

均匀等离子体光栅的色散特性研究*

於陆勒¹⁾ 盛政明^{1)†} 张 杰^{1)‡}

1) 中国科学院物理研究所光物理重点实验室, 北京 100190)

2) 上海交通大学物理系, 上海 200240)

(2008 年 2 月 25 日收到, 2008 年 3 月 23 日收到修改稿)

最近研究表明, 两束交叉激光脉冲在等离子体中传播时, 可以诱导生成周期等离子体密度调制(或称等离子体布拉格光栅). 分别利用传输矩阵法和耦合模理论, 推导了激光斜入射时等离子体光栅的色散关系. 两种方法均表明, 均匀等离子体光栅存在着光子带隙结构, 并且在带隙附近有强烈的色散. 当激光斜入射时, 带隙结构会呈现不同的偏振特性: S 偏振光的带隙宽度随着入射角的增大而逐渐变宽, 而 P 偏振光的带隙宽度随着入射角的增大先迅速变窄, 在布儒斯特角入射时带隙消失, 然后又随着入射角的增大而迅速变宽. 超宽的光子带隙和超高的激光损伤阈值, 使得等离子体光栅有望成为一种新型的操纵强激光脉冲的光子器件.

关键词: 等离子体光栅, 传输矩阵法, 耦合模理论, 光子带隙

PACC: 5240D, 4225B, 4225F

1. 引 言

随着超短强激光技术发展, 激光等离子体物理的研究和应用得到极大的拓展. 譬如相对论非线性光学(强场物理)基于相对论强激光与等离子体作用的新型粒子加速和辐射源是目前非线性光学的重要研究前沿之一. 最近所谓的等离子体光子学(plasma photonics)引起了人们的关注. 等离子体光子学就是以等离子体为光学介质, 对激光(特别是超短超强激光脉冲)进行操纵. 例如等离子体镜^[1,2]已经在一些高功率激光实验中获得应用. 2003 年 Sheng 等人^[3]理论研究发现, 通过两束强度为 10^{14} — 10^{15} W/cm² 的激光脉冲在等离子体中交叉作用, 可以诱导生成一个周期性准中性的等离子体密度调制, 称为等离子体布拉格光栅. 两束抽运激光的干涉场对等离子体中的电子产生一个周期性分布的有质动力. 有质动力先推动质量较轻的电子, 运动的电子进而通过库仑静电力拉动离子, 最后形成一个总体呈电中性的, 持续时间在皮秒量级的等离子体密度光栅. 除了用两束激光, 最近有报道用空间光调制器作用于气体, 通过光电离过程也可以产生等

离子体密度调制^[4]. 与一般的光栅相比, 等离子体光栅有着诸多的优越性, 譬如极高的激光破坏阈值. Wu 等人^[5]研究发现等离子体光栅与光纤布拉格光栅类似, 也存在一个光子带隙, 在带隙附近有强烈的光栅色散出现, 而且等离子体光栅的带隙宽度比一般的光纤光栅宽三个数量级. 此外, 对于飞秒激光, 等离子体光栅的损伤阈值(有质动力损伤阈值)是普通衍射光栅的三个数量级, 因此有望用来操纵高能量、高强度飞秒脉冲.

到目前为止, 所有的讨论都局限于激光正入射到等离子体光栅时的情况. 在实际应用中, 激光斜入射时等离子体光栅的光子带隙的特性具有更普遍的意义. 本论文围绕着等离子体光栅的色散特性, 采用了传输矩阵法^[6]和耦合模理论^[7]分别研究了等离子体光栅的光子带隙与激光入射角、激光偏振态的关系, 得到了相互自洽的结论. 研究发现, 随着入射角的增大, 等离子体光栅的光子带隙会呈现不同的偏振响应. S 偏振光的带隙宽度随着入射角的增大而逐渐变宽, 而 P 偏振光的带隙宽度随着入射角的增大先迅速变窄, 然后在某一特定角度时, 带隙消失, 然后又随着入射角的增大而迅速变宽.

* 国家自然科学基金(批准号: 10674175, 10734130, 60621063), 国家高技术研究发展计划(863)惯性约束聚变领域, 国家重点基础研究发展计划(973)项目(批准号: 2007CB815105)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: zmseng@aphy.iphy.ac.cn

2. 传输矩阵法

假设均匀等离子体光栅的密度为矩形函数,我们可以将其简单地表示成图 1^[8]. 光栅周期为 Λ . 等离子体的折射率 $N_l = \sqrt{1 - n_l/n_c}$, $l = 0, 1, 2$. 其中 n_0 为等离子体初始无扰动密度, n_c 为等离子体的临界密度, 后者与入射激光频率 ω 的关系是 $n_c = m\omega^2/4\pi e^2$, n_1 和 n_2 分别是密度调制的上下限. a 和 b 分别为介质 N_1 和 N_2 的实际厚度, 并且 $\Lambda = a + b$. 假设光以 θ 角从真空斜入射到等离子体光栅中.

