

消逝场耦合圆柱形微腔中回音壁模式结构的 实验研究^{*}

杨睿 於文华 鲍洋 张远宪 普小云[†]

(云南大学物理科学技术学院, 昆明 650091)

(2008 年 2 月 1 日收到, 2008 年 3 月 6 日收到修改稿)

采用石英圆柱形微腔与锥形光纤通过消逝场耦合的方式, 在实验上观察到了不同半径的柱形微腔中清晰的回音壁模式, 耦合效率接近 10%. 利用柱形微腔回音壁模式位置和间隔的解析近似公式, 对实验所得的透射光谱做了模式的精确标定, 共振波长的实验值和标定值间的误差小于 0.05 nm. 引入回音壁模式的“模场半径”概念, 由“模场半径”计算出的模式间隔和实验测量值之间符合很好. 利用透射光谱中的共振波长和理论标定波长间的差值, 得到了实验光谱范围内(1295—1320 nm)石英光纤的色散曲线, 折射率精度达 10^{-5} .

关键词: 圆柱形微腔, 回音壁模式, 模式标定, 模场半径

PACC: 4281, 4281P, 4283

1. 引言

目前, 微米尺度的光学圆形谐振腔(简称光学微腔), 由于其极高 Q 值(可达到 10^{10})的回音壁模式(whispering gallery modes, WGMs)和极小的模体积特性^[1], 在非线性光学、腔体量子电动力学^[2]、超低阈值的微腔受激辐射放大过程研究^[3-6]以及高灵敏度传感器^[7-9]等领域中独具优势. 用光学微球腔与锥形光纤进行耦合是激发微球腔中 WGMs 的常用方法, 其耦合效率大于 95%^[10]. 然而, 由于微球腔体的微小形变, 可使其 WGMs 的模式结构变得非常复杂. 除具有不同径向模式(l)和角模式数(n)外, 每一角模式数 n 还可对应 $m = 2n + 1$ 个解除简并后的方位模式^[11]. 复杂的模式结构使实验光谱的模式准确标定非常困难. 用二维的圆柱形微腔代替三维的微球腔与锥形光纤耦合, 能够消除方位模式(m), 简化微腔 WGMs 的模式归属辨认, 这在圆柱形微腔 WGMs 的场分布计算和实际应用中^[7-9]极其重要. 但是, 当圆柱形微腔与锥形通光光纤的轴向不严格垂直时, 耦合过程中要求的角动量守恒关系^[12]被破坏, 耦合效率降低, 使得在实验上获得圆柱形微腔与

锥形光纤耦合的结果非常困难, 故有关圆柱形微腔与锥形光纤耦合的研究报道不多. 本文以石英光纤作为圆柱形微腔, 采用消逝场耦合方式, 在实验上观察到了不同半径的柱形微腔中清晰的 WGMs 模式. 采用 Lam 等人^[13]推导球形微腔中 WGMs 模式和间隔的多项式展开方法, 我们已经获得确定圆柱形微腔中 WGMs 位置和间隔的近似解析公式^[14]. 本文用此公式对实验结果进行了模式参数的拟合分析. 结果表明, 共振峰位置和间隔的实验结果能很好地符合理论计算, 在模式的标定过程中考虑了石英光纤的色散, 获得了实验光谱范围内的色散关系曲线, 折射率精度达 10^{-5} . 另外, 由 WGMs 的场分布计算曲线, 我们引入了“模场半径”的统计概念, 将 WGMs 中的光子等效在“模场半径”为 $R_{l,n}$ 的圆上绕行, 由“模场半径”计算出的模式间隔与实验测量值相符合. 随后, 导出了“模场半径”的解析计算公式, 解析公式的计算值和场分布的统计计算值吻合甚好.

2. 实验

实验系统中的圆柱形微腔与锥形光纤的耦合部

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10564005)和云南省自然科学基金(批准号: 2006A0001M)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: xyphu@163.com

分如图 1 所示. 通光光纤采用普通的石英光纤丝, 与圆柱形微腔耦合的部分用氢氟酸进行腐蚀, 去除光纤外的包层, 留下光纤芯径, 得到直径约为 $7 \mu\text{m}$ 的锥形部分, 以实现光纤与圆柱形微腔高效率的耦合. 圆柱形微腔也采用同种石英光纤, 并用氢氟酸和酒精作表面清洗处理. 石英光纤的半径用德国蔡司公司 10096 型读数显微镜(读数最小分度值为 $1 \mu\text{m}$)测量. 仔细调整圆柱形微腔的轴向, 使其与锥形通光光纤的轴向严格垂直相切. 由可调谐半导体激光光源(New Focus, TLB-6324, 1270—1330 nm, 波长扫描精度为 0.02 nm)发出的光束在通光光纤中以全反射的方式向前传播, 如果光纤中的光频率与圆柱形微腔中的某一 WGMs 的模式频率相同, 则在耦合点处通光光纤中的光能以消逝场的形式耦合进入柱腔, 并在光纤的透射光谱上形成线宽极窄的吸收谱线. 通光光纤的另一端用光电探测器(New Focus, Model 2011, InGaAs/PIN)接收其传输的透射信号, 在透射信号与波长的关系曲线上可反映出微形圆柱腔中形成的 WGMs 情况.

