可以使用 inverse scattering transformation(IST)方法进行研究[30],而孤波间的正碰可以使用推广的 Poincaré-Lighthill-Kuo(PLK)方法进行研究[31].通过使用推广的 PLK 摄动方法,Huang 和 Velarde[32] 研究

* 国家自然科学基金(批准号:10575082),甘肃省自然科学基金(批准号:3ZS061-A25-014)和西北师范大学科技创新工程基金(批准号:NWNU-KJCXGC-03-17)资助的课题.

† 通讯联系人.E-mail:duanws@nwnu.edu.cn

了一维离子声孤波的正碰，Xue[33] 研究了一维尘埃声孤波的正碰.在二维系统中，一般的情况是 $0\leqslant\alpha\leqslant\pi$，这里 α 指两个孤波传播方向间的夹角，所以在一维系统中的追碰和正碰分别只是 $\alpha=0$ 和 $\alpha=\pi$ 时的两种特殊情形.为研究一般情形的孤波相互作用，本文通过使用推广的 PLK 摄动方法，研究了二维热离子等离子体中两个离子声孤波以任意夹角的碰撞，得到了分别描述沿两个不同方向传播的孤波的 KdV 方程以及两个孤波相互作用后的相移和轨道.同时还研究了离子温度比 σ，热容比 γ 和碰撞夹角 α 对孤波相移的影响.

2. KdV 方程和孤波碰撞相移

为了解二维热等离子体中离子声孤波的相互作用，这里考虑一个由等温电子和热离子组成的无磁场无碰撞等离子体中有限小振幅波在 (x,y) 平面内传播的情况.该系统中低频离子声孤波的动力学行为可由连续性方程、动量方程和 Poisson 方程来描述.其无量纲化二维形式的基本方程组为

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\frac{\partial(nu)}{\partial x}+\frac{\partial(nv)}{\partial y}=0, \tag{1}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}\right)u+\frac{\sigma}{n}\frac{\partial p}{\partial x}=-\frac{\partial\phi}{\partial x}, \tag{2}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}\right)v+\frac{\sigma}{n}\frac{\partial p}{\partial y}=-\frac{\partial\phi}{\partial y}, \tag{3}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}\right)p+p\gamma\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=n_{\mathrm{e}}-n, \tag{5}$$

其中

$$n_{\mathrm{e}}=e^{\phi}, \tag{6}$$

在以上方程中：n，u，v，ϕ，n_{e}，c，p 分别为离子数密度、离子流沿 x 和 y 方向的运动速度、静电势、电子数密度、光速及离子压力.$\sigma=T_{\mathrm{i}}/T_{\mathrm{ef}}$（$T_{\mathrm{ef}}=T_{\mathrm{i}}\cdot T_{\mathrm{e}}/(\mu T_{\mathrm{i}}+\nu T_{\mathrm{e}})$，其中 μ 和 ν 分别是归一化的离子温度和电子温度），γ 是定压热容量与定容热容量的比值.各物理量的无量纲化过程为 $n=n'/n_0$，$n_{\mathrm{e}}=n'_{\mathrm{e}}/n_0$，$u=u'/(kT_{\mathrm{e}}/M)^{1/2}$，$v=v'/(kT_{\mathrm{e}}/M)^{1/2}$，$c=c'/(kT_{\mathrm{e}}/M)^{1/2}$，$\phi=\phi'/(kT_{\mathrm{e}}/e)$，$t=t'/\omega_{pi}^{-1}$，$x=x'/\lambda_{\mathrm{D}}$，$y=y'/\lambda_{\mathrm{D}}$，$p=p'/p_0$.其中 n'，n'_{e}，u'，v'，t'，x'，y'，ϕ'，p' 分别为相应具有量纲的物理量.n_0 为未受扰动的背景电子数密度，T_{e} 为电子温度，k 为 Boltzmann 常量，$(kT_{\mathrm{e}}/M)^{1/2}$ 为声速，其中 M 为离子质量，$\omega_{pi}^{-1}=(\varepsilon_0 M/n_0e^2)^{1/2}$ 为离子等离子体的周期，$\lambda_{\mathrm{D}}=(\varepsilon_0 kT_{\mathrm{e}}/n_0e^2)^{1/2}$ 为德拜长度，$p_0=n_0T_{\mathrm{e}}$ 为离子平衡时的压力.

