

# 基于耦合振子模型的摩擦力计算研究<sup>\*</sup>

丁凌云<sup>†</sup> 龚中良 黄 平

(华南理工大学机械与汽车工程学院, 广州 510640)

(2008 年 1 月 16 日收到, 2008 年 4 月 1 日收到修改稿)

以界面摩擦为研究对象, 探讨了基于耦合振子模型(coupled-oscillator model)的滑动摩擦微观机理, 分析了滑动过程中的能量耗散问题. 采用 Maugis-Dugdale 接触模型替代界面摩擦中的 Lennard-Jones 势能, 并将该模型融入耦合振子模型之中, 通过计算振子在一个周期内的能量增加值, 推导出了界面摩擦力的理论计算公式. 理论分析表明, 对于探针-试样接触系统, 滑动摩擦力近似随着法向载荷的 2/3 次方增加, 这与纳米摩擦学经典理论是相符的. 理论计算结果与超高真空原子力显微镜镀铜探针在 Cu(111)晶面扫描实验结果符合良好, 表明本文提出的理论和方法可行.

关键词: 耦合振子模型, 界面摩擦, 摩擦力, 法向载荷

PACC: 6220P, 8140P

## 1. 引 言

由于摩擦问题的重要性, 其机理及计算方法一直是工程界和物理学界的重点研究对象<sup>[1, 2]</sup>. 然而, 摩擦现象非常复杂, 从 15 世纪 da Vinci<sup>[3, 4]</sup>系统地研究摩擦以来许多科学家提出了不少摩擦理论<sup>[5, 6]</sup>, 但迄今为止还无法从理论上直接计算摩擦力和摩擦系数, 在工程应用中都必须通过实际测量来获取, 这制约了摩擦学理论的指导性作用.

为理解摩擦的微观机理, 实现微纳米系统中的摩擦控制, 需要在排除粗糙度、黏着、塑性变形和磨损等因素的影响后, 研究一组原子或分子与原子级光滑表面作相对滑动时能量耗散和摩擦形成的过程. 此类摩擦称为“界面摩擦”<sup>[7-9]</sup>. 国外相关研究开展比较广泛, 并对界面摩擦的起源提出了很多不同的理论解释, 如独立振子(IO)模型、FK 类模型、鹅卵石模型和断裂力学模型等, 其中目前研究和讨论比较多的是 IO 或 FK 类模型<sup>[9-12]</sup>. 国内的科研人员在这方面也做了大量的工作. 文献 [7, 8] 利用计算机分子动力学模拟技术对界面摩擦进行了研究, 探讨了其能量耗散机理, 并对超滑现象进行了模拟. 许中明等<sup>[13]</sup>提出了复合振子模型, 对界面摩擦能量耗散机理进行

了探讨, 并分析了能量耗散在界面层的分布规律. 没有考虑界面原子之间的耦合作用的 IO 模型过于简单, 而 FK 类模型又过于复杂, 难以在无磨损摩擦中展开应用, 因此迫切需要对摩擦机理和计算方法进行更深入的研究, 以推动摩擦研究的进展.

在分析 IO 模型特点的基础上, 本文提出了更符合实际的耦合振子(CO)模型, 并应用于界面摩擦微观机理和能量耗散机理的研究中, 推导了界面摩擦滑动摩擦力的计算公式. 为方便进行实验对比验证, 还以原子力显微镜(AFM)探针-试样接触系统为研究对象进行了分析, 并将理论结果与实验结果进行了对比.

