

一个新的三维混沌系统*

张建雄† 唐万生 徐 勇

(天津大学系统工程研究所, 天津 300072)

(2007 年 10 月 15 日收到 2008 年 5 月 12 日收到修改稿)

构造了一个新的三维连续自治混沌系统. 该系统含有两个参数、一个反正切函数形式的非线性项. 基于线性矩阵不等式方法研究了系统的稳定性. 通过理论分析、数值仿真、Lyapunov 指数谱、分岔图以及 Poincaré 截面图分别研究了系统的复杂动力学特性.

关键词: 混沌系统, 稳定性, 线性矩阵不等式, Lyapunov 指数谱

PACC: 0545

1. 引 言

混沌具有丰富的非线性动力学特性, 是 20 世纪非线性科学领域的重大发现. 在过去的 40 多年中, 混沌已在数学、信息学领域得到了广泛研究^[1]. 1963 年 Lorenz 发现了第一个混沌吸引子^[2], 此后在非线性科学领域备受关注, 迄今为止已是研究得最深入的混沌吸引子. 1999 年 Chen^[3]在 Lorenz 系统的基础上利用混沌反控制方法实现了一个新的混沌系统, 即 Chen 系统. 2002 年 Lü 等^[4,5]相继构造了 Lü 系统和一个统一混沌系统即 Lorenz 系统族. 文献 [6] 构造了含有五个参数的新的三维混沌系统. 文献 [7—9] 分别构造了具有五个平衡点的新的三维混沌系统. 近年来, 人们对混沌的生成研究产生了极大兴趣, 并不断地发现了新混沌系统^[10—15].

本文构造了一个新的三维连续自治混沌系统. 该系统含有两个参数、一个反正切函数形式的非线性项. 该系统与前面所述各类混沌系统是拓扑不等价的. 对于系统的稳定性, 分段线性系统能够以任意精度逼近一般的非线性系统, 是非线性系统分析的有力工具^[16]. 本文把所构造的新系统转化为一类不确定分段线性系统, 基于线性矩阵不等式方法研究了系统的稳定性. 对于新系统的复杂动力学特性, 通过理论分析、数值仿真、Lyapunov 指数谱、分岔图以及 Poincaré 截面图分别进行了研究.

2. 一个三维混沌系统模型及基本动力学性质

2.1. 系统模型及混沌吸引子

系统动力学方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= x_3, \\ \dot{x}_3 &= -a(x_1 + x_2 + x_3) + b \arctan(x_1). \end{aligned} \quad (1)$$

当参数取

$$a = 0.45, b = 4.5 \quad (2)$$

时, 系统存在一个混沌吸引子, 如图 1 所示.

注意到该系统中的非线性项为反正切函数, 而文献 [2—15] 中的非线性项均为变元的双线性项或二次项, 可见系统 (1) 与文献 [2—15] 中的系统非线性函数形式不同. 此外, 由图 1 可知该系统为双涡卷混沌吸引子, 相图的形状和类型与文献 [2—15] 中相应系统相图的形状和类型是不同的. 因此系统 (1) 与前面所述各类混沌系统是拓扑不等价的.

2.2. 动力学性质

2.2.1. 稳定性

分段线性系统能够以任意精度逼近非线性系统, 近十年来已经引起了广泛的关注^[16]. 为了利用

* 国家自然科学基金(批准号: 70471049)和中国博士后科学基金(批准号: 20060400705)资助的课题.