假定在等离子体中存在两个沿不同方向传播的波，其振幅具有 ε 量级（这里 ε 是一个标识非线性强度的参量）且它们之间的碰撞很微弱.理想情况可以认为该碰撞是准弹性的，因此碰撞后只产生相移.这里采用推广的 PLK 摄动方法[31—33] 研究碰撞对孤波产生的影响. 该方法是标准的约化摄动法[34,35] 和应变坐标方法的结合，其主要思想是在长波近似条件下，通过有效的渐进展开，在消去久期项的同时得到孤波相互作用后的相移. 对于二维系统，两个孤波间不同的夹角 α 将导致相互作用后不同的相移，因此相移通常是 α 的函数. 根据这种方法，引进如下的坐标变换：

$$\xi=\varepsilon(k_1x+l_1y-c_1t)+\varepsilon^2P^{(0)}(\eta,\tau)+\cdots, \tag{7}$$

$$\eta=\varepsilon(k_2x+l_2y-c_2t)+\varepsilon^2Q^{(0)}(\xi,\tau)+\cdots, \tag{8}$$

$$\tau=\varepsilon^3t, \tag{9}$$

其中 ξ 和 η 分别表示两个孤波的轨道，c_1 和 c_2 是沿不同方向传播的两个孤波的速度，$P^{(0)}(\eta,\tau)$ 和 $Q^{(0)}(\xi,\tau)$ 是相函数，将会在以后的计算中确定.

对各物理量做如下展开：

$$n=1+\varepsilon^2n_1+\varepsilon^4n_2+\cdots, \tag{10}$$

$$u=\varepsilon^2u_1+\varepsilon^4u_2+\cdots, \tag{11}$$

$$v=\varepsilon^2v_1+\varepsilon^4v_2+\cdots, \tag{12}$$

$$\phi=\varepsilon^2\phi_1+\varepsilon^4\phi_2+\cdots, \tag{13}$$

$$p=1+\varepsilon^2p_1+\varepsilon^4p_2+\cdots. \tag{14}$$

将方程(7)—(14)代入方程 (1)—(5)，通过整理各个方程中 ε 在不同阶的项，在 ε 的最低阶得到如下方程：$n_1=n_\xi(\xi,\tau)+n_\eta(\eta,\tau)$，$u_1=u_\xi(\xi,\tau)+u_\eta(\eta,\tau)$，$v_1=v_\xi(\xi,\tau)+v_\eta(\eta,\tau)$，$\phi_1=\phi_\xi(\xi,\tau)+\phi_\eta(\eta,\tau)$，$p_1=p_\xi(\xi,\tau)+p_\eta(\eta,\tau)$，$c_1^2=(1+\sigma\gamma)(k_1^2+l_1^2)$，$c_2{}^2=(1+\sigma\gamma)(k_2{}^2+l_2{}^2)$，$n_\xi=\phi_\xi$，$n_\eta=\phi_\eta$，$u_\xi=\dfrac{k_1c_1}{k_1^2+l_1^2}\phi_\xi$，$u_\eta=\dfrac{k_2c_2}{k_2{}^2+l_2{}^2}\phi_\eta$，$v_\xi=\dfrac{l_1c_1}{k_1^2+l_1^2}\phi_\xi$，$v_\eta=\dfrac{l_2c_2}{k_2^2+l_2^2}\phi_\eta$，$p_\xi=\gamma\phi_\xi$，$p_\eta=\gamma\phi_\eta$.未知的函数 ϕ_ξ 和 ϕ_η 将在后文的计算中给出. 以上的方程意味着在最低阶近似下存在两个波：$\phi_\xi(\xi,\tau)$ 和 $\phi_\eta(\eta,\tau)$，且分别沿 ξ 和 η 方向传播.