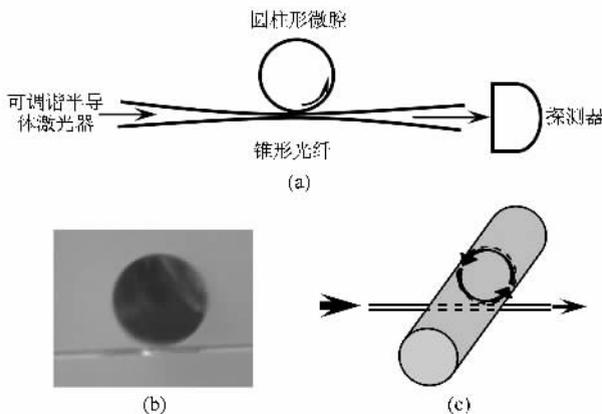


图 1 锥形通光光纤与圆柱形微腔耦合示意图 (a)侧面原理图;(b)侧面实物图;(c)俯视图

3. 实验结果及讨论

用半径 a 分别为 48.3 、 93.0 、 150.0 和 $199.0 \mu\text{m}$ 的圆柱形微腔, 在空气中 ($m_s = 1$) 与锥形通光光纤进行了耦合实验, 分别获得的透射光谱如图 2 所示. 在扫描波段内 ($1295\text{--}1320 \text{ nm}$), 石英光纤的折射率 $m_a = 1.44698$ 采用资料^[15]提供的数值. 其中, 图 2 (a)(b)(c) 分别是半径为 48.3 、 93.0 和 $150.0 \mu\text{m}$ 的圆柱形微腔耦合在 $1295\text{--}1315 \text{ nm}$ 范围内的透射

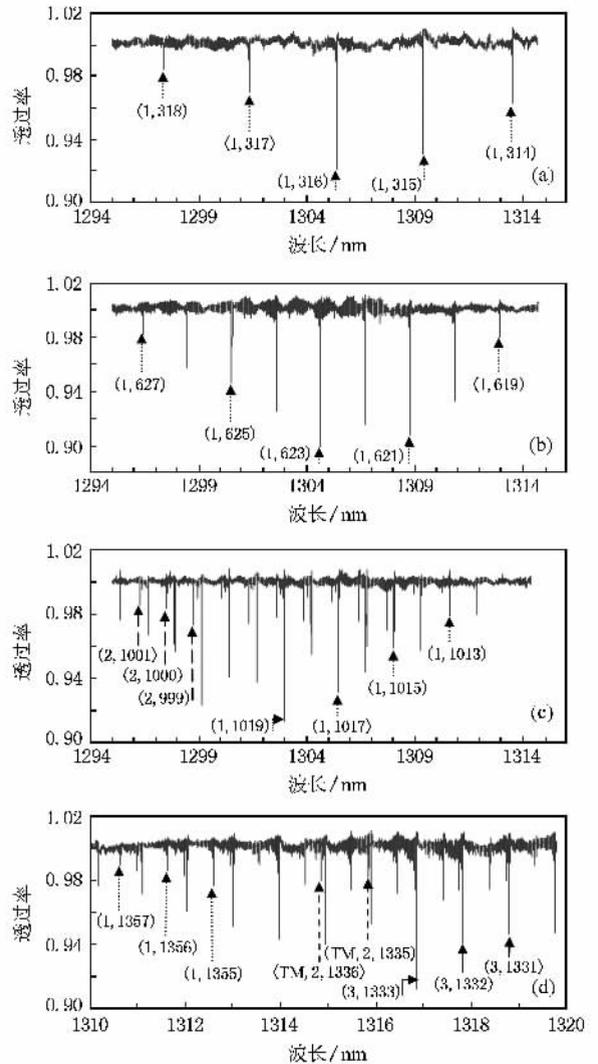


图 2 不同半径圆柱形微腔的透射光谱图及其 WGMs 模式标定 (a) $a = 48.3 \mu\text{m}$; (b) $a = 93.0 \mu\text{m}$; (c) $a = 150.0 \mu\text{m}$; (d) $a = 199.0 \mu\text{m}$

光谱, 图 2(d) 是半径为 $199.0 \mu\text{m}$ 的圆柱形微腔耦合在 $1310\text{--}1320 \text{ nm}$ 范围内的透射光谱. 由光谱图可看出, 在图 2(a) 和 (b) 中只出现了一组基本等间距的光谱线, 而在图 2(c) 和 (d) 中除了一组较强的基本等间距谱线外, 还出现了一组或多组基本等间距的弱谱线. 以最强的一组基本等间距谱线为例, 实验所得不同半径柱腔的共振峰平均间隔分别是 (a) $\Delta(1/\lambda)_1 = 23.5921 \text{ cm}^{-1}$, (b) $\Delta(1/\lambda)_2 = 12.1081 \text{ cm}^{-1}$, (c) $\Delta(1/\lambda)_3 = 7.4453 \text{ cm}^{-1}$, (d) $\Delta(1/\lambda)_4 = 5.5642 \text{ cm}^{-1}$. 从实验结果可知, 圆柱形微腔的 WGMs 模式表现出明显的周期性峰值结构, 且随着柱腔半径的增大, 其峰值间隔逐渐变小. 同时从图 2 还可以看出, 与微球腔耦合结果相比^[16], 柱腔的模

式结构相对简单,尤其是对小半径的圆柱形微腔,尽管共振峰模式的最大耦合效率在 10% 以内,但仍有清晰可辨的周期性共振峰出现.下面将对实验所得的透射光谱进行模式标定,确定各 WGMs 模式的准确位置,并进行相关的讨论.