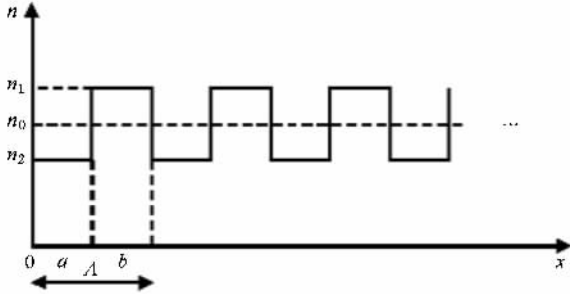


图 1 周期为 Λ 的均匀等离子体光栅模型

光在周期性介质中的传播行为与电子在半导体中的传播行为十分类似. 因此, 固体物理中的一些概念都可以在此应用, 如布洛赫波、布里渊区、带隙等. 所不同的是, 电子在半导体中的行为用薛定谔方程来描述, 而光波因其矢量性质, 在周期性结构中的行为用麦克斯韦方程来描述. 根据麦克斯韦方程得到的边值关系以及布洛赫波的周期性条件, 我们可以得到等离子体光栅中布洛赫波数^[6]的表达式为

$$K(\omega) = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\frac{1}{2}(A + D) \right], \quad (1)$$

其中 S 偏振光和 P 偏振光的 A 和 D 有如下的表达式:

$$A_S = \exp(i k_{1x} a) \left[\cos k_{2x} b + \frac{1}{2} i \left(\frac{k_{2x}}{k_{1x}} + \frac{k_{1x}}{k_{2x}} \right) \sin k_{2x} b \right],$$

$$D_S = \exp(-i k_{1x} a) \left[\cos k_{2x} b - \frac{1}{2} i \left(\frac{k_{2x}}{k_{1x}} + \frac{k_{1x}}{k_{2x}} \right) \sin k_{2x} b \right],$$

$$A_P = \exp(i k_{1x} a) \left[\cos k_{2x} b \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} i \left(\frac{N_2^2 k_{1x}}{N_1^2 k_{2x}} + \frac{N_1^2 k_{2x}}{N_2^2 k_{1x}} \right) \sin k_{2x} b \right],$$

$$D_P = \exp(-i k_{1x} a) \left[\cos k_{2x} b - \frac{1}{2} i \left(\frac{N_2^2 k_{1x}}{N_1^2 k_{2x}} + \frac{N_1^2 k_{2x}}{N_2^2 k_{1x}} \right) \sin k_{2x} b \right],$$

其中 $k_{1x} = (N_1 \omega \cos \theta_1) / c$, $k_{2x} = (N_2 \omega \cos \theta_2) / c$. (1) 式表明等离子体光栅存在着光子带隙结构. 当 $|(A + D)/2| < 1$ 时, K 是实数, 对应着传输的布洛赫波. 当 $|(A + D)/2| > 1$ 时, $K = m\pi/\Lambda + iK_i$ 是一个虚数, 布洛赫波为倏逝波, 对应的频率就是等离子体光栅的光子带隙. 当 $|(A + D)/2| = 1$ 时, 对应着带隙边缘. 下面我们举例给出方程 (1) 对应的解.

设图 1 中各参数如下: $n_0 = 0.3n_c$, $n_1 = 0.8n_0$, $n_2 = 1.2n_0$, $a = b = \Lambda/2$, 代入 (1) 式得到光以不同角度入射时均匀等离子体光栅的色散曲线及光子带隙图, 如图 2 所示. 其中虚线和实线分别代表 S 偏振光和 P 偏振光入射时的情况. 横坐标为入射光频率 Ω 与布拉格频率 $\omega_B = \pi c/\Lambda$ 的比值, 纵坐标为布洛赫波数 K 与等离子体光栅周期 Λ 的乘积. 从图 2 可以发现等离子体光栅确实存在光子带隙结构, 在带隙中布洛赫波数 K 被截止, 波无法传播. 并且这一带隙结构还存在如下特点: S 偏振光和 P 偏振光的光子带隙的中心频率始终是重合的, 并且随着入射角的增大, 中心频率向高频方向移动 (例如 $\theta = 0^\circ$ 时, 归一化中心频率为 1, 在 $\theta = 40^\circ$ 时, 归一化中心频率已经移到了 1.58 左右); 在光垂直入射 ($\theta = 0^\circ$) 时 S 偏振光和 P 偏振光的光子带隙是一致的, 并且入射角很小 (例如 $\theta = 10^\circ$) 时, 两者的差别不大, S 偏振光的带隙宽度随着入射角的增大而逐渐变宽, 而 P 偏振光的带隙宽度随着入射角的增大先迅速变窄, 然后在某一特定角度 ($\theta = 36^\circ$) 时, 带隙消失, 然后又随着入射角的增大而迅速变宽; 当 $\theta = 60^\circ$ 时 S 偏振光和 P 偏振光被等离子体光栅全部反射.