在 ε 的下一阶近似下，可以得到

$$\frac{\partial \phi_\xi}{\partial \tau} + \alpha_1 \phi_\xi \frac{\partial \phi_\xi}{\partial \xi} + \beta_1 \frac{\partial^3 \phi_\xi}{\partial \xi^3} = 0, \tag{15}$$

$$\frac{\partial \phi_\eta}{\partial \tau} + \alpha_2 \phi_\eta \frac{\partial \phi_\eta}{\partial \eta} + \beta_2 \frac{\partial^3 \phi_\eta}{\partial \eta^3} = 0, \tag{16}$$

$$A_1 \phi_\eta + B_1 \frac{\partial P^{(0)}}{\partial \eta} = 0, \tag{17}$$

$$A_2 \phi_\xi + B_2 \frac{\partial Q^{(0)}}{\partial \xi} = 0. \tag{18}$$

其中

$$\alpha_1 = \frac{1}{2c_1}\left[\sigma\gamma(\gamma+1) + \frac{5}{2}\right]\delta,$$

$$\beta_1 = \frac{1}{2c_1}(c_1^2 - \sigma\gamma\delta)\delta,$$

$$A_1 = \frac{1}{2c_1}\left\{\delta\left[\sigma\gamma(\gamma-1) + \frac{1}{2}\right] + \frac{2c_1c_2\mu}{\lambda}\right\},$$

$$B_1 = \frac{1}{c_1}[(1+\sigma\gamma)\mu - c_1c_2],$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2c_2}\left[\sigma\gamma(\gamma+1) + \frac{5}{2}\right]\lambda,$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2c_2}(c_2^2 - \sigma\gamma\lambda)\lambda,$$

$$A_2 = \frac{1}{2c_2}\left\{\lambda\left[\sigma\gamma(\gamma-1) + \frac{1}{2}\right] + \frac{2c_1c_2\mu}{\delta}\right\},$$

$$B_2 = \frac{1}{c_2}[(1+\sigma\gamma)\mu - c_1c_2],$$

$$\delta = k_1^2 + l_1^2,\ \mu = k_1k_2 + l_1l_2,$$

$$\lambda = k_2^2 + l_2^2.$$

方程(15)和(16)是两个 KdV 方程,分别描述沿 ξ 和 η 方向传播的孤波. KdV 方程具有很多形式的孤子解,如单孤子解、双孤子解等,这里仅讨论如下形式的单孤子解:

$$\phi_\xi = \phi_{m\xi}\,\mathrm{sech}^2\frac{\xi - u_{0\xi}\tau}{\omega_\xi}, \tag{19}$$

$$\phi_\eta = \phi_{m\eta}\,\mathrm{sech}^2\frac{\eta - u_{0\eta}\tau}{\omega_\eta}, \tag{20}$$

其中 $\phi_{m\xi} = \frac{3u_{0\xi}}{\alpha_1}$, $\phi_{m\eta} = \frac{3u_{0\eta}}{\alpha_2}$ 和 $\omega_\xi = \left(\frac{4\beta_1}{u_{0\xi}}\right)^{1/2}$, $\omega_\eta = \left(\frac{4\beta_2}{u_{0\eta}}\right)^{1/2}$ 分别是两个孤子的振幅和宽度,$u_{0\xi}$ 和 $u_{0\eta}$ 均为任意常数. 由方程(10),(19)和(20)可得离子数密度 n 准确到 ε^2 的解

$$n = 1 + \varepsilon^2\left(\phi_{m\xi}\,\mathrm{sech}^2\frac{\xi - u_{0\xi}\tau}{\omega_\xi} + \phi_{m\eta}\,\mathrm{sech}^2\frac{\eta - u_{0\eta}\tau}{\omega_\eta}\right) + O(\varepsilon^4). \tag{21}$$