3.1. WGMs 模式的精确标定

为了精确地标定圆柱形微腔中的 WGMs 模式,采用 Lam 等^[13]推导球形微腔中 WGMs 模式位置和间隔的多项式展开方法,我们已推导出适用于圆柱形微腔的类似结果^[14]. 设 m_a, m_s 分别表示柱形微腔的折射率和腔外介质的折射率($m_a = 1.44698, m_s = 1$), $\lambda_{l,n}$ 为 WGMs 的共振波长, a 为柱形微腔的半径, A_l 为 Airy 函数的根, $\lambda_{l,n}$ 可以表示为如下近似解析公式:

$$\frac{m_a}{\lambda_{l,n}} = \frac{1}{2\pi a} \left[n + 2^{-1/3} A_l n^{1/3} - \frac{P}{(m^2 - 1)^{1/2}} + \frac{3}{10} 2^{-2/3} A_l^2 n^{-2/3} - \frac{2^{-1/3} P (m^2 - 2P^2/3)}{(m^2 - 1)^{3/2}} A_l n^{-2/3} + O(n^{-1}) \right], \quad (1)$$

式中, $P = \begin{cases} m = m_a/m_s, \text{ TM 模式,} \\ 1/m = m_s/m_a, \text{ TE 模式.} \end{cases}$

(1) 式表明,圆柱形微腔的 WGMs 由三个独立参数 (P, l, n) 共同标定. 由 (1) 式可得相邻角模式 ($\Delta n = 1$) 的间隔(波数差)公式

$$\frac{1}{\lambda_{l,n+1}} - \frac{1}{\lambda_{l,n}} = \frac{1}{2\pi a m_a} \left\{ 1 + \frac{2^{-1/3}}{3} A_l n^{-2/3} - \frac{2^{-2/3}}{10} A_l^2 n^{-4/3} + \frac{2^{2/3}}{3} \frac{P (m^2 - 2P^2/3)}{(m^2 - 1)^{3/2}} A_l n^{-5/3} + O(n^{-2}) \right\} \quad (2)$$

本文根据 (1) (2) 式共同标定图 2 中所获得的消逝场耦合的柱形微腔中的各 WGMs 光谱模式.

以半径为 150.0 μm 的圆柱形微腔中的 WGMs 模式(如图 3(c) 所示)为例说明具体标定方法. 根据谱线强度和相邻谱线的间隔,可将图 3(c) 中的光谱分为两组,第一组为强线(图中用 \uparrow 标指出),相邻谱线的平均波数间隔为 7.4453 cm^{-1} ,第二组为弱线(图中用 \downarrow 指出),紧邻强线的左端,其相邻谱线的平均波数间隔为 7.4886 cm^{-1} . 定义实验光谱峰值波数 ($1/\lambda_{\text{exp}}^i$) 和按 (1) 式计算的波数 ($1/\lambda_{l,n}^i$) 值之间的平均偏差值满足

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{\lambda_{\text{exp}}^i} - \frac{1}{\lambda_{l,n}^i} \right)^2}{N}}, \quad (3)$$

式中 N 表示拟合实验光谱的数量. 对第一组强谱线,将实验光谱的平均波数间隔 7.4453 cm^{-1} 带入 (2) 式左边 (2) 式右边取第一项近似计算出 $2\pi a m_a = 0.1343 \text{ cm}$, 第一项近似值与 l, n 无关. 取 (1) 式的第一项近似有 $n = \pi a (\lambda/m_a)$, 估算出近似的 n 值, 将此 n 值代入 (2) 式右边取前三项近似计算出随 l, n 变化的 $1/(2\pi a m_a)$ 理论修正值, 再将此修正值代入 (1) 式. 为了确定各 WGMs 模式的参数 P , 分别计算 TE 和 TM 模式两种情况下的 σ_l 值, 调整 n 值, 使同阶 l 的平均偏差值 σ_l 最小. 根据不同偏振模式和不同阶 l 的最小平均偏差值 σ_l , 取其最小者, 即可确定实验光谱峰值的 P (TE 或 TM), l 及相应的 n 值.