## 2. 耦合振子模型

1929 年 Tomlinson<sup>[10]</sup>提出基于固体摩擦能量耗散机理的 IO 模型, 认为界面原子的总势能在滑动时随着微观相对位置的变化而变化, 当处于势能局部最低点时, 界面原子平稳滑动, 而当界面原子处于势能局部最高点时, 界面原子将出现失稳并自动跳跃到下一局部最低点, 然后在此平衡位置剧烈震荡和激发声子, 从而使能量不可逆地以声子的形式耗散. IO 模型比较简单, 并较好地说明了摩擦过程能量耗

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号 50675068)和国家博士后科学基金(批准号 20070410819)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: ly.ding@mail.scut.edu.cn

散的产生来源于界面原子的失稳跳跃,但由于该模型过度简化了界面原子与基体之间的作用,此外还忽略了界面原子之间的耦合作用,因而很难深入研究界面摩擦的能量耗散机理。

为进一步研究滑动摩擦过程的能量耗散机理,实现较准确的摩擦力理论计算,我们提出了界面摩擦 CO 模型。如图 1 所示,上下界面的原子都通过横向和法向的弹簧相连(刚度系数分别为  $k_t$  和  $k_n$ ),这些弹簧不仅代表了基体对界面原子的作用,同时也包含了界面原子之间的作用。IO 模型中的界面势能在这里以界面接触刚度系数替代,界面原子的总势能由其相连的弹簧所储存的能量表示,在滑动过程中随原子微观相对位置的变化而变化。当处于如图 1(a)所示的初始状态时,界面原子 A 处于势能最

低值,它将随着基体的运动而平稳滑动,其势能也逐渐增大。在此过程中,连接下界面原子 B 的横向弹簧被压缩,法向弹簧被拉伸,其总势能同样处于逐渐增大阶段。两个原子的势能增加值通过外驱动力做功实现。当原子 A 滑动到图 1(b)所示的临界平衡位置时,两原子总势能同时达到最大值。此时两原子不再能保持平衡状态,一旦越过此位置,它们都将失稳并发生剧烈振荡,其中原子 A 在外驱动力作用下还将自发跳跃到下一个局部势能最低点,而原子 B 则在原位置振荡,如图 1(c)所示。整个滑动过程与 IO 模型类似,描述的也是界面摩擦的黏-滑过程,而摩擦过程中的能量耗散也是通过界面原子失稳后的剧烈振荡来完成的,最后则以热或其他形式耗散到周围介质中去。

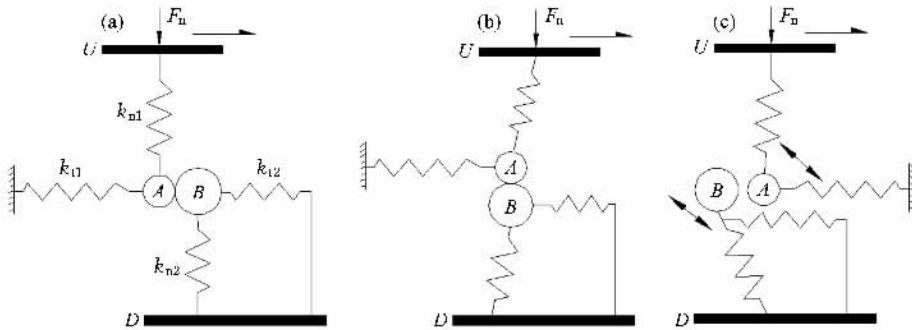


图 1 耦合振子模型示意图 (a)初始状态;(b)临界平衡状态;(c)跳跃后状态

虽然 CO 模型也是用于描述界面摩擦的黏-滑现象,但是比较后可以发现:首先,IO 模型和其他类似模型由于采用了固定的界面势能曲线或固定的下界面,因此上振子在滑动过程中的黏着过程和滑动过程都只能近似地处理为滑动周期的一半,这与实际情况有差异。另外,如果将下摩擦界面也采用相同的振子系统来表示时,通过对 CO 模型的分析可知,下界面原子的运动也是一个动态过程,该原子的运动将会影响到上下界面原子之间的势能关系,进而影响到上界面原子的运动。例如,界面耦合之后,在一个跳跃周期内黏着过程明显由于下界面原子 B 的运动而延长,这将导致上界面原子 A 在黏着过程中的势能增加值与其他声子模型有区别,进而会影响摩擦力的计算。最后,由于在 CO 模型中外力所作的功的部分能量将会通过上摩擦界面传递给下界面,并通过下表面耗散出去,这与实际摩擦过程相符。因此,CO 模型在以上几个方面进一步完善了原来的 IO 模型。