将方程(19)和(20)代入方程(17)和(18),可得到相函数 $P^{(0)}(\eta,\tau)$ 和 $Q^{(0)}(\xi,\tau)$ 的具体表示为

$$P^{(0)}(\eta,\tau) = g_1\phi_{m\eta}\omega_\eta \tanh\frac{\eta - u_{0\eta}\tau}{\omega_\eta}, \tag{22}$$

$$Q^{(0)}(\xi,\tau) = g_2\phi_{m\eta}\omega_\xi \tanh\frac{\xi - u_{0\xi}\tau}{\omega_\xi}, \tag{23}$$

其中

$$g_1 = \frac{\lambda\delta\left[\sigma\gamma(\gamma-1) + \frac{1}{2}\right] + 2\mu c_1c_2}{2\lambda[c_1c_2 - \mu(1+\sigma\gamma)]},$$

$$g_2 = \frac{\lambda\delta\left[\sigma\gamma(\gamma-1) + \frac{1}{2}\right] + 2\mu c_1c_2}{2\delta[c_1c_2 - \mu(1+\sigma\gamma)]},$$

把 ϕ_ξ 和 ϕ_η 分别标为孤波 1 和孤波 2. 两个孤波传播方向间的夹角 α 满足

$$\cos\alpha = (k_1k_2 + l_1l_2)/[(k_1^2 + l_1^2)(k_2^2 + l_2^2)]^{1/2},$$

注意到

$$k_1k_2 + l_1l_2 = c_1c_2\cos\alpha/(1+\sigma\gamma),$$

所以相函数 $P^{(0)}(\eta,\tau)$ 和 $Q^{(0)}(\xi,\tau)$ 可以重新写作

$$P^{(0)}(\eta,\tau) = f_1\phi_{m\eta}\omega_\eta \tanh\frac{\eta - u_{0\eta}\tau}{\omega_\eta}, \tag{24}$$

$$Q^{(0)}(\xi,\tau) = f_2\phi_{m\xi}\omega_\xi \tanh\frac{\xi - u_{0\xi}\tau}{\omega_\xi}, \tag{25}$$

其中

$$f_1 = \frac{\lambda\delta(1+\sigma\gamma)\left[\sigma\gamma(\gamma-1) + \frac{1}{2}\right] + 2c_1^2c_2^2\cos\alpha}{2\lambda c_1c_2(1+\sigma\gamma)(1-\cos\alpha)},$$

$$f_2 = \frac{\lambda\delta(1+\sigma\gamma)\left[\sigma\gamma(\gamma-1) + \frac{1}{2}\right] + 2c_1^2c_2^2\cos\alpha}{2\delta c_1c_2(1+\sigma\gamma)(1-\cos\alpha)},$$

从以上的方程中可知 $\cos\alpha \neq 1$(即 $\alpha \neq 0$),这说明本文采用的方法不适用于夹角 $\alpha = 0$ 的情况.

将以上的两个方程代入方程(7)和(8)中,可以得到两个孤波传播的轨道,分别由以下的两个方程给出

$$\xi = \varepsilon(k_1x + l_1y - c_1t) + \varepsilon^2 f_1\phi_{m\eta}\omega_\eta \tanh\frac{\eta - u_{0\eta}\tau}{\omega_\eta} + O(\varepsilon^3), \tag{26}$$

$$\eta = \varepsilon(k_2x + l_2y - c_2t) + \varepsilon^2 f_2\phi_{m\xi}\omega_\xi \tanh\frac{\xi - u_{0\xi}\tau}{\omega_\xi} + O(\varepsilon^3). \tag{27}$$

为了得到孤波 1 和 2 碰撞后的相移,令

$$P_1^{(0)} = P^{(0)}(\eta,\tau)\,|_{(\eta - u_{0\eta}\tau)\to -\infty},$$

它表示由方程(15)所描述的孤波 1 在碰撞前的相位值.