下面解释激光斜入射时等离子体光栅的光子带隙呈现上述特性的物理原因. 当光照射到平行平面分层介质时, 光束在分层介质的上下表面多次反射, 产生一组反射光束和一组透射光束. 当介质的表面反射系数不高时, 我们只考虑前两束光的作用, 忽略反射两次以上的光束, 将多光束干涉当作双光束来处理. 如图 3 所示, 如果先不考虑光在上下界面反射时的相位跃变, 则当反射光 r_1 和反射光 r_2 的光程差为 $2N_2 a \cos \theta_2 = m\lambda$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 时, r_1

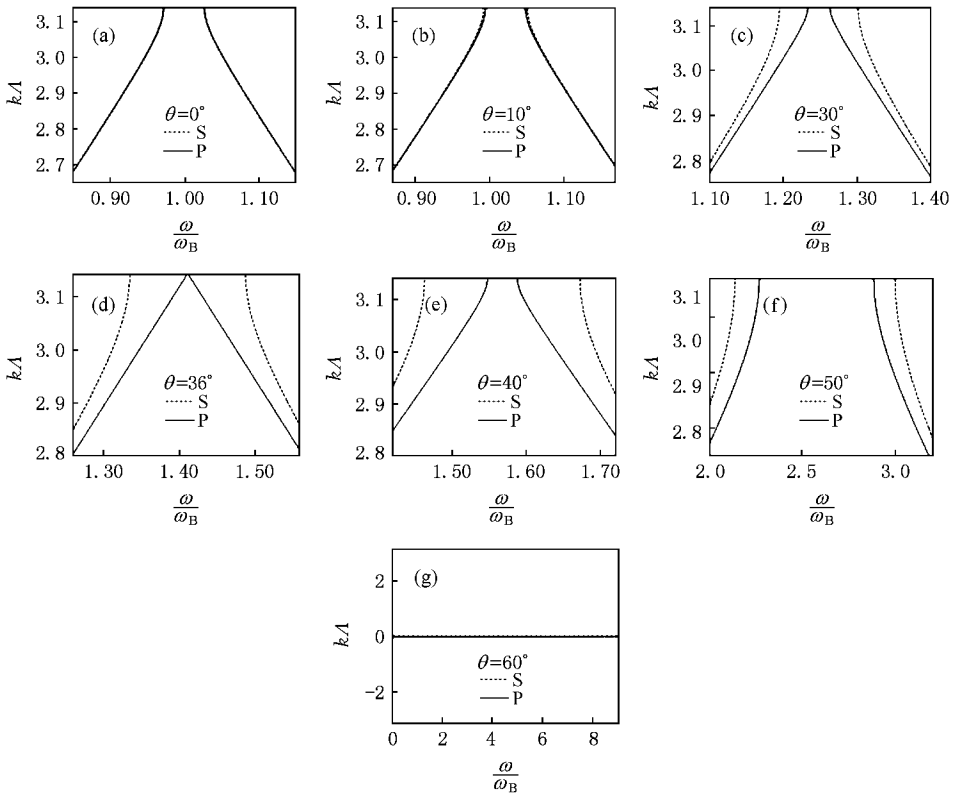


图 2 光以不同角度入射时,传输矩阵法得到的均匀等离子体光栅的色散曲线及光子带隙

和 r_2 将产生相长干涉,而此时的透射光将产生相消干涉,透射率达到极小.因此对于图 1 所示的等离子体光栅,存在着这样一个中心波长 λ_0 满足

$$N_1 \Delta \cos \theta_l = m \lambda_0 \quad (l = 1, 2; m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (2)$$

根据(2)式,随着 θ_l 的增大,光栅的有效光学厚度 $N_1 \Delta \cos \theta_l$ 减小,为保证等式成立,光栅中心波长 λ_0 必须向短波方向移动,即光子带隙的中心频率会向高频移动.并且带隙的中心频率始终由 λ_0 决定,因此 P 偏振和 S 偏振的带隙中心始终是重合的.

当光垂直入射时, S 偏振光和 P 偏振光满足的麦克斯韦边值关系是完全相同的.在光栅中传播时,两者具有相同的传输矩阵,因此两者的光子带隙是重合的,并且在小角度范围内差别不大.

根据图 3 可推得单层界面的振幅反射系数为

$$r_s = \frac{N_1 \cos \theta_1 - N_2 \cos \theta_2}{N_1 \cos \theta_1 + N_2 \cos \theta_2},$$

$$r_p = \frac{N_1 \cos \theta_1 - N_2 \cos \theta_1}{N_1 \cos \theta_2 + N_2 \cos \theta_1},$$

