

数字控制 DC-DC Buck 变换器 中低频振荡现象分析*

张笑天 马西奎 张 浩†

(西安交通大学电气工程学院电力设备电气绝缘国家重点实验室, 西安 710049)

(2008 年 1 月 3 日收到, 2008 年 5 月 13 日收到修改稿)

在考虑采样保持器的作用下,建立了数字控制 Buck 变换器系统的 z 域模型,由此揭示了系统发生低频分岔现象的原因.根据系统特征值的变化趋势,预测了该数字控制变换器失稳时分岔点的位置和类型,同时,推导出系统发生低频振荡的频率以及振幅,即系统波动方程.最后,通过 PSpice 电路仿真实验验证了理论分析结果的合理性与有效性.

关键词:低频振荡,数字控制,变换器, z 域模型

PACC: 0547

1. 引 言

随着数字处理技术的日益完善与成熟,相对于传统的模拟控制而言,数字控制的优越性越来越突出^[1,2].一方面,由于采用数字化处理和控制在避免模拟信号传递过程中产生的畸变与失真,同时也减少了杂散信号的干扰,所以数字系统基本不会受到元件性能变化的影响,具有更高的可靠性;另一方面,模拟硬件电路的软件化实现不仅简化了电路的硬件结构,而且减少了外围器件数目.更重要的是,这使得许多复杂的非线性控制算法更易于实现.因此,数字控制技术取代传统的模拟控制技术已成为一种发展趋势^[2,3].近年来,随着各种高性价比数字信号处理器(DSP)的出现,数字控制在中小功率开关电源中得到了广泛应用^[4].与传统的模拟控制系统不同,数字控制变换器系统除了变换器自身开关的非线性外,还受量化处理环节和采样保持环节的影响^[3].因此在数字控制系统中将会出现更为复杂的非线性动力学行为.譬如,对于稳定运行的模拟控制变换器系统而言,倘若采取工程中常用的设计方法,即用等效数字控制直接替代模拟控制时,该系统会出现一些不稳定的低频振荡现象.已有的研究表

明^[5],这些非线性现象不仅会影响输出电压的稳定性,而且会降低系统的转换效率.因此,研究数字控制变换器系统中的复杂行为已成为有关学术界和工程界关注的热点.

目前,人们已从数学建模、控制策略以及系统实现等方面对数字控制系统进行了深入研究,取得了许多研究成果^[3,6-8].文献[3]研究了模数转换器(ADC)和数字脉冲宽度调制器(DPWM)的量化误差对 DC-DC 变换器的影响,并给出了避免极限环发生的条件.文献[6]在未考虑采样保持器的前提下,提出了数字控制变换器的离散时间建模方法.文献[7]建立了数字控制系统中采样保持器的拉普拉斯域模型.文献[8]针对没有输出滤波电容的一阶 Buck 电路提出了数字控制变换器的 z 域分析方法.然而,对这类非线性电路系统中复杂非线性行为,尤其是含有采样保持器的实际数字控制变换器系统的行为的研究工作尚未开展,迄今未见报道.

本文以运行在电流连续模式(CCM)的数字控制 Buck 变换器为对象,研究了其中的低频振荡现象.根据数字控制系统的特点,基于采样保持器与脉冲宽度调制器的拉普拉斯域模型,推导出了描述整个闭环系统动力学行为的 z 域模型.基于此模型,通过稳定性分析揭示了系统发生低频振荡现象的机理,

* 国家自然科学基金(批准号:50607015),高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:20050698004)和陕西省自然科学基金(批准号:2006E113)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: haozhang@xjtu.edu.cn

给出了这种不稳定现象发生的临界条件,即分岔点,以及低频振荡状态下输出电压和电感电流的波动方程.这些结果对于准确预测系统的稳定边界和设计电路参数,使得系统工作点远离不稳定区域,都具有重要的理论指导意义和实际的工程应用价值.最后,通过 PSpice 电路仿真实验验证了理论分析的结果.

2. 电路工作原理与数值仿真

2.1. 数字控制 Buck 变换器的工作原理

数字控制型 DC-DC Buck 变换器的电路原理图如图 1 所示.该电路系统由主电路和数字控制器两部分组成.其中,采样保持器、ADC、补偿环节和 DPWM 共同构成了数字控制器.这里,采样保持器的作用是在每个开关周期 T_s 开始时刻对输出电压 V_o 进行采样,并保持该采样值直到这个开关周期结束.控制规律具体如下:输出电压 V_o 经过采样保持和 A/D 转换之后与参考电压 V_{ref} 相减得到误差信号 v_e .然后该误差信号 v_e 经过补偿环节输出占空比 d_c .最后通过 DPWM 调制后生成占空比信号 d 来控制开关 S 的通断.