$$P_2^{(0)} = P^{(0)}(\eta,\tau)\mid_{(\eta-u_{0\eta}\tau)\to+\infty}$$

相应地表示孤波 1 在碰撞后的相位值. 由方程(24)可得 $P_1^{(0)} = -f_1\phi_{m\eta}\omega_\eta$，$P_2^{(0)} = f_1\phi_{my}\omega_y$. 同样地取 $Q_1^{(0)} = Q^{(0)}(\xi,\tau)\mid_{(\xi-u_{0\xi}\tau)\to-\infty}$，它表示由方程（16）所描述的孤波 2 在碰撞前的相位值. $Q_2^{(0)} = Q^{(0)}(\xi,\tau)\mid_{(\xi-u_{0\xi}\tau)\to+\infty}$，相应地表示孤波 2 在碰撞后的相位值. 从方程（25）可知 $Q_1^{(0)} = -f_2\phi_{m\xi}\omega_\xi$，$Q_2^{(0)} = f_2\phi_{m\xi}\omega_\xi$. 这样，就可得到两孤波碰撞后的相移为

$$\Delta P = P_2^{(0)} - P_1^{(0)} = \frac{\left\{\lambda\delta(1+\sigma\gamma)\left[\sigma\gamma(\gamma-1)+\frac{1}{2}\right]+2c_1^2c_2^2\cos\alpha\right\}\phi_{my}\omega_y}{\lambda c_1c_2(1+\sigma\gamma)(1-\cos\alpha)}, \tag{28}$$

$$\Delta Q = Q_2^{(0)} - Q_1^{(0)} = \frac{\left\{\lambda\delta(1+\sigma\gamma)\left[\sigma\gamma(\gamma-1)+\frac{1}{2}\right]+2c_1^2c_2^2\cos\alpha\right\}\phi_{m\xi}\omega_\xi}{\delta c_1c_2(1+\sigma\gamma)(1-\cos\alpha)}. \tag{29}$$

3. 讨　论

本文通过使用推广的 PLK 摄动方法，研究了二维热离子等离子体中两个离子声孤波的相互作用，得到了在该系统中描述孤波运动行为的 KdV 方程以及两个孤波以任意夹角碰撞后的相移和轨道. 从方程（29）和（30）中可以看到碰撞后每个孤波在其传播方向上都有一个正的相移. 相移的值和以下物理量有关：α，σ，γ，k_1，l_1，k_2和 l_2. 为了解碰撞对孤波传播产生的影响以及上述参量对孤波相移的影响，我们在图 1—3 中展示了研究的结果. 图 1 描述了两个孤波以 $\pi/2$ 的夹角相碰后离子数密度 n 在空间的分布. 其中 $k_1 = 0.01$，$k_2 = 0.01$，$l_1 = -0.01$，$l_2 = 0.01$，$u_{0\xi} = 1$，$u_{0\eta} = 1$，$\varepsilon = 0.2$，$\gamma = 3$ 和 $\sigma = 1$. 从该图中可以看到碰撞后每个孤波在其传播方向上均有明显的轨道改变. 在接下来的讨论中均取 $\varepsilon = 0.2$，$\delta = 1$ 和 $\lambda = 1$.

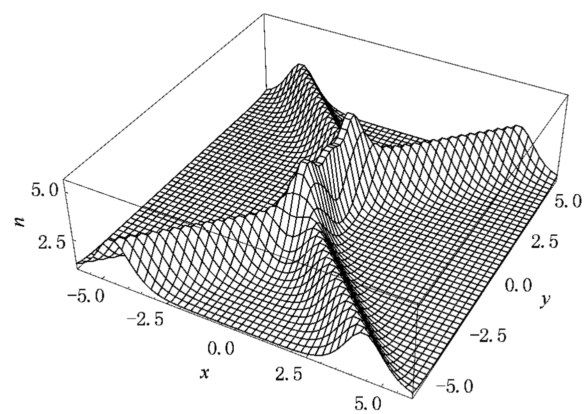

图 1　两个孤波以 $\pi/2$ 的夹角相碰后离子数密度 n 在空间的分布（$k_1 = 0.01$，$k_2 = 0.01$，$l_1 = -0.01$，$l_2 = 0.01$，$u_{0\xi} = 1$，$u_{0\eta} = 1$，$\varepsilon = 0.2$，$\gamma = 3$，$\sigma = 1$，$t = 0$）