### 3. 微弹性接触理论

通常情况下为分析固体表面之间的微观接触问题,就必须先探讨摩擦界面在表面力作用下的微弹性位移情况,这就必须涉及到表面力(即表面能)与位移的关系的求解,一般情况下认为 Lennard-Jones 势能满足下面的力-距离关系<sup>[14,15]</sup>,即

$$p(z) = \frac{8w}{3z_0} \left[ \left( \frac{z}{z_0} \right)^{-3} - \left( \frac{z}{z_0} \right)^{-9} \right], \quad (1)$$

式中  $p$  为表面力,  $w$  为黏结力,  $z$  为界面间距,  $z_0$  为界面平衡间距。对于(1)式, Maugis 提出了一个非常有效的假设,即表面力在界面间距达到最大分离距离  $h_0$  之前为常数  $\sigma_0$ ,当超越此最大距离之后则为零,如图 2 所示。图 2 中  $\sigma_0 h_0 = w$ ,且  $h_0 = 0.97z_0$ 。在此假设基础上,为了更好地与 Lennard-Jones 势能近似, Maugis 等提出了的 Maugis-Dugdale 理论模型<sup>[15]</sup>。

根据 Hertz 理论和 Maugis-Dugdale 理论<sup>[12]</sup>,法向接触刚度  $k_{nc}$ 和横向接触刚度  $k_{lc}$ 都随着法向载荷的增加而增加. 顶端曲率半径为  $R$ 的探针与试样表面的接触问题可以处理为相同半径的球体与平面之间的接触问题,当法向载荷  $F_n$ 较大时,给出了以下近似计算公式<sup>[16,17]</sup>:

$$\begin{aligned} k_{nc} &= 2r^* E^* , \\ k_{lc} &= 8r^* G^* , \end{aligned} \quad (2)$$

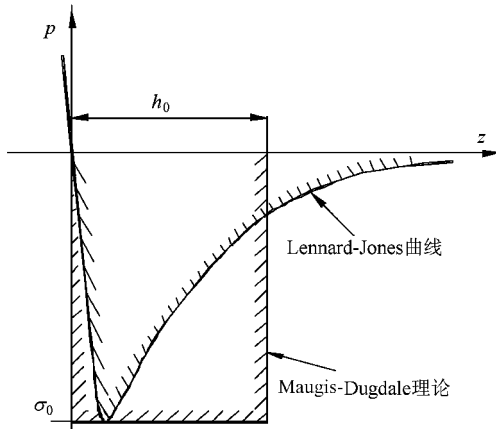


图2 表面力-距离曲线: Lennard-Jones 曲线和 Maugis-Dugdale 理论

式中  $r^*$ 为接触半径,  $r^* = (3F_n R / (4E^*))^{1/3}$ ;  $E^*$ 和  $G^*$ 分别为接触系统的有效杨氏模量和有效剪切模量,计算公式为

$$\begin{aligned} E^* &= \left[ \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right]^{-1} , \\ G^* &= \left[ \frac{2 - \nu_1}{G_1} + \frac{2 - \nu_2}{G_2} \right]^{-1} , \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $E_1, E_2, G_1, G_2, \nu_1, \nu_2$ 分别为两种接触材料的杨氏模量、剪切模量、泊松比.

$$\begin{aligned} k_{nc} &= (6F_n R E^{*2})^{1/3} , \\ k_{lc} &= 8r^* G^* = 4G^* k_{nc} / E^* . \end{aligned} \quad (4)$$