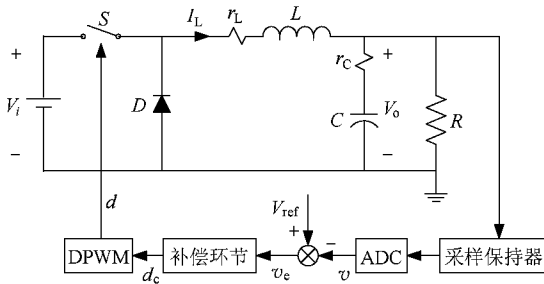


图 1 数字控制 DC-DC Buck 变换器

在考虑电感和电容的寄生电阻 r_L 和 r_C 的情况下,根据开关 S 和二极管 D 的状态,主电路有以下三种工作模式:

1) 工作模式 1 开关 S 闭合,二极管 D 截止,有

$$\frac{dI_L}{dt} = \frac{V_i}{L} - \frac{1}{L} \left(r_L + \frac{Rr_C}{R+r_C} \right) I_L - \frac{R}{L(R+r_C)} V_C, \quad (1)$$

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{R}{(R+r_C)C} I_L - \frac{1}{(R+r_C)C} V_C.$$

2) 工作模式 2 开关 S 断开,二极管 D 导通,有

$$\frac{dI_L}{dt} = -\frac{1}{L} \left(r_L + \frac{Rr_C}{R+r_C} \right) I_L - \frac{R}{L(R+r_C)} V_C,$$

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{R}{(R+r_C)C} I_L - \frac{1}{(R+r_C)C} V_C. \quad (2)$$

3) 工作模式 3 开关 S 断开,二极管 D 截止,有

$$I_L = 0,$$

$$\frac{dV_C}{dt} = -\frac{1}{(R+r_C)C} V_C. \quad (3)$$

若电路仅工作在模式 1 和 2,则称该电路处于连续导电模式(CCM),否则,处于不连续导电模式(DCM),即工作模式 3 的存在使得电感电流会出现为零状态.需要指出的是,模式 3 在一定的参数条件下不会出现.因此,这里通过选取适当的电路参数确保该 Buck 变换器在稳定状态下处于 CCM 下.

2.2. 数值仿真结果

目前,随着数字信号处理器(DSP)芯片时钟频率的不断提高,其 DPWM 环节已达到非常高的精度.实际中,ADC 和 DPWM 的量化精度往往都可满足避免产生极限环振荡的条件^[3].因此,在分析中可以忽略 ADC 和 DPWM 的量化误差的作用,仅考虑采样保持环节对系统的影响.这里,保持器取为零阶保持器(ZOH),补偿环节取为比例控制,其增益为 K_p .下面,根据主电路的工作模式情况,采用上述电路状态方程(1)~(3)进行数值仿真.仿真电路参数选取如下: $L = 10 \mu\text{H}$, $C = 10 \mu\text{F}$, $r_L = 0.02 \Omega$, $r_C = 0.004 \Omega$, $R = 2.5 \Omega$, $V_{ref} = 2.5 \text{V}$, $V_i = 5 \text{V}$, $T_s = 1 \mu\text{s}$.

图 2 给出了 K_p 从 1.2 变化到 3.2 时的输出电压 V_o 分岔图.从图中可看出,当 K_p 较小时,系统工作在稳定的周期 1 状态.随着 K_p 逐渐增大,当 $K_p =$

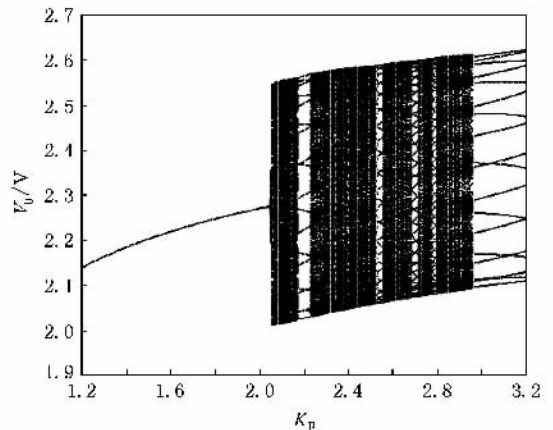


图 2 输出电压 V_o 随 K_p 变化的分岔图

2.05 时,系统发生了分岔.此时,电感电流 i_L 与输出电压 V_0 出现了低频振荡现象(所谓“低频”是相对开关频率而言),如图 3 所示.若进一步观察系统的相图(图 4(a))和相应的频闪映射图(图 4(b))就会发现二者呈现出环带状.由非线性动力学理论^[9]可知,此时系统正处于准周期状态.因此,我们将这种由周期 1 到准周期态的分岔称为低频分岔,其显著特征就是分岔后系统表现出低频振荡现象.由后面的分析可知,在模拟比例控制 Buck 变换器中不可能出现低频振荡现象.因此,有必要对这种低频振荡现象发生的机理做进一步分析,以探求数字控制系统与模拟控制系统之间在运动行为方面的异同.