例如,对于图 2(c) 的强谱线组中的最强谱线 $\lambda_{\text{exp}}^i = 1302.95 \text{ nm}$, 理论初步估算值 $n = 1046, \delta_{1,1046} = |1/\lambda_{\text{exp}}^i - 1/\lambda_{1,1046}^i| = 1.8101 \text{ cm}^{-1}$, 再将同一 ($l = 1$) 值下各实验光谱峰值对应的 n 值带入 (2) 式右边 (取前 3 项), 求出各个 $(2\pi a m_a)_{l,n}$ 值后返回 (1) 式, 并假设其 P 参数为 TE 模式, 调整 n 值, 计算出不同径向模式数 l 对应的最小平均偏差值 $\sigma_{l=1} = 0.1211 \text{ cm}^{-1}, \sigma_{l=2} = 2.6765 \text{ cm}^{-1}, \sigma_{l=3} = 0.3571 \text{ cm}^{-1}$. 若假设其 P 参数为 TM 模式, 同理得出不同径向模式数 l 对应的最小平均偏差值 $\sigma_{l=1} = 2.1019 \text{ cm}^{-1}, \sigma_{l=2} = 2.6180 \text{ cm}^{-1}, \sigma_{l=3} = 2.5156 \text{ cm}^{-1}$. 由以上最小偏差值对应的一系列 n 值标定实验光谱的偏振模式、径向模式数和角模式数. 图 3 给出半径为 $a = 150.0 \mu\text{m}$ 强线组 $l = 1, 2, 3$, 偏振模式为 TE (图 3(a)), TM (图 3(b)) 时各条谱线的实验波长和理论公式拟合波长的偏差值. 显然, TE 模式 $l = 1$ 的偏差值最小, 第一组强谱线属于一阶 ($l = 1$) TE 模式. 对最强谱线 $\lambda_{\text{exp}}^i = 1302.95 \text{ nm}, n = 1019$ 时, $\delta_{1,1019} = 0.0223 \text{ cm}^{-1}$, 如果取 $n = 1019 \pm 1$, 则 $\delta_{1,1020} = 7.4532 \text{ cm}^{-1}, \delta_{1,1018} = 7.4978 \text{ cm}^{-1}$, 偏差很大. 因此, 该条谱线归属于 TE 模, $l = 1, n = 1019$, 模式标定为 (TE, 1, 1019).

对于第二组弱谱线, 用上述的标定方法, 可得到图 3(c) 所示的 $l = 1, 2, 3$, 偏振模式为 TE 时各条弱线的实验波长和理论拟合波长的偏差值. 显然, 第二组谱线属于二阶 ($l = 2$) TE 模式. 两组谱线的共同标定结果见图 3(c).

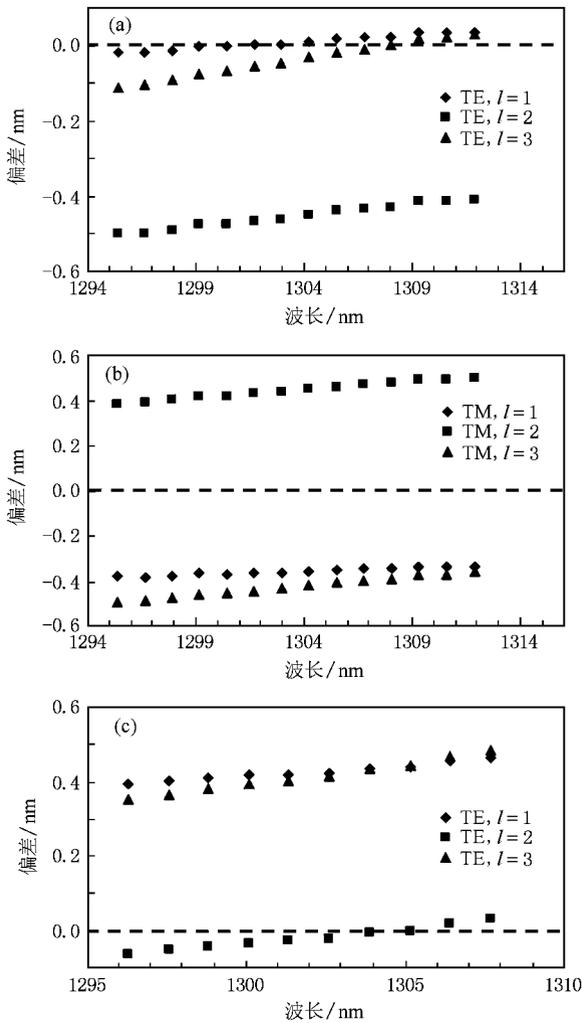


图3 $a = 150.0 \mu\text{m}$ 径向模式数 $l = 1, 2, 3$ 时实验波长与理论拟合波长的偏差 (a) 强线, TE 模式 (b) 强线, TM 模式 (c) 弱线, TE 模式