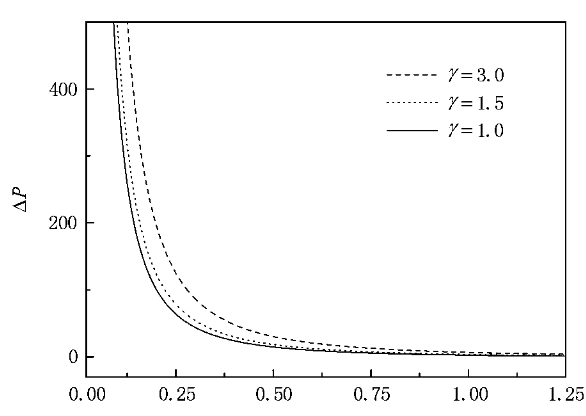

图 2　在热容比 $\gamma = 3.0, 1.5, 1.0$ 时孤子 1 的相移随碰撞夹角 α 的变化（$\varepsilon = 0.2$，$\delta = 1$，$\lambda = 1$，$\sigma = 10$）

图 2 表示当离子温度的比率 $\sigma = 10$，热容量的比率 γ 分别取 3.0，1.5 和 1.0 时，孤子 1 的相移随碰撞夹角 α 变化的情况. $\gamma = 3$ 和 $\gamma = 1$ 分别是绝热和等温两种特殊情形. 从该图中可以看到，对于 $\gamma = 3.0$，1.5 和 1.0 的三条曲线，相移的值均随夹角 α 的增加而减小. $\gamma = 1.5$ 和 $\gamma = 1$ 两条曲线的位置很接近，曲线的变化也几乎相同，这说明在这两种情况下孤波的动力学行为比较接近. 但 $\gamma = 3$ 的曲线离这两条曲线的位置较远，孤波的动力学行为有较大差异. 还可以看到在这三种情形下，曲线的变化趋势基本相同. 对于热容量比率 $\gamma = 1.5$ 和 $\gamma = 1$ 的两条曲线，当夹角 $\alpha < 0.18$ 时，相移随 α 的增大急剧减小；当 $0.18 < \alpha < 0.44$ 时，相移减小的较为缓慢；当 $0.44 < \alpha < 1.00$ 时，相移的减小非常缓慢；当 $\alpha > 1.00$ 时相移的变化非常微弱. 对于 $\gamma = 3$ 的曲线其相应的区间分别变为 $\alpha < 0.25$，$0.25 < \alpha < 0.50$，$0.50 < \alpha < 1.06$ 和 $\alpha > 1.06$. 对于确定的夹角

α，相移的值随着热容比 γ 的增加而增加.

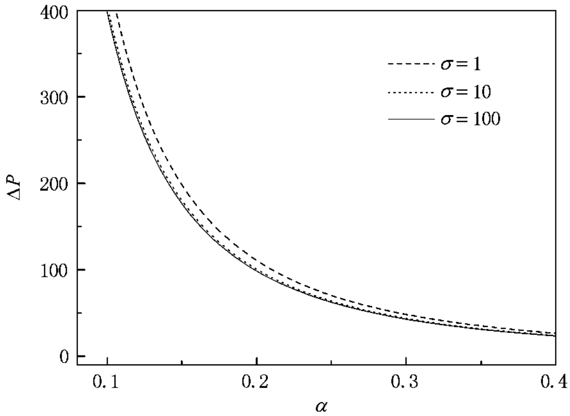

图3 在离子温度比 $\sigma=1,10,100$ 时孤子 1 的相移随碰撞夹角 α 的变化（$\varepsilon=0.2$，$\delta=1$，$\lambda=1$，$\gamma=1$）