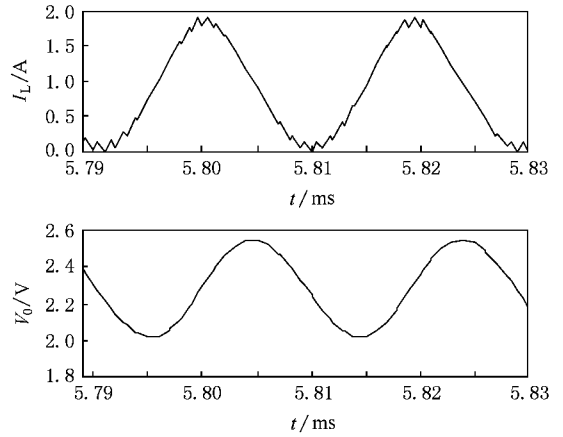


图 3 $K_p = 2.06$ 时 i_L 与 V_0 的时域波形图

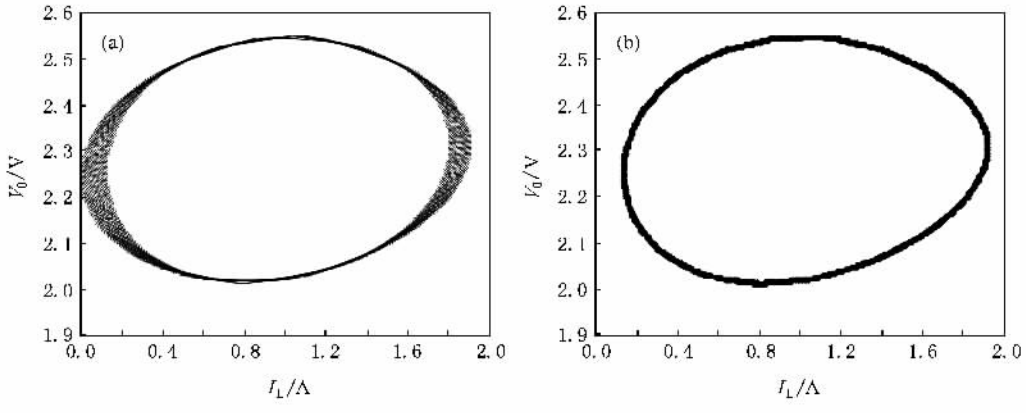


图 4 $K_p = 2.06$ (a)系统相图;(b)频闪映射图

3. 系统建模与稳定性分析

3.1. 系统的 z 域建模

在同样忽略 ADC 和 DPWM 量化误差作用的情况下,下面开始建立描述该电路系统动力学行为的 z 域模型.由于参考电压 V_{ref} 是常量,所以将零阶保持器(ZOH)移至补偿环节之后并不会改变原模型(见图 1).这里,为便于建模起见,将零阶保持器(ZOH)移至补偿环节之后,整个数字控制系统就可如图 5 所示的结构示意图来表示.其中,主电路用由输出电压到占空比信号的传递函数 $G_{vd}(s)$ 来表示, $G_c(z)$ 为补偿环节差分方程的传递函数.

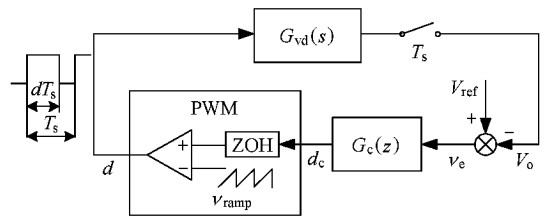


图 5 数字控制 Buck 变换器的结构示意图

输出电压到占空比信号的传递函数 $G_{vd}(s)$ 可表示为

$$G_{vd}(s) = V_i \frac{s \cdot r_c / L + 1/LC}{s^2 + s \cdot (1/RC + (r_L + r_c) / L) + 1/LC} \quad (5)$$

当以开关周期 T_s 进行采样后,上述两个环节 $G_{PWM}^*(s) \cdot G_{vd}(s)$ 的传递函数为

$$\begin{aligned} \alpha(z) &= Z\{G_{PWM}^*(s) \cdot G_{vd}(s)\} \\ &= Z\left\{\frac{T_s \cdot V_i \cdot A e^{-sDT_s}}{s+a} + \frac{T_s \cdot V_i \cdot B e^{-sDT_s}}{s+b}\right\} \quad (6) \end{aligned}$$

其中

图 5 中 PWM 环节的传递函数 $G_{PWM}^*(s)$ 为^[8]

$$G_{PWM}^*(s) = T_s e^{-sDT_s} \quad (4)$$

其中, D 为稳态平均占空比.

对于运行于 CCM 下的 Buck 变换器而言,其输

$$a = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{RC} + \frac{r_L + r_C}{L} + \sqrt{\frac{1}{R^2 C^2} - \frac{4}{LC} + \frac{2(r_L + r_C)}{RLC} + \frac{(r_L + r_C)^2}{L^2}} \right),$$

$$b = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{RC} + \frac{r_L + r_C}{L} - \sqrt{\frac{1}{R^2 C^2} - \frac{4}{LC} + \frac{2(r_L + r_C)}{RLC} + \frac{(r_L + r_C)^2}{L^2}} \right),$$

$$A = -\frac{1 - r_C Ca}{LQ(a - b)} \text{ 和 } B = \frac{1 - r_C Cb}{LQ(a - b)}.$$

为求(6)式中的 Z 变换,首先对 $G_{PWM}^*(s)$.