图2(a)–(d)是柱形微腔半径分别为 $48.3, 93.0, 150.0$ 和 $199.0 \mu\text{m}$ 的 WGMs 实验光谱及其模式标定. 所得到的各组 WGMs 共振模式经标定, 除图2(d)中出现 TM 模式(已标出)外, 其余皆为 TE 模(标出省略), 图中未标出的模式可根据模式间隔相等的特性类推而得. 其中图2(a) $a = 48.3 \mu\text{m}$ 柱腔的光谱共振峰模式为 TE 模, $l = 1, n = 318\text{—}314$; 图2(b) $a = 93.0 \mu\text{m}$ 柱腔的光谱共振峰模式为 TE 模, $l = 1, n = 627\text{—}619$; 图2(c) $a = 150.0 \mu\text{m}$ 的强线组光谱模式为 TE 模, $l = 1, n = 1025\text{—}1012$; 弱线组光谱模式为 TE 模, $l = 2, n = 1001\text{—}992$; 图2(d) $a = 199.0 \mu\text{m}$ 的最强线组光谱模式为 TE 模, $l = 3, n = 1340\text{—}1330$; 中等强度组(最强线之间)光谱模式为 TE 模, $l = 1, n = 1335\text{—}1348$; 弱线组(最强线

左邻侧)光谱模式为 TM 模, $l = 2, n = 1341\text{—}1332$.

3.2. 模式间隔

对同一径向模式(l)相邻角模式(n)之间的波数间隔通常由(2)式取一级近似计算^[17], 即 $1/\lambda_{l, n+1} - 1/\lambda_{l, n} = 1/(2\pi a m_a)$. 对不同半径的柱腔, 由上式计算出的模式间隔如表1中 $r = a$ 列所示(表1中 $\Delta\%$ 表示各种方法所得模式间隔与实验测量值的相对偏差), 此结果与实验所得的测量值之间存在较大的差距. 因为在此近似下, WGMs 模式的光子沿柱腔内表面 $r = a$ 绕行, 光子绕行一周所经历的距离 $2\pi a$ 是波长 λ/m_a 的整数倍, $2\pi a = n(\lambda/m_a)$. 存在差距的原因在于光能不是沿着柱腔半径边缘 $r = a$ 处传播. 为了解一个特定的 WGMs 内光子的传播性质, 需要计算 WGMs 的光场强度分布. 对于圆柱形微腔, 腔内外横电波(TE)WGMs 模式的磁场($H_{l, n}(r)$)和电场($E_{l, n}(r)$)分布满足^[18]

$$H_{l, n}(r) = A_1 J_n(k_n^l m_a r) e_z, \quad (0 \leq r \leq a) \quad (4a)$$

$$H_{l, n}(r) = A_2 H_n^{(1)}(k_n^l m_s r) e_z, \quad (r \geq a) \quad (4b)$$

$$E_{l, n}(r) = -\frac{1}{i\omega\epsilon} \nabla \times H_{l, n}(r), \quad (4c)$$

式中 k_n^l 为径向模式数和角动量模式数分别是 l 和 n 的真空中波矢数值(l 和 n 均为正整数); J_n 和 $H_n^{(1)}$ 分别是第一类和第三类 Bessel 函数(Hankel 函数); A_1 和 A_2 为常数; ϵ 为介质的介电系数; ω 为电磁场的圆频率.

根据(4)式, 本文计算了(P, l, n)分别为(TE, 1, 315)(TE, 1, 625)和(TE, 1, 1019)模式的光电场强度随半径的分布曲线, 它们分别对应柱腔半径(及共振波长)为 $48.3 \mu\text{m}$ ($\lambda = 1309.06 \text{ nm}$), $93.0 \mu\text{m}$ ($\lambda = 1300.39 \text{ nm}$)和 $150.0 \mu\text{m}$ ($\lambda = 1302.95 \text{ nm}$)的 WGMs 的光电场强度分布, 计算结果如图4(a)所示; 图4(b)是半径(及共振波长)为 $150.0 \mu\text{m}$ ($\lambda = 1302.95 \text{ nm}$)(TE, 1, 1019)(TE, 2, 1019)和(TE, 3, 1019)的计算结果. 由 WGMs 的光电场强度与半径的关系曲线可以看出, 光强的峰值位置并不在柱腔半径边缘处, 而是位于腔内($< a$), 且光强的峰值随着柱腔半径的增大而向半径边缘靠近, 随着径向模式数 l 的增加, 最大光强峰值向腔中心移动.

由 WGMs 的场分布曲线, 可以引入了“模场半径”的统计概念, 在柱坐标下其定义为

表 1 不同理论方法计算的模式间隔与实验间隔值的比较

半径/ μm	实验间隔/ cm^{-1}	$r = a$		$r = R_{l,m}$		$r = R_{l,m}(\text{th})$	
		间隔/ cm^{-1}	$\Delta/\%$	间隔/ cm^{-1}	$\Delta/\%$	间隔/ cm^{-1}	$\Delta/\%$
48.3	23.5921	22.7840	96.57	23.3101	98.80	23.0745	97.80
93.0	12.1081	11.8330	97.72	12.0060	99.15	11.9913	99.03
150.0	7.4453	7.3364	98.53	7.4285	99.77	7.3774	99.08
199.0	5.5642	5.5299	99.38	5.6687	101.87	5.5934	100.52