摩擦界面相对滑动时,界面之间的势能随着界面原子微观相对位置的变化而变化,这种变化的主要原因是固体具有很强的体积效应,在滑动过程中由于界面原子之间的相互作用,导致界面微观间距不断变化,从而使得界面势能相应变化.为简化分析,本文仅研究摩擦幅为同种材料的情况.由于固体具有很强的体积依赖特性,可以将其看作密集堆积的刚性小球.如图3所示,对于面心立方结构固体,每个势能周期中界面间距的变化为<sup>[18]</sup>

$$\delta = z_{max} - z_{min}$$

$$= 0.207 a_0 , \quad (5)$$

式中  $a_0$ 为材料的晶格常数,  $r$ 为原子半径.同样的计算结果对于体心立方结构的固体也是成立的.由于界面间距变化范围很小,因此对于面心立方和体心立方结构的固体组成的界面摩擦体系,在其界面间距的变化范围内用 Maugis-Dugdale 接触理论代替 Lennard-Jones 势能理论是合理的.

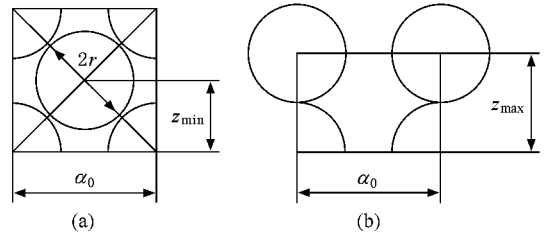


图3 面心立方金属的界面间距 (a)最小界面间距 (b)最大界面间距

### 4. 摩擦力计算公式的推导

根据前面对 CO 模型和弹性接触理论的介绍,可以将摩擦界面之间的 Lennard-Jones 势能以接触系统的界面接触刚度来替代,并添加到 CO 模型之中.通过计算出界面原子在一个跳跃周期内的势能的变化值,然后根据其在在一个周期内的横向位移计算出横向力,也就是摩擦力.在原子跳跃的一个周期内,其势能先缓慢增加到一个最大值后突然降低到初始值,这就意味着摩擦力在一个周期内并非定值,本文计算的是其平均值.

如图4所示,对于常见摩擦系统的接触情况,可

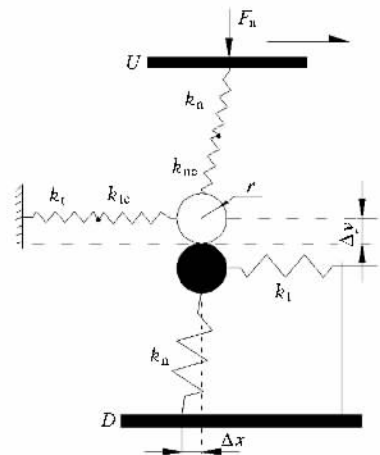


图4 摩擦系统的临界平衡状态耦合原子简化模型

以采用 CO 模型作简化. 上表面原子的法向和横向分别作用两根弹簧, 其中  $k_n$  和  $k_t$  分别为基体在法向和横向对界面原子作用的弹性系数, 而  $k_{nc}$  和  $k_{tc}$  分别为接触系统的法向和横向接触作用的弹性系数. 图 4 中  $F_n$  表示作用在上基体上的法向载荷,  $\Delta x$  表示处于临界平衡位置时下界面原子相对于原位置的横向移动距离,  $\Delta y$  表示同一时刻上界面原子相对于原位置的法向移动距离. 弹性系数分别为  $k_t$  和  $k_{tc}$  的两个弹簧串联合成为一个切向弹性系数为  $k_t^*$  的弹簧, 而弹性系数为  $k_n$  和  $k_{nc}$  的弹簧串联合成另一个法向弹性系数为  $k_n^*$  的弹簧, 即存在以下关系式:

$$\frac{1}{k_t^*} = \frac{1}{k_t} + \frac{1}{k_{tc}},$$

$$\frac{1}{k_n^*} = \frac{1}{k_n} + \frac{1}{k_{nc}}. \quad (6)$$

结合(5)式, 可得临界平衡状态时的法向和切向平衡方程分别为

$$k_n^* \Delta y = k_n(0.207a_0 - \Delta y),$$

$$k_t^*(0.5a_0 + \Delta x) = k_t \Delta x. \quad (7)$$

经计算可得

$$\Delta x = \frac{0.5k_t^*}{k_t - k_t^*} a_0,$$

$$\Delta y = \frac{0.207k_n}{k_n + k_n^*} a_0. \quad (8)$$

界面原子从初始位置向临界平衡位置移动的过程中, 整个振子系统的势能增加值为

$$\Delta V = \frac{1}{2} k_t^*(0.5a_0 + \Delta x)^2 + \frac{1}{2} k_n^* \Delta y^2$$

$$+ \frac{1}{2} k_t \Delta x^2 + \frac{1}{2} k_n(0.207a_0 - \Delta y)^2. \quad (9)$$

假设界面原子在越过临界平衡位置发生跳跃时, 其积累的能量转化为摩擦功的比例系数为  $\eta_e$ . 同时假设在一个周期内的平均摩擦力为  $F_f$ , 则满足以下关系式:

$$F_f a_0 = \eta_e \Delta V. \quad (10)$$

结合(6)式到(10)式, 可以推导出平均摩擦力公式为

$$F_f = \left[ \frac{k_{tc}(2k_{tc} + k_t)}{4k_t} + \frac{0.04285k_n k_{nc}}{k_n + 2k_{nc}} \right] \frac{\eta_e a_0}{2}. \quad (11)$$

## 5. 结果与讨论

为方便比较根据(11)式计算的理论与 AFM

实验值, 有必要探讨 AFM 等实验设备的探针-试样系统的接触问题. 分析表明, AFM 探针上的横向刚度系数  $k_t$  应该由探针和悬臂梁本身的横向力常数 ( $k_{tip}$  和  $k_{can}$ ) 组成<sup>[19, 20]</sup>, 即

$$\frac{1}{k_t} = \frac{1}{k_{tip}} + \frac{1}{k_{can}}. \quad (12)$$

为便于分析, 将(4)式中的  $k_{nc}$  和  $k_{tc}$  代入(11)式, 并统一以  $k_{nc}$  表示, 则摩擦力(11)式转化为

$$F_f = \left[ \frac{8G^{*2}}{E^{*2}k_t} k_{nc}^2 + \frac{G^*}{E^*} k_{nc} \right. \\ \left. + \frac{0.04285k_n k_{nc}}{k_n + 2k_{nc}} \right] \frac{\eta_e a_0}{2}. \quad (13)$$

分析(13)式可知, 在界面摩擦力的各个组成部分中, 当法向载荷较大时, 括号中最后一项的值所占比例非常小, 相对于前两项可以忽略不计. 而在括号中的前两项中, 第一项又占据着主要部分. 因此, 根据 CO 模型推导出的界面摩擦力近似与法向载荷的 2/3 次方成正比, 这个结论与微纳米摩擦学研究的一些经典结论是一致的<sup>[21, 22]</sup>. 此外, 该结论也意味着宏观摩擦力与法向载荷之间的线性关系在微观领域已经不存在, 这样, 微摩擦系数就不具有恒定值. 理论表明<sup>[20]</sup>, 对于摩擦系统在微观尺度上摩擦系数不是常数, 这通常要归因于接触面积的增加.