$G_{vd}(s)$ 进行拉氏反变换

$$L^{-1}\{G_{PWM}^*(s) \cdot G_{vd}(s)\} = T_s \cdot V_i \cdot [Ae^{-\alpha(t-DT_s)}\epsilon(t-DT_s) + Be^{-\beta(t-DT_s)}\epsilon(t-DT_s)], \quad (7)$$

其中 $\epsilon(t)$ 为单位阶跃函数.

令 $t = nT_s$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), 则对(7)式进行离散化, 代入(6)式可得

$$\alpha(z) = T_s \cdot V_i \cdot Z\{Ae^{-\alpha(nT_s-DT_s)}\epsilon(nT_s-DT_s) + Be^{-\beta(nT_s-DT_s)}\epsilon(nT_s-DT_s)\}, \quad (8)$$

根据(8)式求 z 变换, 可得

$$\alpha(z) = T_s \cdot V_i \cdot \frac{(Ae^{\alpha(D-1)T_s} + Be^{\beta(D-1)T_s})z - (Ae^{(\alpha(D-1)-b)T_s} + Be^{(\beta(D-1)-a)T_s})}{z^2 - (e^{-\alpha T_s} + e^{-\beta T_s})z + e^{-(\alpha+\beta)T_s}}$$

$$= \frac{N_1 z + N_0}{z^2 + D_1 z + D_0}, \quad (9)$$

其中

$$N_1 = T_s \cdot V_i (Ae^{\alpha(D-1)T_s} + Be^{\beta(D-1)T_s}),$$

$$N_0 = -T_s \cdot V_i (Ae^{(\alpha(D-1)-b)T_s} + Be^{(\beta(D-1)-a)T_s}),$$

$$D_1 = -(e^{-\alpha T_s} + e^{-\beta T_s}),$$

$$D_0 = e^{-(\alpha+\beta)T_s}.$$

因此, 该系统可简化为如图 6 所示的 z 域方框图.

3.2. 稳定性分析

对于模拟比例控制的 Buck 变换器, 由(5)式可以得出系统闭环传递函数为

$$G_{close}(s) = \frac{K_p}{1 + K_p \cdot G_{vd}(s)}$$

$$= \frac{K_p(s^2 + s \cdot (1/RC + (r_L + r_C)/L) + 1/LC)}{s^2 + s \cdot (1/RC + (r_L + r_C)/L + K_p \cdot V_i \cdot r_C/L) + (1/LC + K_p \cdot V_i/LC)}, \quad (10)$$

由(10)式可见, 系统闭环传递函数的特征多项式各项系数均为正, 无论比例系数 K_p 如何变化, 系统不会发生低频分岔. 然而, 不同于模拟比例控制, 由于采样保持器的影响, 数字比例控制的 Buck 变换器系统中却可能出现准周期或极限环等低频分岔现象. 这里将通过 z 域模型分析数字比例控制的 Buck 变换器系统的行为, 以揭示数字控制系统与模拟控制系统之间的本质区别. 设 $G_c(z) = K_p$, 则变换器稳态平均占空比

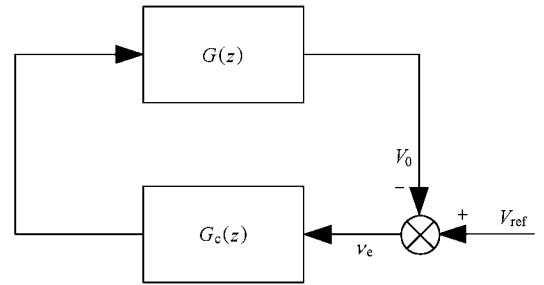


图 6 数字控制 Buck 变换器的 z 域方框图

$$D = \frac{K_p \cdot V_{ref}}{1 + K_p \cdot V_i \cdot R(R + r_L)}, \quad (11)$$

于是, 根据 z 域方框图(图 6)系统的闭环传递函数 $G_s(z)$ 可表示成如下形式:

$$G_s(z) = \frac{G_c(z)\alpha(z)}{1 + G_c(z)\alpha(z)}$$

$$= \frac{K_p N_1 z + K_p N_0}{z^2 + (D_1 + K_p N_1)z + D_0 + K_p N_0} \quad (12)$$

由(12)式可得到, 系统闭环传递函数的特征值 λ 满足特征方程

$$\lambda^2 + (D_1 + K_p N_1)\lambda + D_0 + K_p N_0 = 0, \quad (13)$$

设方程 (13) 有两个根 λ_1 和 λ_2 , 则由 (13) 式可知, 当 λ_1 和 λ_2 为复数时 (大多数情况下电路参数满足这一条件), $|\lambda_{1,2}|^2 = \lambda_1 \cdot \lambda_2 = D_0 + K_p N_0$. 应该注意到, 由 (11) 式可知, 如果 $K_p V_i \gg 1$ 则 D 近似为常数, N_0 也近似为常数, 因此 $|\lambda_{1,2}|$ 与 K_p 呈单调关系. 由于 $D_0 = e^{-T_s/RC} < 1$, 故当 $K_p < \frac{1-D_0}{N_0}$ 时, $|\lambda_{1,2}| < 1$, 系统

工作在稳定的周期 1 态; 当 $K_p > \frac{1-D_0}{N_0}$ 时, $|\lambda_{1,2}|$ 的值将大于 1, 系统处于不稳定的状态. 因此, 当 $K_p = \frac{1-D_0}{N_0}$ 时, $|\lambda_{1,2}| = 1$, 系统发生了 Hopf 分岔现象^[10].