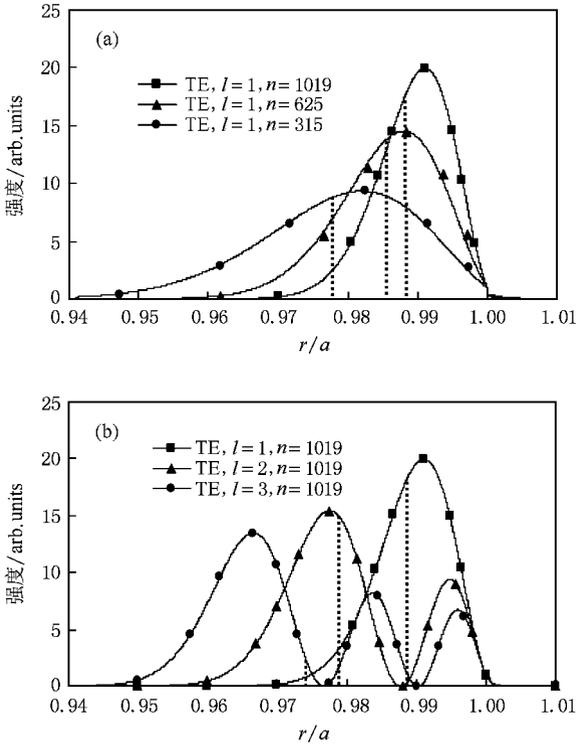


图 4 径向光场强度分布 (a) 半径、角模式数、共振波长分别为 $a = 48.3 \mu\text{m}$, $n = 315$, $\lambda = 1309.06 \text{ nm}$, $a = 93.0 \mu\text{m}$, $n = 625$, $\lambda = 1300.39 \text{ nm}$, $a = 150.0 \mu\text{m}$, $n = 1019$, $\lambda = 1302.95 \text{ nm}$, $l = 1$ 的 WGMs 径向光场强度分布; (b) $a = 150.0 \mu\text{m}$, $n = 1019$, $\lambda = 1302.95 \text{ nm}$, 径向模式分别为 $l = 1, 2, 3$ 的 WGMs 径向光场强度分布

$$R_{l,m} = \frac{\int_0^a E_{l,m}(r) E_{l,m}^*(r) r^2 dr}{\int_0^a E_{l,m}(r) E_{l,m}^*(r) r^2 dr}, \quad (5)$$

式中 $R_{l,m}$ 表示一个由 (P, l, n) 标定的 WGMs 的统计平均半径, 此 WGMs 内的光子沿 $R_{l,m}$, 而不是柱腔内表面 $r = a$ 绕行. 按 (5) 式计算的各 WGMs 的“模场半径” $R_{l,m}$ 分别为 $47.21 \mu\text{m}$ (TE, $l=1, n=315$), $91.66 \mu\text{m}$ (TE, $l=1, n=625$), $148.14 \mu\text{m}$ (TE, $l=1, n=1019$) 和 $194.13 \mu\text{m}$

(TE 3, 1340). 各个模式的“模场半径”位置如图 4 中点线所示.

由各“模场半径” $R_{l,m}$ 代替几何半径 a 计算了相应的模式间隔, 其结果如表 1 中 $r = R_{l,m}$ 列所示. 结果表明, 对一阶径向模式, 由“模场半径”计算出的模式间隔与实验测量值更加符合. 根据“模场半径”的概念, 令 $1/\lambda_{l,m+1} - 1/\lambda_{l,m} = 1/(2\pi m_a R_{l,m})$, 联立 (2) 式可得以下模场半径的解析计算公式:

$$R_{l,m}(\text{th}) = a \left[1 - \left(\frac{2^{-1/3}}{3} a_l n^{-2/3} - \frac{2^{-2/3}}{10} a_l^2 n^{-4/3} + \frac{2^{2/3}}{3} \frac{P(m^2 - 2P^2/3)}{(m^2 - 1)^{3/2}} a_l n^{-5/3} \right) \right]. \quad (6)$$

由 (6) 式决定的“模场半径”计算出的模式间隔如表 1 中 $r = R_{l,m}(\text{th})$ 列所示, 解析公式的计算值和场分布的统计计算值符合很好.

由以上分析可以看出: 1) 对一阶径向模式, 用“模场半径”的概念可以较准确地计算出模式间隔; 而在高阶情况下, 由于光场能量分布出现多个峰值, 因而“模场半径”有一定偏差. 2) 随着柱腔半径的增大, 光场能量分布峰值向腔半径边缘靠近, 因而模场半径越接近几何半径, 因此可近似认为光沿柱腔表面传播, 而对于半径较小的柱腔, 利用“模场半径”的概念可以更准确地计算出其模式间隔.