图 3 描述了当热容量的比率 $\gamma=1$，温度的比率 σ 分别取 1，10 和 100 时，孤子 1 的相移随碰撞夹角 α 变化的情况. 从该图中可以看到，对于 $\sigma=1$，10 和 100 的三条曲线，相移的值均随夹角 α 的增加而减小. $\sigma=10$ 和 $\sigma=100$ 的两条曲线几乎重合，$\sigma=1$ 的曲线和这两条曲线的位置较远. 这说明在温度比率 $\sigma>10$ 时孤子的动力学行为变换不大，但当 $\sigma<10$ 时孤子的动力学行为变化较大. 还注意到在这三种情况下曲线的变化趋势几乎相同. 对于温度比率 $\sigma=10$ 和 $\sigma=100$ 的两条曲线当 $\alpha<0.16$ 时，相移随夹角 α 的增大减小的幅度较大；当 $0.16<\alpha<0.24$ 时，相移减小的较为缓慢；当 $0.24<\alpha<0.36$ 时，相移的减小非常缓慢；当 $\alpha>0.36$ 时相移的改变非常微弱. 对于 $\sigma=1$ 的曲线其相应的区间是 $\alpha<0.17$，$0.17<\alpha<0.25$，$0.25<\alpha<0.37$ 和 $\alpha>0.37$. 对于确定的夹角 α，相移的值随着温度比 σ 的增加而减小.

4. 结 论

总体而言，在热离子等离子体中孤波碰撞后的相移随碰撞夹角 α 的增加而减小. 比起离子温度比 σ 和热容比 γ，夹角 α 对孤波相移的影响更大. 对于物理量 σ，γ，δ 和 λ 的任意值，KdV 方程（15）和（16）的非线性系数 α_1，α_2 均为正数，这表明在本文研究的系统中存在压缩型孤波. 在本文中没有考虑更高阶的展开项，但其中可能蕴藏着碰撞中更多、更详细的信息，这将是我们下一步的工作.

[1] Rao N N，Shukla P K，Yu M Y 1990 *Planet. Space Sci.* **38** 543

[2] Shukla P K，Silin V P 1992 *Phys. Scr.* **45** 508

[3] Wei L，Wang Y N 2007 *Phys. Rev.* B **75** 193407

[4] He B G，Xu C Z，Zhang J F 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 511 (in Chinese)［何宝钢、徐昌智、张解放 2006 物理学报 **55** 511］

[5] Hou L J，Wang Y N，Miskovic Z L 2004 *Phys. Rev.* E **70** 056406

[6] Ma S H，Wu X H，Fang J P，Zheng C L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 11 (in Chinese)［马松华、吴小红、方建平、郑春龙 2008 物理学报 **57** 11］

[7] Duan W S 2004 *Chin. Phys.* **13** 598

[8] Mao J J，Yang J R 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5049 (inChinese)［毛杰健、杨建荣 2007 物理学报 **56** 5049］

[9] Lu D C，Hong B J，Tian L X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5617 (in Chinese)［卢殿臣、洪宝剑、田立新 2006 物理学报 **55** 5617］

[10] Xie B S，Du S C 2006 *Phys. Plasmas* **13** 074504

[11] Han J N，Li S C，Yang X X，Duan W S 2008 *Eur. Phys. J.* D **47** 197

[12] Mushtaq A，Khan S A 2007 *Phys. Plasmas* **14** 052307

[13] Xie B S，He K F，Huang Z Q 1999 *Phys. Plasmas* **6** 3808

[14] Xiao D L，Ma J X，Li Y F，Xia Y H，Yu M Y 2006 *Phys. Plasmas* **13** 052308

[15] Hong X R，Duan W S，Sun J A，Shi Y R，Lü K P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2671 (in Chinese)［洪学仁、段文山、孙建安、石玉仁、吕克璞 2003 物理学报 **52** 2671］