取电路参数 $L = 10 \mu\text{H}$, $C = 10 \mu\text{F}$, $r_L = 0.02 \Omega$, $r_C = 0.004 \Omega$, $R = 2.5 \Omega$, $V_{\text{ref}} = 2.5 \text{ V}$, $V_i = 5 \text{ V}$, $T_s = 1 \mu\text{s}$, 当 K_p 取不同值时, 通过求解方程 (13), 得到系统特征值 $\lambda_{1,2}$ 随 K_p 的变化情况如表 1 所示, 相应的特征值变化轨迹如图 7 所示. 可以看出, 随着 K_p 的增大, 在 $K_p = 2.05$ 附近, 特征值以共轭复数形式穿越单位圆, 即系统发生了 Hopf 分岔^[11,12].

表 1 特征值随 K_p 增大时的变化趋势

K_p	特征值 $\lambda_{1,2}$	稳定性
1.96	$0.9461 \pm j0.3206$	稳定
1.98	$0.9459 \pm j0.3221$	稳定
2.00	$0.9456 \pm j0.3236$	稳定
2.02	$0.9453 \pm j0.3250$	稳定
2.04	$0.9451 \pm j0.3265$	稳定
2.06	$0.9448 \pm j0.3279$	不稳定

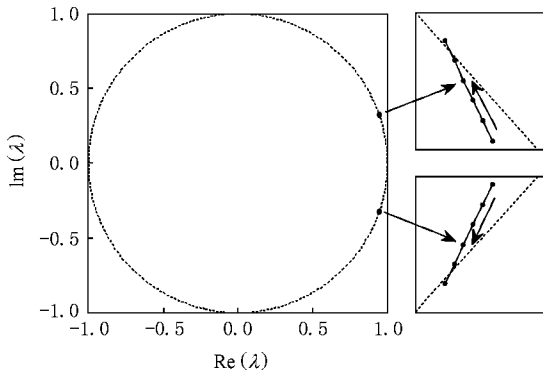


图 7 随 K_p 变化的特征值运动轨迹

为了计算分岔点 K_p 的理论值, 使用迭代式 $K_p = (1 - D_0)N_0$ 求解超越方程式 $D_0 + K_p N_0 = |\lambda_{1,2}|^2 = 1$ (注意到, N_0 为 K_p 的函数), 可得到分岔点为 K_p

$= 2.050408082471$. 因此系统参数的稳定区域为 $K_p = 2.050408082471$. 与数值仿真得到的分岔图 (图 2) 比较可以发现, 分岔点的理论计算值 ($K_p = 2.050408082471$) 与数值仿真值 ($K_p = 2.05$) 基本吻合. 由于在分岔点处系统开环传递函数的截止频率和相角交界频率相等, 且 $G_c(z)G(z) = -1$ 即

$$z^2 + (D_1 + K_p N_1)z + D_0 + K_p N_0 = 0. \quad (14)$$

令 $z = e^{j\omega T_s}$ 代入方程 (14) 则有

$$\omega = -\frac{1}{T_s} \arctan \left[\frac{\sqrt{4(D_0 + K_p N_0) - (D_1 + K_p N_1)^2}}{D_1 + K_p N_1} \right]. \quad (15)$$

将分岔点的值 $K_p = 2.050408082471$ 代入 (15) 式, 可以得到 $\omega = 3.222 \times 10^5 \text{ rad/s}$, 即是在分岔点附近发生低频振荡的频率.

为进一步预测分岔点附近发生低频振荡的近似波形, 可设电感电流 $I_L(t)$ 和输出电压 $V_0(t)$ 的低频振荡函数近似表达式为^[13]

$$\begin{aligned} I_L(t) &= I_{\text{dc}} + I_{\text{ac}} \sin(\omega t + \theta_i), \\ V_0(t) &= V_{\text{dc}} + V_{\text{ac}} \sin(\omega t + \theta_v), \end{aligned} \quad (16)$$

其中, I_{dc} 和 I_{ac} 分别为在电感电流 $I_L(t)$ 中的直流和交流分量, V_{dc} 和 V_{ac} 分别为在输出电压 $V_0(t)$ 中的直流和交流分量, θ_i 和 θ_v 由初始条件决定.