能量透射率 $T_s = 1 - |r_s|^2$, $T_p = 1 - |r_p|^2$, 这样就得到了透射率与入射角的关系.由于图 1 所示的等离

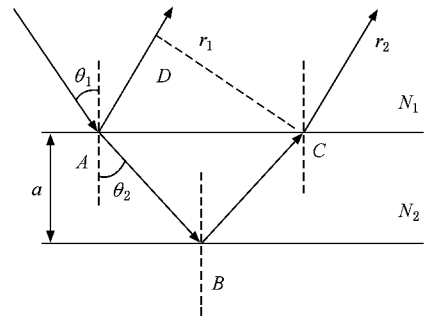


图 3 单层界面的干涉

子体光栅的折射率 N_1 和 N_2 相差很小,因此 S 偏振光和 P 偏振光的透射率曲线十分接近.我们将透射率 $0.98 \leq T \leq 1$ 的区域放大得到图 4.从图 4 中可以发现, S 偏振光的透射率随着入射角的增大单调缓慢减小,而 P 偏振光的透射率随着入射角的增大先增大到 1,然后又迅速单调减小.当 $\theta_1 = \tan^{-1}(N_2/N_1)$ 时, P 偏振光完全透射,没有反射光,透射率达到极值 1,此时的入射角 θ_1 就是布儒斯特角 θ_B .等离体光栅是多层周期性介质,在每个单层分界面上都有这样的现象发生.因此 S 偏振光入

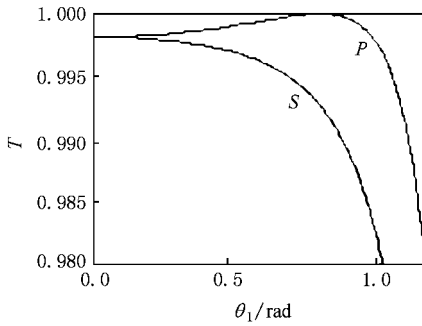


图 4 单层介面的透射率曲线

射时, 等离子体光栅的光子带隙宽度会随着角度的增加逐渐变宽, 而在 P 偏振光入射时, 带隙宽度随着入射角的增大先迅速变窄, 在布儒斯特角入射时, 带隙消失, 然后又随着入射角的增大而迅速变宽.

最后需要指出的是, 传输矩阵法采用的密度模型是矩形函数, 密度是阶梯分布的. 在这种情况下由于等离子体的密度比空气的密度小, 因此当光从空气中入射时会发生全反射现象.

3. 耦合模理论

当光波通过一段折射率发生周期性微扰的介质时, 在其中传播的正向和反向的光波将发生耦合, 这就是所谓的耦合模理论. 耦合模理论是研究光栅的光子带隙结构和光在光栅中传播的一种很方便的理论方式^[6]. 与传输矩阵法相比, 它可以处理更一般性折射率调制下的光栅色散特性. 下面我们用它来推导等离子体光栅的线性色散特性. 如果考虑高阶非线性, 耦合模理论还可以用来研究等离子体光栅的非线性特性.

为了能够处理斜入射激光作用的情形, 我们将实验室坐标系做洛伦兹变换, 变换到一个沿着 y 方向运动的坐标系, 运动速度为 $c \sin \theta$, c 是真空光速, 如图 5 所示^[9]. 实验室(L)坐标系中光波 $\omega^L = \omega_0$, $k^L = (k_0 \cos \theta, k_0 \sin \theta, 0)$. 在移动(M)坐标系中为 $\omega^M = \omega_0 \cos \theta$, $k^M = (k_0 \cos \theta, 0, 0)$. 在移动坐标系中整个系统仅依赖于 x , 是一个一维问题. 移动坐标系中所有的光波都沿 x 的正反方向传播, 相应地决定了实验室坐标系中的光波只能沿激光传播方向和反射方向传播. 在移动坐标系中, 等离子体(包括电子和离子)都是以 $c \sin \theta$ 的速度沿 y 的反方向流动. 为了简便起见, 下面在移动坐标系各物理量的脚标 M 省

略不写. 首先我们对一些物理量进行归一化: $a = eA/mc$, $\varphi = e\Phi/mc^2$, $n = n_e/n_{0M}$, $\beta_x = v_x/c$, 这里 a 和 φ 分别为归一化的光矢势和光标势, n 为归一化的均匀等离子体光栅的电子密度, 其中电子密度为 $n_e = n_{0M} \mathcal{C}(x)$, $n_{0M} = n_0/\cos \theta$ 为移动参考系中的初始无扰动电子密度, n_0 为实验室坐标系中的初始无扰动密度, $\mathcal{C}(x)$ 为任意的密度分布函数; β_x 为归一化的等离子体轴向流动速度.

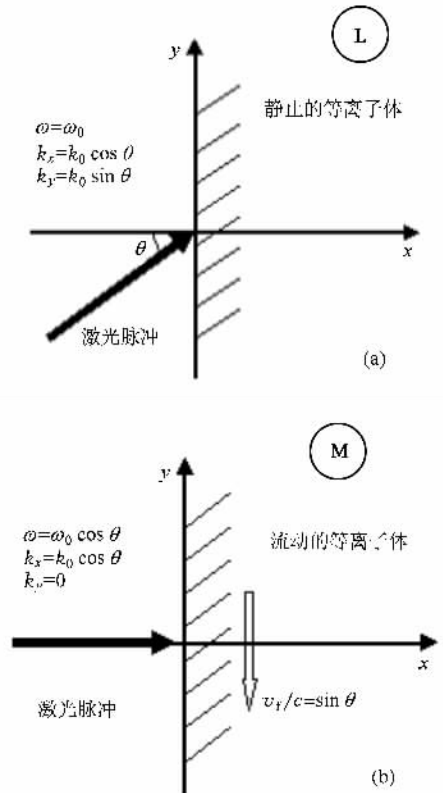


图 5 (a) 实验室坐标系中, 激光斜入射到静止的等离子体光栅中 (b) 移动坐标系中, 激光正入射到沿 y 轴反方向运动的等离子体光栅中

移动坐标系中, 激光与等离子体相互作用的物理过程^[9]可用如下方程组完整地描述:

$$\left(\partial_x^2 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2\right) \mathbf{a} = \left(\frac{\omega_p}{c}\right)^2 \left[\frac{n}{\gamma \cos \theta} (\mathbf{a} - \hat{y} \tan \theta) + \hat{y} \tan \theta \mathcal{C}(x) \right], \quad (3)$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{1 + (\mathbf{a} - \hat{y} \tan \theta)^2}{1 - \beta_x^2}}, \quad (4)$$

$$\partial_x^2 \varphi = \left(\frac{\omega_p}{c}\right)^2 \frac{1}{\cos \theta} [n - \mathcal{C}(x)], \quad (5)$$

$$\partial_t n + c \partial_x (n \beta_x) = 0, \quad (6)$$

$$d_t \beta_x = \frac{c}{\gamma} (1 - \beta_x^2) \partial_x \varphi$$

$$-\frac{1}{\gamma^2}(c\partial_x + \beta_x\partial_t)\left(\frac{a^2}{2} - \mathbf{a} \cdot \hat{\mathbf{y}}\tan\theta\right), \quad (7)$$

其中 γ 为激光相对论因子, $\omega_p = \sqrt{n_0 e^2 / m\epsilon_0}$ 为等离子体的特征频率, $d_t = \partial_t + v_x \partial_x$.

为了得到等离子体光栅的色散关系,下面对上述方程组做线性化处理,将所有量保持到一级量 $O(|\mathbf{a}|)$. 由于等离子体的轴向流动速度远小于光速,因此可令 $\beta_x^2 \approx 0$. (4) 式简化为

$$\gamma \approx \sqrt{1 + (\mathbf{a} - \hat{\mathbf{y}}\tan\theta)^2} \\ \approx (1 - \mathbf{a} \cdot \hat{\mathbf{y}}\sin\theta\cos\theta)\cos\theta.$$

忽略高阶后, $\gamma^{-1} \approx \cos\theta$ (7) 式简化为

$$\partial_t \beta_x \approx c\cos\theta\partial_x \varphi + c\sin\theta\cos\theta\partial_x(\mathbf{a} \cdot \hat{\mathbf{y}}) \quad (8)$$

当 S 偏振光入射时, $\mathbf{a} \cdot \hat{\mathbf{y}} = 0$. 由方程(6)和(7)式可以看出,在量级 $O(|\mathbf{a}|)$ 上,电子密度扰动为零. 等离子体光栅的归一化电子密度可以写成

$$n = 1 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta n_m \exp(2imk_B x) = \Theta(x),$$

其中 δn_m 表示空间周期为 Λ/m 的密度调制的傅里叶分量. 将 $n = \Theta(x)$ 和 $\gamma^{-1} \approx \cos\theta$ 代入(3)式可得 S 偏振光在均匀等离子体光栅中的波动方程为

$$\left(\partial_x^2 - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right)\mathbf{a} = \left(\frac{\omega_p}{c}\right)^2 n\mathbf{a}, \quad (9)$$

我们把归一化的激光矢势写成下面的形式:

$$\mathbf{a} = \frac{1}{2}\mathbf{e}_z [a_+(x,t)\exp(ik_B x - i\omega_B t) \\ + a_-(x,t)\exp(-ik_B x - i\omega_B t) + c.c.],$$

其中 $k_B = \pi/\Lambda = 2\pi/\lambda_B$ 为布拉格波数, $\omega_B = 2\pi c/\lambda_B$ 为布拉格频率, λ_B 为布拉格波长. a_+ 和 a_- 分别代表前向和反向传播的模式. 将各量都代入方程(9), 利用 $\omega_B^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2$, 并作振幅缓变近似和线性近似,可得到耦合模方程

$$i\left(\frac{1}{v_{g0}}\partial_t + \partial_x\right)a_+ - \chi_{+1}a_- = 0, \\ i\left(\frac{1}{v_{g0}}\partial_t - \partial_x\right)a_- - \chi_{-1}a_+ = 0, \quad (10)$$

其中 $\chi_{\pm 1} = (\omega_p^2 \delta n_{\pm 1}) / (2\omega_B v_{g0})$ 是耦合系数, $v_{g0} = N_0 c$ 是背景等离子体的群速度, $N_0 = \sqrt{1 - n_0/n_c}$ 是背景等离子体的折射率. 原则上,方程(10)适用于复杂等离子体密度调制. 对于图 1 给出的密度分布和对应图 2 的参数, $\delta n_{+1} = \delta n_{-1} \approx 0.13$, 因此我们可以简单地定义 $\chi_S = \chi_{\pm 1}$.