为验证该公式的正确性, 我们将根据(13)式计算的结果与 AFM 实验结果进行了对比. 由于特种金属探针制造比较困难, 目前利用同种金属探针在材料表面上进行扫描的报道比较少, 本文引用 Bennewitz 等<sup>[19]</sup>在超高真空环境下用覆盖铜原子的硅探针在 Cu(111)晶面测量微观摩擦力的结果. 他们进行了两种不同强度悬臂情况下的实验, 其中悬臂较弱情况下 ( $k_n = 0.01$  N/m,  $k_t = 16.5$  N/m) 法向载荷为 0.6 nN 时, 横向力为 0.48 nN; 而悬臂较强情况下 ( $k_n = 24$  N/m,  $k_t = 4475$  N/m) 法向载荷为 10 nN 时, 横向力为 1.28 nN. 采用与实验相同的参数进行计算 ( $E = 119$  GPa;  $\nu = 0.326$ ;  $r = 0.125$  nm, 接触面积  $S_c = \pi R^2 = 0.4$  nm<sup>2</sup>); 能量耗散系数  $\eta_e$  与摩擦配副材料特性和接触状态有关, 对于 Bennewitz 所进行的这种准静态滑动的摩擦试验, 可以认为积累的能量全部转化为摩擦功, 即  $\eta_e$  取为 1. 这样可以得到两种情况下摩擦力的理论值分别为 1.233 和 1.218 nN, 与实验值分别相差了 1.57 倍和 0.048 倍, 可以发现前一种情况下理论值与实验值误差较大, 而后一种情况下理论值与实验值符合较好. 从图 2 可以看出,

当法向载荷较小时,摩擦界面间距较大,此时采用 Maugis-Dugdale 接触理论计算的值会比用 Lennard-Jones 势能理论计算的值要偏大,这可能是前一种情况下理论值与实验值误差较大的原因。另外,原子力显微镜在测量 0.48 nN 这样小的微力时,本身的测量误差也会相对大一些。由于各种因素的影响,当前在微观摩擦方面的研究计算值与理论值之间往往都有较大的偏差,有时甚至可以达到几十倍,考虑本文计算时做了一定程度的简化,因此,尽管存在一定偏差,但本文提出的理论和方法还是可行的。

计算值与实验值存在偏差的原因除了所采用接触理论本身的误差外,AFM 实验方面,即使探针的球形表面有细微的差别,也将可能导致摩擦力-载荷指数的较大波动<sup>[21, 23, 24]</sup>。此外,在计算中我们采用的是材料在宏观尺度下的弹性模量和泊松比。Bhushan 等<sup>[25]</sup>发现,在纳米摩擦学实验中,根据微小尺度和极轻载荷测量的材料硬度和弹性模量都比宏观测量的数值高。根据文献[26]的研究结论,虽然(13)式中  $G^*/E^*$  的整体值在宏观和微观状况下变化并不大,但是也会对最后的计算结果造成一定的影响。最后,本文采用的准静态假设情况与实际实验状态有一定差别,因此要实现准确计算滑动摩擦力,还必须进一步考虑能量耗散系数  $\eta_c$  的影响。

将本文的理论应用到工程领域,可以很方便地预测常见金属探针-试样系统摩擦力随法向载荷的变化情况,理论计算所取参数如表 1 所列<sup>[27]</sup>。由于(13)式中的  $G^*/E^*$  在宏观尺度和微观尺度偏差变化并不大,采用文献[27]中的弹性模量值和泊松比,不会引起微观摩擦力计算太大的误差,不会影响到不同材料之间摩擦力的大小对比关系,具体的摩擦力-载荷曲线如图 5 所示( $k_n = 0.02 \text{ N/m}$ ,  $k_t = 33 \text{ N/m}$ )。

表 1 几种金属材料的物理参数<sup>[27]</sup>

材料	弹性模量 $E$ /GPa	泊松比 $\nu$	晶格长度 $a_0$ /nm	摩擦系数 $f$
Cr-Cr	279	0.300	0.2884	0.8—1.5
Ni-Ni	207	0.310	0.3500	0.8
Cu-Cu	119	0.326	0.370	0.2—0.8
Zn-Zn	130	0.270	0.2665	0.35—0.65
Al-Al	70	0.330	0.4040	0.3

金属材料本身的力学特性在很大程度上决定了

探针-样品接触系统的摩擦性能。在相同大小的法向载荷作用下,不同样品材料的摩擦力是不同的。从图 5 可以看出,对于一些同种金属摩擦副,在相同的法向载荷下,Cr-Cr 接触的摩擦力是最大的,这也意味着其摩擦系数也是最大的,然后依次是 Ni, Cu, Zn, 摩擦系数最小的是 Al-Al 配副。与表 1 中的宏观摩擦系数相比,可以发现两者的大小顺序是一致的,这说明针对界面摩擦而提出的耦合振子模型应用到工程领域场合也能提供一定的指导作用。