根据图 1 的主电路, 可得

$$\begin{aligned} V_{\text{dv}} &= \frac{R}{R + r_L} D V_i \\ &= \frac{K_p \cdot V_{\text{ref}}}{1 + r_L/R + K_p \cdot V_i} V_i, \\ I_{\text{dc}} &= V_{\text{dc}}/R, \\ V_{\text{ac}} &= \left| R \parallel \left(r_C + \frac{1}{j\omega C} \right) \right| \cdot I_{\text{ac}}, \\ \theta_v - \theta_i &= \arctan(\omega C r_C) - \arctan[\omega C (R + r_C)]. \end{aligned} \quad (17)$$

由于二极管的单向导电性使得电感电流不可能反向流动, 因此在发生低频振荡时 $I_L(t)$ 的最小值为零. 于是, 此时电感电流 $I_L(t)$ 的振荡振幅为 $I_{\text{ac}} \approx I_{\text{dc}} - 0 \approx I_{\text{dc}}$. 将 $K_p = 2.050408082471$ 和 $\omega = 3.222 \times 10^5 \text{ rad/s}$ 代入 (17) 式, 可以得到 $V_{\text{dc}} = 2.291 \text{ V}$, $I_{\text{dc}} = 0.916 \text{ A}$, $I_{\text{ac}} = 0.916 \text{ A}$, $V_{\text{ac}} = 0.282 \text{ V}$, $\theta_v - \theta_i = -1.435 \text{ rad}$. 设 $\theta_i = -\pi/3$, 并代入 (16) 式, 就可以得到 $I_L(t)$ 与 $V_0(t)$ 发生低频振荡的近似波形. 图 8 给出了实际数值仿真波形和相应的理论分析波形. 从

图中看出,理论波形与数值仿真波形基本一致.这表
明了上述 z 域模型分析方法的正确性.

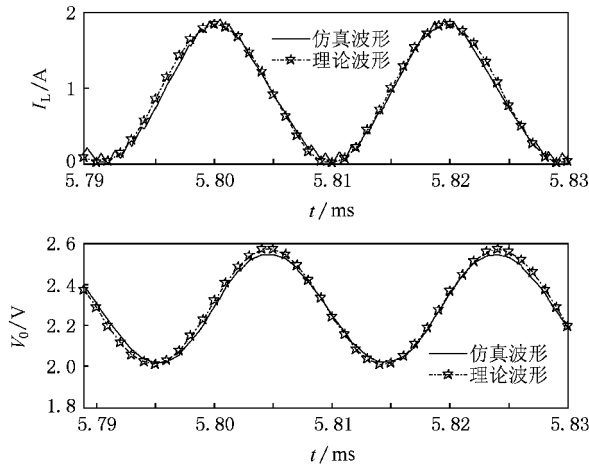


图 8 $I_L(t)$ 与 $V_O(t)$ 发生低频振荡的仿真波形与理论波形

4. 电路仿真实验结果

根据数字控制 Buck 电路的原理图(见图 1),给出相应的 PSpice 仿真实验电路图,如图 9 所示.其中,比例控制器由一个运算放大器构成的减法器实现,采样保持器由二个运算放大器 TL084,一个采样开关以及一个保持电容组合而成.PWM 信号的输出由比较器 LM111 实现.对 $K_p = 2.0$ 和 $K_p = 2.1$ 时的两种情况进行了 PSpice 电路仿真,仿真结果分别如图 10 和 11 所示.从图中可见,当 $K_p = 2.0$ 时,电路运行于稳定的周期 1 态; $K_p = 2.1$ 时,系统处于不稳定状态,即出现了低频振荡现象.这意味着该系统在区间 $[2.0, 2.1]$ 内发生了 Hopf 分岔.此时,电感电流 $I_L(t)$ 和输出电压 $V_O(t)$ 波形中不仅包含与开关频率一致且幅度较小的纹波,而且还出现幅值较大的低频振荡.将 PSpice 仿真得到的分岔点值与理论计算值相对比,可发现二者基本吻合.