将 $a_{\pm} = C_{\pm} \exp[i(q_S z - \Delta\omega t)]$ 代入耦合模方程, 其中 $q_S = k_S - k_B$, $\Delta\omega = \omega - \omega_B$ 分别代表着入射

光的波数和频率与布拉格波数、布拉格频率之间的差值. 再将移动坐标系中的物理量变换到实验室坐标系中, 即 $\omega^M = \omega^L \cos\theta$, 得到实验室坐标系中均匀等离子体光栅的色散关系为

$$q_S = \pm \sqrt{\delta^2 - \chi_S^2}, \quad (11)$$

其中 $\delta = (\omega \cos\theta - \omega_B) / v_{g0}$. (11) 式的正负号由光是前向还是后向决定. 从(11)式很容易看出, 当入射光在 $|\delta| > \chi_S$ 范围内时, 波数 q_S 是实数, 光能在光栅中传播. 当入射光在 $|\delta| < \chi_S$ 范围内时, 波数变成虚数而不能在光栅中传播, 显示了光栅有一个光子带隙结构. $|\delta| = \chi_S$ 对应着带隙边缘. 这与传输矩阵法得出的结论是一致的. 为了与传输矩阵法得到的布洛赫波数统一, 我们对 q_S 取负值, 最终得到均匀等离子体光栅的色散关系为

$$k_S = k_B - \sqrt{\delta^2 - \chi_S^2}. \quad (12)$$

我们将图 1 中各量代入(12)式可得光以不同角度入射时均匀等离子体光栅的色散曲线及光子带隙图, 如图 6 所示. 虚线代表 S 偏振光. 横坐标为入射光频率 ω 与布拉格频率 ω_B 的比值, 纵坐标为入射光波数 k 与等离子体光栅周期 Λ 的乘积. 我们发现, 随着入射角的增大, S 偏振光的光子带隙的中心频率不断向高频方向移动(例如 $\theta = 0^\circ$ 时, 归一化中心频率为 1, 在 $\theta = 60^\circ$ 时, 归一化中心频率移到了 2 左右). 此外, 随着入射角的增大, S 偏振光的带隙宽度逐渐变宽. 这些特点都与传输矩阵法得到的结论相一致. 所不同的是, 由于耦合模一级理论对应的密度模型是正弦函数, 密度是连续的, 因此没有出现全反射现象. 此外, 密度的一级近似使得耦合模理论得到的带隙宽度略窄于传输矩阵法得到的带隙宽度, 并且带隙中心频率向高频方向移动的速度慢于后者.

P 偏振光入射时的讨论与 S 偏振光入射时类似, 但是情况较为复杂, 这是因为这一偏振光的激光矢势 \mathbf{a} 平行于入射面, 会使等离子体光栅受到一个密度微扰 δn , 此时光栅的归一化电子密度变为

$$n = 1 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta n_m \exp(2imk_B x) + \delta n = \Theta(x) + \delta n.$$

将 $n = \Theta(x) + \delta n$ 和相对论因子 $\gamma \approx \sqrt{1 + (\mathbf{a} - \hat{\mathbf{y}}\tan\theta)^2}$ 代入(3)式, 忽略高阶项后我们得到 P 偏振光在均匀等离子体光栅中的波动方程为

$$\left(\partial_x^2 - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right)\mathbf{a} = \left(\frac{\omega_p}{c}\right)^2 [\cos^2\theta\Theta(x)\mathbf{a} - \hat{\mathbf{y}}\delta n\tan\theta]. \quad (13)$$