[16] Das J，Bandyopadhyay A，Das K P 2007 *Phys. Plasmas* **14** 092403

[17] Singh D K，Malik H K 2007 *Plasma Phys. Contr.* F **49** 1551

[18] Misra A P，Bhowmik C 2007 *Phys. Lett.* A **369** 90

[19] Tian B，Gao Y T 2007 *Phys. Lett.* A **362** 283

[20] Duan W S，Hong X R 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1337 (in Chinese)［段文山、洪学仁 2003 物理学报 **52** 1337］

[21] Lü F X 2003 *Physics* **32** 383 (in Chinese)［吕反修 2003 物理 **32** 383］

[22] Xu Y，Gu B，Qin F W 2004 *J. Vac. Sci. Technol.* A **22** 302

[23] Lü F X，Tang W Z，Huang T B 2001 *Diamond and Related Materials* **10** 1551

[24] Wei Z Q，Wen X L，Wang J，Wu Z G，Xu J W，Wu X C，Yan P X 2004 *Rare Metal Materials and Engineering* **33** 305 (in Chinese)［魏智强、温贤伦、王 君、吴志国、徐建伟、吴现成、闫鹏勋 2004 稀有金属材料与工程 **33** 305］

[25] Wang J W，Sun Y P，Liang Z H，Xu H P，Fan C M，Chen X M 2004 *Rare Metal Materials and Engineering* **33** 478 (in Chinese)［王俊文、孙彦平、梁镇海、徐海萍、樊彩梅、陈新谋 2004 稀有金属材料与工程 **33** 478］

[26] Pfender E，Han Q Y，Or T W，Lu Z P，Heberlein J 1992 *Diamond and Related Materials* **1** 127

[27] Tandian N P 1994 *Modeling and Experimental Study* (Minneapolis：University of Minnesota) p23

[28] Qi Z H，Chen Y M，Wu C K，Dong W M 1999 *Advances in Mechanics* **29** 251 (in Chinese) [齐志红、陈允明、吴承康、董务民 1999 力学进展 **29** 251]
[29] Zabusky N J，Kruskal M D 1965 *Phys. Rev. Lett.* **15** 240
[30] Gardner C S，Greener J M，Kruskal M D，Miura R M 1967 *Phys. Rev. Lett.* **19** 1095
[31] Su C H，Mirie R M 1980 *J. Fluid. Mech.* **98** 509
[32] Huang G X，Velarda M G 1996 *Phys. Rev.* E **53** 2988
[33] Xue J K 2004 *Phys. Rev.* E **69** 016403
[34] Taniuti T，Wei C C 1968 *J. Phys. Soc. Jpn.* **24** 941
[35] Kakutani T，Ono H，Taniuti T，Wei C C 1968 *J. Phys. Soc. Jpn.* **24** 1159

The interaction of ion-acoustic solitary waves in a two-dimensional hot ion plasma*

Han Jiu-Ning Wang Cang-Long Li Sheng-Chang Duan Wen-Shan†
(*College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou* 730070, *China*)
(Received 7 January 2008; revised manuscript received 18 March 2008)

Abstract

Using the extended Poincaré-Lighthill-Kuo perturbation method, we study the interaction between two ion-acoustic solitary waves with different propagation directions in a two-dimensional hot ion plasma, and obtain two KdV equations for solitary waves in both ξ and η directions. We also obtain the phase shifts and trajectories after the collision of two solitary waves with an arbitrary angle. The effects of the ratio of ion temperatures σ, the ratio of heat capacities γ and the angle α on the phase shifts are studied. The results suggest that these parameters can significantly influence the phase shift of the solitary waves. Moreover, there are compressive solitary waves in such a system.

Keywords: hot ion plasma, ion-acoustic solitary wave, Poincaré-Lighthill-Kuo method, phase shift
PACC: 0340K, 5235S, 4735

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10575082), the Natural Science Foundation of Gansu Province, China (Grant No. 3ZS061-A25-014), and the Fund of Scientific and Technical Innovation Project of Northwest Normal University, China (Grant No. NWNU-KJCXGC-03-17).
† Corresponding author. E-mail: duanws@nwnu.edu.cn