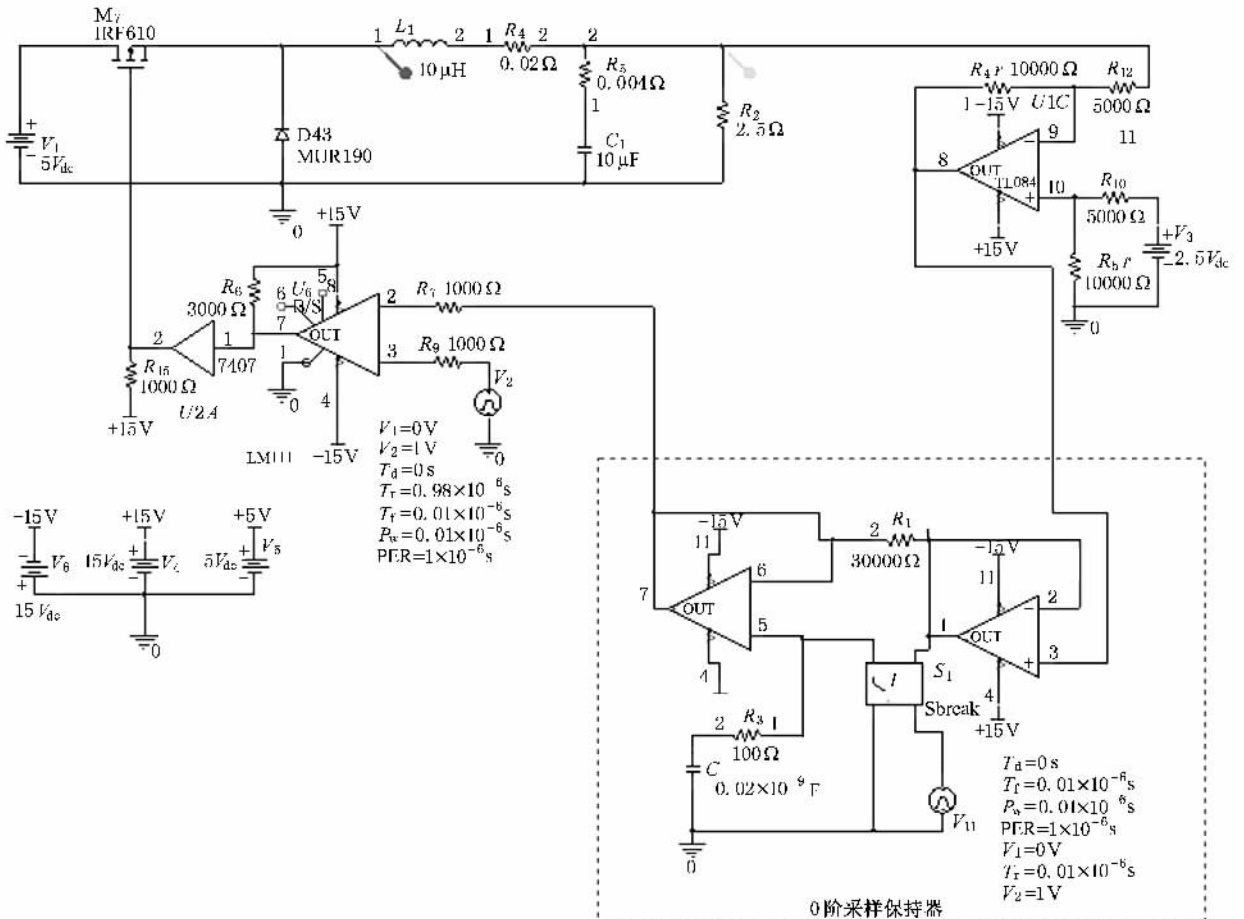


图 9 PSpice 仿真实验电路图

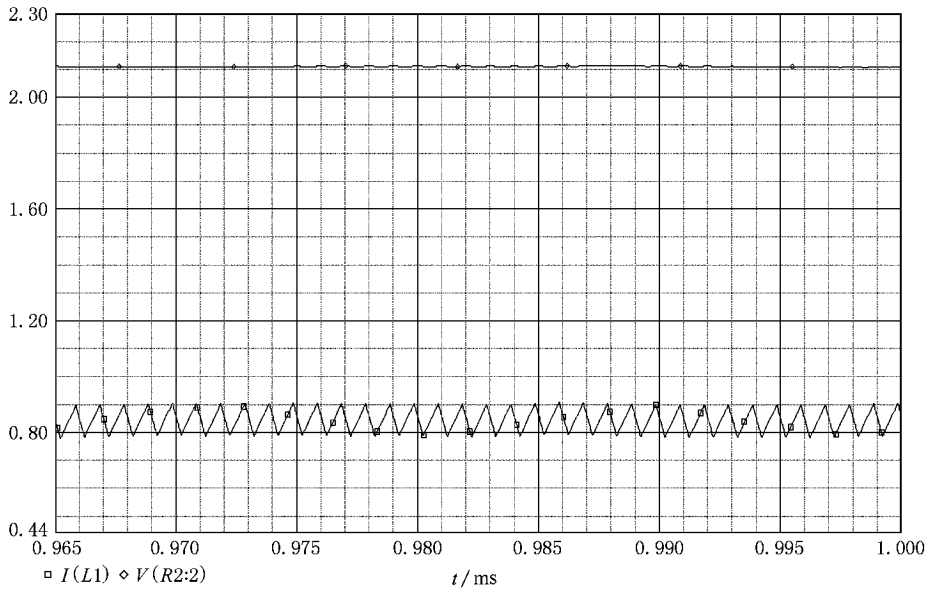


图 10 $K_p = 2.0$ 时电感电流(下)和输出电压(上)的稳态波形

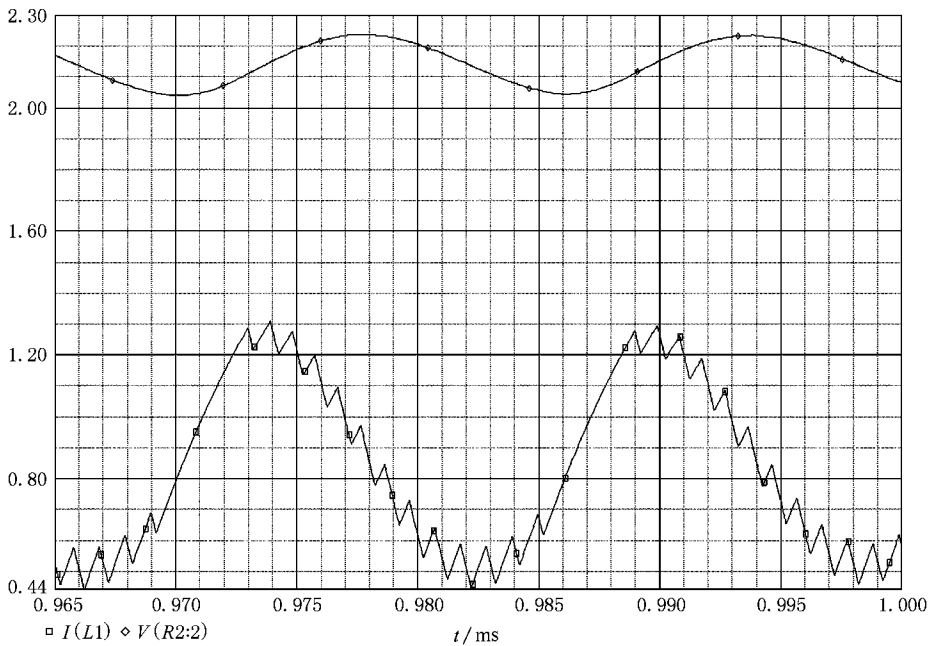


图 11 $K_p = 2.1$ 时电感电流(下)和输出电压(上)的稳态波形

5. 结 论

作为一种典型的二阶最小相位系统,模拟比例控制的 Buck 变换器中不可能出现低频振荡现象.然而,数值仿真发现,数字比例控制的 Buck 变换器中却出现了低频振荡现象.通过分析数字控制变换器

z 域模型可知,这种振荡现象出现的原因主要是由于采样保持器的影响,即相位滞后作用使得系统发生了 Hopf 分岔.此外,根据系统特征值的变化趋势,准确预测了该数字控制变换器失稳时分岔点的位置和类型.研究表明,在分岔点处,系统开环传递函数的截止频率等于相角交界频率,从而确定出系统低频振荡的频率以及振幅,即系统波动方程.这些研究

不仅有助于理解数字控制系统与模拟控制系统之间运动行为的本质区别,而且对于数字控制系统的设

计具有重要的理论指导意义和实际的工程应用价值.

- [1] Patella B J , Prodić A , Zirger A , Maksimović D 2003 *IEEE Trans. Power Electron.* **18** 438
- [2] Peterchev A V , Xiao J W , Sanders S R 2003 *IEEE Trans. Power Electron.* **18** 356
- [3] Peterchev A V , Sanders S R 2003 *IEEE Trans. Power Electron.* **18** 301
- [4] Leeb S B 2003 *IEEE Trans. Power Electron.* **18** 293
- [5] Luo X S , Wang B H , Chen G R , Quan H J , Fang J Q , Zou Y L , Jiang P Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 12 [in Chinese] [罗晓曙、汪秉宏、陈关荣、全宏俊、方锦清、邹艳丽、蒋品群 2003 物理学报 **52** 12]
- [6] Rajasekaran V , Sun J , Heck B S 2003 *IEEE Trans. Power Electron.* **18** 381
- [7] VandeSype D M , Gussemé K D , Van den Bossche A P , Melkebeek J A 2004 *Proc. IEEE 35th Power Electron. Spec. Conf.* 4292
- [8] VandeSype D M , Gussemé K D , Belie F D , Van den Bossche A P , Melkebeek J A 2006 *IEEE Trans. Power Electron.* **21** 470
- [9] Lu H H C , Tse C K 2003 *IEEE Trans. Circuit Syst.* **1** 5 679
- [10] Zhao Y B , Luo X S , Fang J Q , Wang B H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5022 [in Chinese] [赵益波、罗晓曙、方锦清、汪秉宏 2005 物理学报 **54** 5022]