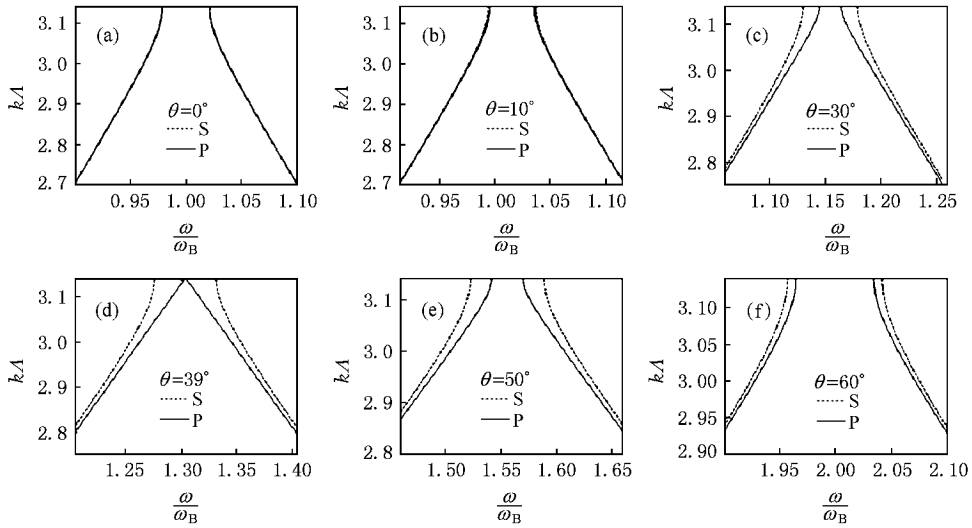


图 6 光以不同角度入射时 均匀等离子体光栅的色散曲线及光子带隙

我们将归一化的光矢势 a 、光标势 φ 、轴向流动速度 β_x 和密度微扰 δn 写成

$$a = \frac{1}{2} e_y [a_+(x, t) \exp(ik_B x - i\omega_B t) + a_-(x, t) \exp(-ik_B x - i\omega_B t) + c.c.] \quad (14)$$

$$\varphi = \frac{1}{2} [\varphi_+ \exp(ik_B x - i\omega_B t) + \varphi_- \exp(-ik_B x - i\omega_B t) + c.c.], \quad (15)$$

$$\beta_x = \frac{1}{2} [\beta_{x+} \exp(ik_B x - i\omega_B t) + \beta_{x-} \exp(-ik_B x - i\omega_B t) + c.c.], \quad (16)$$

$$\delta n = \frac{1}{2} [\delta n_+ \exp(ik_B x - i\omega_B t) + \delta n_- \exp(-ik_B x - i\omega_B t) + c.c.]. \quad (17)$$

将 (14)–(16) 式代入 (8) 式, 可得 a_{\pm} 、 φ_{\pm} 和 $\beta_{x\pm}$ 三者之间的关系为

$$\beta_{x+} = -\cos\theta \frac{k_B c}{\omega_B} (\varphi_+ + a_+ \sin\theta),$$

$$\beta_{x-} = \cos\theta \frac{k_B c}{\omega_B} (\varphi_- + a_- \sin\theta).$$

将 (16) 式和 $n = 1 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta n_m \exp(2imk_B x) + \delta n$ 代入 (6) 式, 并取 $m = \pm 1$ 可得 $\beta_{x\pm}$ 和 δn_{\pm} 的关系为

$$\delta n_+ = \frac{k_B c}{\omega_B} (\delta n_1 \beta_{x-} + \beta_{x+}),$$

$$\delta n_- = -\frac{k_B c}{\omega_B} (\delta n_{-1} \beta_{x+} + \beta_{x-}).$$

将 $n = \Theta(x) + \delta n$ (15) 式以及 (17) 式代入方程 (5) 可得 φ_{\pm} 和 δn_{\pm} 的关系为

$$\varphi_+ = -\frac{\omega_p^2}{k_B^2 c^2 \cos\theta} \delta n_+,$$

$$\varphi_- = -\frac{\omega_p^2}{k_B^2 c^2 \cos\theta} \delta n_-.$$

整理后得到 δn_{\pm} 和 a_{\pm} 的关系为

$$\delta n_+ = \cos\theta \sin\theta \left(\frac{\omega_B^2 \delta n_1}{k_B^2 c^2} a_- - a_+ \right),$$

$$\delta n_- = \cos\theta \sin\theta \left(\frac{\omega_B^2 \delta n_1}{k_B^2 c^2} a_+ - a_- \right).$$

将各量都代入方程 (13), 同样利用 $\omega_B^2 = k_B^2 c^2 + \omega_p^2$ 并做振幅缓变近似和线性近似, 得到下面的耦合模方程:

$$i \left(\frac{1}{v_g} \partial_t + \partial_x \right) a_+ - \chi_P a_- = 0,$$

$$i \left(\frac{1}{v_g} \partial_t - \partial_x \right) a_- - \chi_P a_+ = 0. \quad (18)$$

可以看出, 这一耦合模方程与 S 偏振光入射时得到的耦合模方程在形式上完全一致, 不同的是耦合系数

$$\chi_P = \frac{\omega_p^2}{2k_B c^2} \left(\cos^2\theta - \frac{\omega_B^2}{k_B^2 c^2} \sin^2\theta \right) \delta n_1$$

更为复杂. 接下来的讨论与 S 偏振光的情况完全一致, 可得色散关系为

$$q_P = \pm \sqrt{\delta^2 - \chi_P^2}, \quad (19)$$

其中 $\delta = (\omega \cos\theta - \omega_B) / v_g$, $q_P = k_P - k_B$. (19) 式同样显示了光栅存在一个光子带隙结构, 并且我们从耦合系数的表达式可以看出, P 偏振的光子带隙要比 S 偏振的复杂.