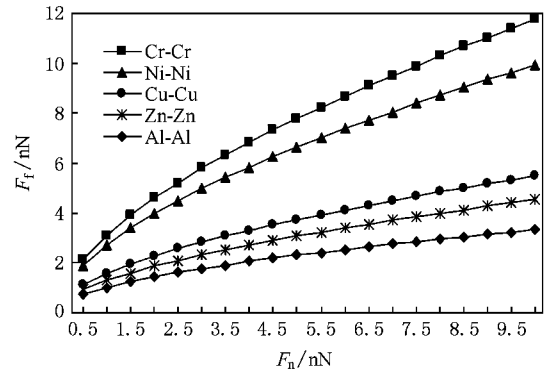


图 5 同种金属探针-样品系统摩擦力随法向载荷的变化

## 6. 结 论

本文在分析已有振子模型局限性的基础上,提出能更合理解释摩擦微观能量耗散机理的 CO 模型,利用其探讨了界面摩擦能量耗散机理,推导了界面摩擦力理论计算公式。AFM 实验结果与理论预测结果符合良好,说明本文提出的理论是合理的。在获取接触系统的一些必要参数后,就能方便地预测其摩擦特性。

1. CO 模型较好地考虑了基体和接触界面对界面原子的作用,并引入了界面原子之间运动的耦合作用,对摩擦过程中的能量耗散问题给出了合理的解释。CO 模型能够合理地解释滑动过程中能量的转移问题。

2. 推导了界面摩擦力通用计算公式。通过研究探针-试样接触系统,发现摩擦力近似与法向载荷的  $2/3$  次方成正比。此外,理论结果还表明摩擦系数并不是一个常数,通常认为这与真实接触面积的变化有关。计算结果与实验结果基本符合,表明本文所提出的理论和方法是可行的。

3. 将所得公式应用到工程领域,计算出各种金

属配对摩擦副的摩擦力随法向载荷变化曲线,发现与手册中各金属摩擦系数大小顺序一致.这表明所

提出的模型和公式在宏观摩擦领域也能提供一定的指导作用.