3.3. 色散关系

在上述模式标定过程中, 在扫描波段 1295—1320 nm 内, 本文取石英光纤的折射率 $m_a = 1.44698$, 而未考虑光纤的色散问题. 但是, 从各组谱线实验波长与理论拟合波长的偏差变化情况来看, 都存在着一个如图 3 所示的共同的特点, 即实验与理论波长偏差值随着波长的增加而上升. 类似现象在微型环腔模式标定的文献 [17] 中也有报道, 作者将其归结为微型环腔在实验扫描波段内的色散所造成的. 利用透射光谱中的共振波长和理论标定波长间的差值, 对上述标定进行色散修正. 由 (1) 式取

一级近似后可得

$$\frac{\Delta m_{a,\lambda}}{m_a} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}, \quad (7)$$

式中 $\Delta \lambda$ 是实验波长与理论波长之差, $\Delta m_{a,\lambda}$ 是考虑光纤色散前后的折射率差. 对 $a = 150.0 \mu\text{m}$, $l = 1$ 谱线的实验数据通过(7)式进行折射率修正,得到的石英光纤的色散关系曲线如图5所示. 从图中可以看出,在进行实验的 15 nm 范围内,得到了精度很高的色散关系,折射率精确到了 10^{-5} . 这是由于采用了具有高 Q 值的微腔耦合系统,使其对柱腔介质的折射率具有很高的探测灵敏度.

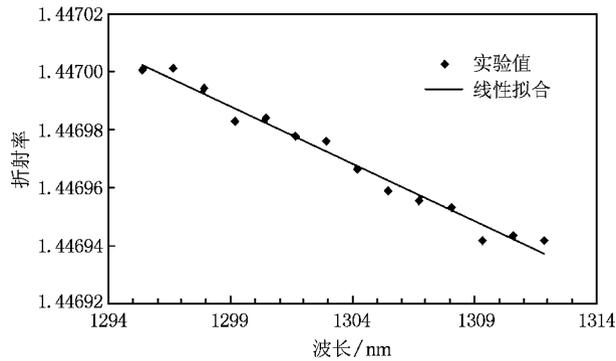


图5 由半径为 $150.0 \mu\text{m}$ 径向模式数 $l = 1$ 的实验数据所得出的石英光纤的色散关系曲线

以上述色散关系为基准,对色散曲线进行拟合,并用拟合公式对所有标定的实验波长和理论拟合波长的偏差值进行色散修正,修正结果如图6所示. 由图6可见,对于半径为 $150.0 \mu\text{m}$ 的柱腔情况,消除色散后,其实验波长与理论拟合波长的偏差减小到 10^{-6} nm ;而对半径为 $93.0 \mu\text{m}$, $199.0 \mu\text{m}$ 的柱腔,其偏差也基本得到修正,实验波长与理论拟合波长的偏差小于 0.02 nm . 存在微小差异是因为在色散曲线拟合时存在一定的误差所造成的. 然而,对半径为 $48.3 \mu\text{m}$ 的柱腔,经色散修正后实验波长与理论拟合波长的偏差接近 0.05 nm . 这说明由 $150.0 \mu\text{m}$ 圆柱形微腔获得的实验色散曲线,适用于半径较大的圆柱形微腔. 随微腔半径的减小,由(1)式取一级近似得到的(7)式偏离了正确的色散关系,造成实验色散曲线和真实色散关系的误差.

4. 结 论

利用石英圆柱形微腔与锥形光纤耦合系统,通过消逝场耦合的方式,在实验上观察到了不同半径

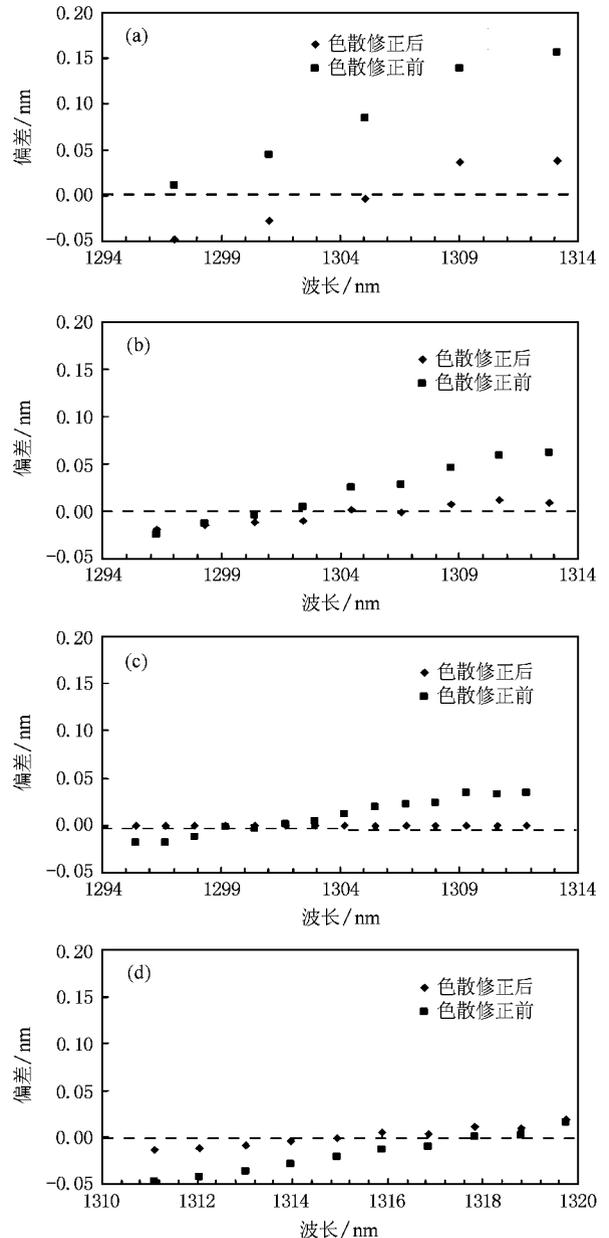


图6 色散修正后的实验波长与理论拟合波长的偏差 (a) $a = 48.3 \mu\text{m}$; (b) $a = 93.0 \mu\text{m}$; (c) $a = 150.0 \mu\text{m}$; (d) $a = 199.0 \mu\text{m}$