同样为了与传输矩阵法得到的布洛赫波数统

一 我们对 q_P 取负值,最终得到均匀等离子体光栅的色散关系为

$$k_P = k_B - \sqrt{\delta^2 - \chi_P^2}. \quad (20)$$

将图 1 中各量代入(20)式可得光以不同角度入射时均匀等离子体光栅的色散曲线及光子带隙图,如图 6 所示. 实线代表 P 偏振光. 横坐标为入射光频率 ω 与布拉格频率 ω_B 的比值,纵坐标为入射光波数 k 与等离子体光栅周期 Δ 的乘积. 与 S 偏振光相比, P 偏振光的光子带隙更为复杂. 随着入射角的增大, P 偏振光的带隙宽度先迅速变窄,在布儒斯特角入射时,带隙消失,然后又随着入射角的增大而迅速变宽. 此外, P 偏振光和 S 偏振光的带隙中心始终是重合的,并且随着入射角的增大,中心频率向高频方向移动. 这些特点与传输矩阵法得到的结论是一致的. 所不同的是,耦合模一级理论得到的布儒斯特角为 39° ,而传输矩阵法得到的为 36° .

4. 结 论

本文用传输矩阵法和耦合模理论分别得到了均

匀等离子体光栅的色散关系,前者适用于阶梯形等离子体密度调制,后者适用于更一般的等离子体密度调制. 两者均表明等离子体光栅存在光子带隙结构,并且图 2 和图 6 均反映了这一带隙结构有以下三个主要特征:1) S 偏振光和 P 偏振光的光子带隙的中心频率始终是重合的,并且随着入射角的增大,中心频率向高频方向移动;2) 在光垂直入射时, S 偏振光和 P 偏振光的光子带隙是一致的,并且入射角很小时,两者的差别不大;3) S 偏振光的带隙宽度随着入射角的增大而逐渐变宽,而 P 偏振光的带隙宽度随着入射角的增大先迅速变窄,然后在某一特定角度时,带隙消失,然后又随着入射角的增大而迅速变宽. 最后需要指出的是传输矩阵法采用的密度模型是矩形函数,密度是阶梯分布的. 在这种情况下由于等离子体的密度比空气的密度小,因此当光从空气中入射时会发生全反射现象. 而耦合模一级理论对应的密度模型是正弦函数,密度是连续的,因此没有出现全反射现象. 并且,由于采用了不同的密度模型,使得后者得到的带隙宽度略小于前者,后者得到的布儒斯特角略大于前者.

- [1] Dromey B, Kar S, Zepf M, Foster P 2004 *Rev. Sci. Instrum.* **75** 645
- [2] Monot P, Doumy G, Dobosz S, Perdrux M, D'Oliveira P, Quéré F, Réau F, Martin P, Audebert P, Gauthier J C, Geindre J P 2004 *Opt. Lett.* **29** 893
- [3] Sheng Z M, Zhang J, Umstadter D 2003 *Appl. Phys. B* **77** 673
- [4] Kuo C C, Pai C H, Lin M W, Lee K H, Lin J Y, Wang J, Chen S Y 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 033901
- [5] Wu H C, Sheng Z M, Zhang Q J, Cang Y, Zheng J 2005 *Phys. Plasmas* **12** 113103

- [6] Yeh P 1988 *Optical Waves in Layered Media* (New York : John Wiley & Sons Inc.) p118—125
- [7] Agrawal G P 2001 *Applications of Nonlinear Fiber Optics* (New York : Academic) p287—290, p300—301
- [8] Zhang Q J, Sheng Z M, Wang X H, Man B Y, Cang Y, Zhang J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2347 (in Chinese) [张秋菊、盛政明、王兴海、满宝元、苍宇、张杰 2006 物理学报 **55** 2347]
- [9] Lichters R, Meyer-ter-Vehn J, Pukhov A 1996 *Phys. Plasmas* **3** 3425

Investigation on the dispersion characteristics of a uniform plasma grating^{*}

Yu Lu-Le¹⁾ Sheng Zheng-Ming^{1 2)†} Zhang Jie^{1 2)}

¹ *Laboratory of Optical Physics, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*

² *Department of Physics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China*

(Received 25 February 2008 ; revised manuscript received 23 March 2008)

Abstract

Recently, the plasma Bragg gratings induced by two intersecting laser pulses has been predicted theoretically. The dispersion relation of uniform plasma gratings under the oblique incidence of a light wave is investigated with the transfer-matrix method and the coupled-mode theory. Both approaches show that such plasma gratings exhibit a photonic band gap, near which strong dispersion appears. The photonic band gap has different polarization characteristics when the light wave is obliquely incident on the plasma grating. With the increase of the incident angle, the band gap for an S-polarized wave increases gradually, while that for a P-polarized wave decreases first rapidly, then vanishes when it approaches the Brewster angle, and finally becomes wide with the further increase of the incident angle. Since the plasma grating has an ultrabroad photonic band gap and can support an ultrahigh damage threshold of incident light waves, it has the potential to be a novel photonic device to manipulate extremely intense laser pulses.

Keywords : plasma grating, transfer matrix method, coupled-mode theory, photonic band gap

PACC : 5240D, 4225B, 4225F

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10674175, 10734130, 60621063), the National High Technology Research and Development Program for Inertial Confinement Fusion of China, and the National Basic Research Program of China (Grant No. 2007CB815105).

[†] Corresponding author. E-mail : zsheng@aphy.iphy.ac.cn