- [ 1 ] Krim J 2002 *Surf. Sci.* **500** 741
- [ 2 ] Ringlein J, Robbins M O 2004 *Am. J. Phys.* **72** 884
- [ 3 ] Bhushan B 1999 *Principles and Applications of Tribology* ( New York : John Wiley & Sons Inc ) p2
- [ 4 ] Dawson D 1998 *History of Tribology* ( 2nd ed ) ( London : Professional Engineering Publishers ) p1—3
- [ 5 ] Amontons G 1699 *On the Resistance Originating in Machines* ( Paris : Proceedings of the French Royal Academy of Sciences ) p257—282
- [ 6 ] Coulomb C A 1785 *Mem. Math. Phys.*
- [ 7 ] Zhang T, Wang H, Hu Y Z 2001 *Tribology* **21** 396 ( in Chinese ) [ 张涛、王慧、胡元中 2001 摩擦学学报 **21** 396 ]
- [ 8 ] Hu Y Z, Wang H, Zou K, Zhang T 2000 *Tribology* **20** 313 ( in Chinese ) [ 胡元中、王慧、邹鲲、张涛 2000 摩擦学学报 **20** 313 ]
- [ 9 ] Persson B N J 2000 *Sliding Friction : Physics Principles and Applications* ( 2nd ed ) ( New York : Springer )
- [ 10 ] Tomlinson G A 1929 *Phil. Mag. Ser.* **7** 905
- [ 11 ] Kaneko R, Umamura S, Hirano M, Andoh Y, Miyamoto T, Fukui S 1996 *Wear* **200** 296
- [ 12 ] McClelland G M 1990 *Adhesion and Friction, Springer series in Surface* **17** ( Berlin : Springer Verlag ) p245—313
- [ 13 ] Xu Z M, Huang P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2427 ( in Chinese ) [ 许中明、黄平 2006 物理学报 **55** 2427 ]
- [ 14 ] Nosonovsky M 2007 *J. Chem. Phys.* **126** 224701
- [ 15 ] Johnson K L 1998 *Trib. Int.* **31** 413
- [ 16 ] Colchero J, Barò A M, Marti O 1996 *Trib. Lett.* **2** 327
- [ 17 ] Mazeran P E, Loubet J L 1997 *Trib. Lett.* **3** 125
- [ 18 ] Xu Z M, Huang P 2006 *Tribology* **26** 159 ( in Chinese ) [ 许中明、黄平 2006 摩擦学学报 **26** 159 ]
- [ 19 ] Bennewitz R, Gyalog T, Guggisberg M, Bammerlin M, Meyer E, Güntherodt H J 1999 *Phys. Rev. B* **60** 11301
- [ 20 ] Lantz M A, O'Shea S J, Welland M E 1997 *Phys. Rev. B* **55** 10776
- [ 21 ] Schwarz U D, Zwömer O, Köster P, Wiesendanger R 1997 *Phys. Rev. B* **56** 6987
- [ 22 ] Enachescu M, van den Oetelaar R J A, Carpick R W, Ogletree D F, Flipse C F J, Salmeron M 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 1877
- [ 23 ] Qian L M, Luo J B, Wen S Z, Xiao X D 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2240 ( in Chinese ) [ 钱林茂、雒建斌、温诗铸、萧旭东 2000 物理学报 **49** 2240 ]
- [ 24 ] Zhang X G, Meng Y G, Wen S Z 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 728 ( in Chinese ) [ 张向军、孟永钢、温诗铸 2004 物理学报 **53** 728 ]
- [ 25 ] Bhushan B, Koinkar V N 1993 *J. Appl. Phys.* **75** 5741
- [ 26 ] Zheng B W, Feng W 2005 *J. Shanghai Univ.* **11** 500 ( in Chinese ) [ 郑宝文、冯伟 2005 上海大学学报 **11** 500 ]
- [ 27 ] Zhang S Y 2005 *The New Inquiry Handbook of Metal Brand, Performance, Function and the Comparison of Brand Between China and Foreign Country* ( China Science and Culture Press ) p190 ( in Chinese ) [ 张丝雨 2005 最新金属材料牌号、性能、用途及中外牌号对照速用速查实用手册( 香港 : 中国科技文化出版社 ) 第 190 页 ]

# Interfacial friction calculation based on the coupled-oscillator model<sup>\*</sup>

Ding Ling-Yun<sup>†</sup> Gong Zhong-Liang Huang Ping

( School of Mechanical and Automobile Engineering , South China University of Technology , Guangzhou 510640 , China )

( Received 16 January 2008 ; revised manuscript received 1 April 2008 )

## Abstract

A new model named the coupled-oscillator model , in which the relationship of the lateral force and the normal force are considered , is proposed for studying the interfacial friction. The Maugis-Dugdal model is used to approximately substitute the Lennard-Jones potential of the interfacial friction in the new model. Then , the formulas for frictional force calculation are deduced. Comparison between the theoretical results and the experimental data obtained by an atomic force microscope shows that the model and the formulas are practically feasible. Based on the coupled-oscillator model , it is found that the frictional force increases approximately with the 2/3th power of the normal force for a tip-sample contact system , which is the same as the classical conclusion of nano-tribology.

**Keywords** : coupled-oscillator model , interfacial friction , friction force , normal load

**PACC** : 6220P , 8140P

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 50675068 ) and the National Science Foundation for Post-doctoral Scientists of China ( Grant No. 20070410819 ).

<sup>†</sup> E-mail : ly.ding@mail.scut.edu.cn