柱形腔中清晰的 WGMs 结构,耦合效率达到 10% . 根据圆柱形微腔中位置和模式间隔的解析近似公式,对所得各组 WGMs 光谱做出模式的精确标定,共振波长的实验值和标定值间的误差小于 0.05 nm . 由 WGMs 的场分布引入了“模场半径”的统计概念,说明 WGMs 的光子等效在“模场半径”的圆上绕行,且利用模场半径可以更准确地计算出其模式间隔. 同时还得到了实验光谱范围内石英光纤的色散关系,折射率精度达 10^{-5} .

- [1] Gorodetsky M L , Savchenkov A A , Ilchenko V S 1996 *Opt. Lett.* **21** 453
- [2] Spillane S M , Kippengerg T J , Painter O J , Vahala K J 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 043902
- [3] Spillane S M , Kippenberg T J , Vahala K J 2002 *Nature* **415** 621
- [4] Knight J C , Cheung G , Jacques F , Briks T A 1997 *Opt. Lett.* **22** 1129
- [5] Pu X Y , Yang Z , Jiang N , Chen Y K , Dai H 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2443 (in Chinese) [普小云、杨 正、江 楠、陈永康、戴 宏 2003 物理学报 **52** 2443]
- [6] Pu X Y , Yang R , Wang Y L , Chen T J , Jiang N 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2509 (in Chinese) [普小云、杨 睿、王亚丽、陈天江、江 楠 2004 物理学报 **53** 2509]
- [7] Vollmer F , Braun D , Libchaber A , Khoshsima M , Teraoka I , Arnold S 2002 *Appl. Phys. Lett.* **80** 4057
- [8] Arnold S , Khoshsima M , Teraoka I , Holler S , Vollmer F 2003 *Opt. Lett.* **28** 272
- [9] Hanumegowda N M , Stica C J , Patel B C , Ian White , Fan X D 2005 *Appl. Phys. Lett.* **87** 201107
- [10] Cai M , Painter O , Vahala K J 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 74
- [11] Kippenberg T J , Spillane S M , Bumli Min , Vahala K J 2004 *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* **10** 1219
- [12] Chang R , Campillo A 1996 *Optical Processes in Microcavities* (Singapore : World Scientific) p105
- [13] Lam C C , Leung P T , Young K 1992 *J. Opt. Soc. Am. B* **9** 1585
- [14] Jiang L Q , Wang D L , Pu X Y 2007 *Chinese Journal of Light Scattering* **19** 230 (in Chinese) [姜利群、王东林、普小云 2007 光散射学报 **19** 230]
- [15] <http://baike.baidu.com/view/239362.htm>
- [16] Zhang L , Lin G P , Cai Z P , Xu H Y , Huang J P , Sun M H 2007 *Acta Opt. Sin.* **27** 94 (in Chinese) [张 磊、林国平、蔡志平、许惠英、黄剑平、孙明皓 2007 光学学报 **27** 94]
- [17] Polson R C , Levina G , Vardeny Z V 2000 *Appl. Phys. Lett.* **76** 3858
- [18] Bohren C F , Huffman D R 1998 *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (New York : Wiley)

Whispering-gallery modes based on evanescent field in cylindrical micro-cavity^{*}

Yang Rui Yu Wen-Hua Bao Yang Zhang Yuan-Xian Pu Xiao-Yun[†]

(School of Physical Science and Technology , Yunnan University , Kunming 650091 , China)

(Received 1 February 2008 ; revised manuscript received 6 March 2008)

Abstract

We present the observation of whispering-gallery modes (WGMs) in cylindrical micro-cavity coupled to a fiber taper based on evanescent field with a coupling efficiency of about 10% . All the WGMs spectra of cylindrical micro-cavities with four different diameters are precisely indexed by an explicit asymptotic formula with the positions and separation as parameters . By introducing the parameter “ mode field radius ” of WGMs , the mode separations calculated by mode field radius agree well with the experimental results . And by determining the difference between experimental resonant wavelengths and the theoretically assigned ones , the dispersive curve of quartz fiber is corrected over the spectrum range of 1295—1320 nm and the precision of refractive index determination is as high as 10^{-5} .

Keywords : cylindrical micro-cavity , whispering gallery modes , assignment of modes , mode field radius

PACC : 4281 , 4281P , 4283

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10564005) and the Natural Science Foundation of Yunnan Province , China (Grant No. 2006A0001M) .

[†] Corresponding author. E-mail : xypu@163.com