- [11] Aroudi A E , Debbat M , Giral R 2005 *Int. J. Bifurc. Chaos* **15** 1549
- [12] Aroudi A E , Benadero L , Toribio E , Machiche S 2000 *Int. J. Bifurc. Chaos* **10** 359
- [13] Liu J , Wang Y B 2004 *Proceedings of the CSEE* **24** 174 [in Chinese] [刘健、王媛彬 2004 中国电机工程学报 **24** 174]

Low-frequency oscillation in digitally controlled DC-DC Buck converters *

Zhang Xiao-Tian Ma Xi-Kui Zhang Hao†

(State Key Laboratory of Electrical Insulation & Power Equipment , School of Electrical Engineering , Xi 'an Jiaotong University , Xi 'an 710049 , China)

(Received 3 January 2008 ; revised manuscript received 13 May 2008)

Abstract

The z -domain model of digitally controlled Buck converter is derived by only considering the effect of sampler-and-holder. Based on the z -domain model , the cause of the low-frequency bifurcation is analyzed. The location and type of the bifurcation point when a system loses stability is predicted in terms of the system eigenvalues. Moreover , the frequency and the amplitude of the low-frequency oscillation , i. e. , the wave equations , are deduced. These theoretical results are verified by PSpice simulations.

Keywords : low-frequency oscillation , digitally control , converter , z -domain model

PACC : 0547

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50607015) , the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20050698004) , and the Natural Science Foundation of Shaanxi Province , China (Grant No. 2006E1 13) .

† Corresponding author. E-mail : haozhang@xjtu.edu.cn