† E-mail: jxzhang@tju.edu.cn

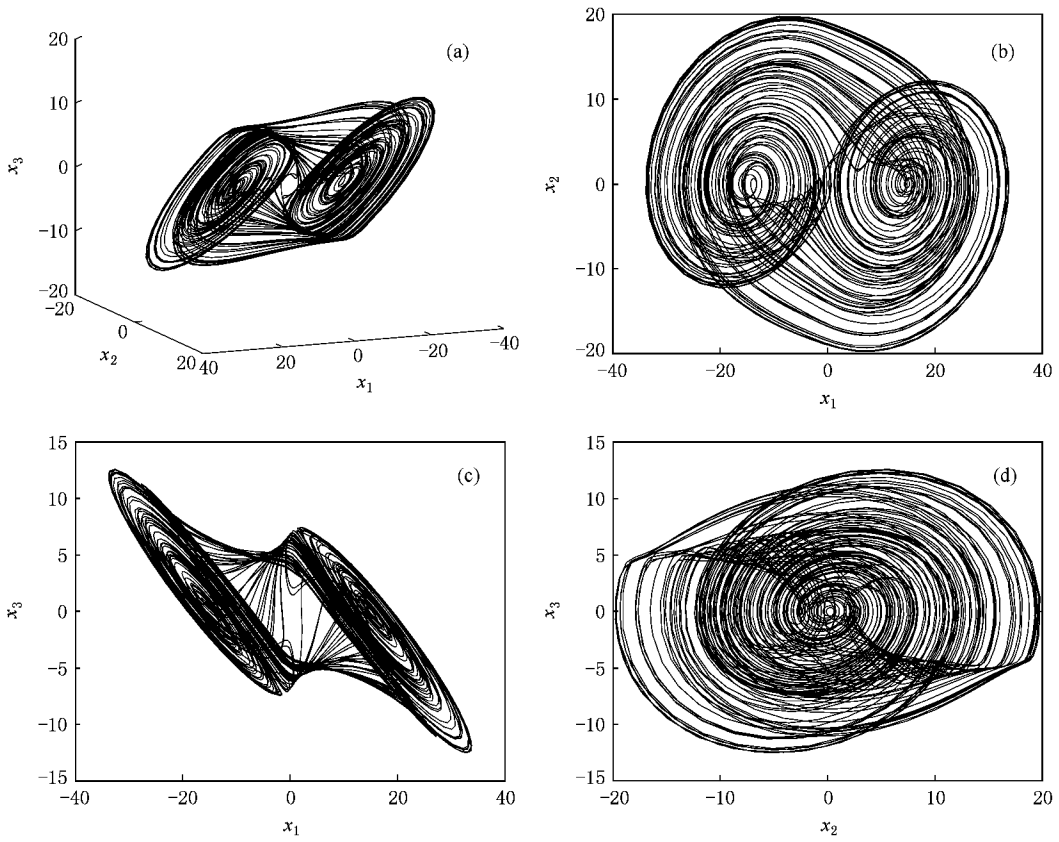


图 1 当 $a=0.45, b=4.5$ 时系统 (1) 的混沌吸引子 (a) x_1, x_2, x_3 三维相图 (b) x_1, x_2 平面相图 (c) x_1, x_3 平面相图 (d) x_2, x_3 平面相图

分段线性系统理论对非线性系统 (1) 进行稳定性分析. 本文把系统 (1) 描述成一类不确定分段线性系统, 用不确定分段线性系统的相关结论对系统 (1) 的稳定性进行了研究. 不失一般性, 考虑如下形式的不确定分段线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A_i + \Delta A_i)x(t) + a_i + \Delta a_i, \\ x(t) &\in X_i, i \in I, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $x \in R^n$ 为连续的状态变量, A_i, a_i 为相应维数的常值矩阵, 闭的 n 维凸多面体 $X_i \subseteq R^n$ 称为单元, 假定各单元除了公共的边界外没有重叠部分. $X = \bigcup_{i \in I} X_i$ 称为系统的分区. 单元下标集 $I = I_0 \cup I_1$, 其中 I_0 为包含原点的单元下标集, I_1 为不包含原点的单元下标集. $\Delta A_i, \Delta a_i$ 为时变参数摄动阵, 满足

$$(\Delta A_i, \Delta a_i) = M_i H(t) \{ N_{A_i}, N_{a_i} \}, \quad (4)$$

其中 M_i, N_{A_i}, N_{a_i} 均为已知的定常阵, $H(t)$ 为满足 $H(t)H^T(t) \leq I$ 的未知的时变函数阵.

此外, 为了研究的简便性, 假定系统的平衡点为原点, 即对 $i \in I_0$, 假定 $a_i = 0, \Delta a_i = 0$.

为了处理形如 (3) 式的仿射系统, 引入下列矩阵

描述:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}, \bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & a_i \\ 0_{1 \times n} & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{M}_i &= \begin{bmatrix} M_i \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{N}_{A_i} = [N_{A_i} \quad N_{a_i}], \\ \Delta \bar{A}_i &= \begin{bmatrix} \Delta A_i & \Delta a_i \\ 0_{1 \times n} & 0 \end{bmatrix} = \bar{M}_i H(t) \bar{N}_{A_i}, \end{aligned}$$

由此可将系统 (3) 等价地表述成

$$\dot{\bar{x}}(t) = (\bar{A}_i + \Delta \bar{A}_i)\bar{x}(t), \bar{x}(t) \in X_i, i \in I. \quad (5)$$

对于确定性分段线性系统的稳定性, 文献 [16] 给出了连续矩阵及多面体单元界的定义, 并构造了分段二次 Lyapunov 函数进行分析.

定义 1 (连续矩阵) 对单元 X_i , 若满足

$$\bar{F}_i \bar{x}(t) = \bar{F}_j \bar{x}(t), \forall \bar{x}(t) \in X_i \cap X_j, \quad (6)$$

则称矩阵 $\bar{F}_i = [F_i \quad f_i]$ 为连续矩阵, 并且若对 $i \in I_0$ 有 $f_i = 0$, 则称 $\{\bar{F}_i\}$ 具有零插值特性.

定义 2 (多面体单元界) 对单元 X_i , 若满足

$$\bar{E}_i \bar{x}(t) \geq 0, \forall \bar{x}(t) \in X_i, \quad (7)$$

则称矩阵 $\bar{E}_i = [E_i \ e_i]$ 为多面体单元界, 并且若对 $i \in I_0$ 有 $e_i = 0$ 则称 $\{\bar{E}_i\}$ 具有零插值特性.

在以上的定义中, 零插值特性是对包含原点区域稳定性分析的必要条件. 引入连续矩阵, 对于任意的对称矩阵 T , 可以构造如下形式的连续的分段二次型标量函数:

$$\begin{aligned} V(x) &= \bar{x}^T \bar{F}_i^T T \bar{F}_i \bar{x} \triangleq \bar{x}^T \bar{P}_i \bar{x}, \\ x(t) &\in X_i, \quad i \in I, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} A_i^T P_i + P_i A_i + E_i^T U_i E_i + \epsilon_i N_{A_i}^T N_{A_i} & P_i M_i \\ & M_i^T P_i \\ E_i^T W_i E_i & < P_i \end{bmatrix} < 0, \quad i \in I_0, \\ \begin{bmatrix} \bar{A}_i^T \bar{P}_i + \bar{P}_i \bar{A}_i + \bar{E}_i^T U_i \bar{E}_i + \epsilon_i \bar{N}_{A_i}^T \bar{N}_{A_i} & \bar{P}_i M_i \\ & \bar{M}_i^T \bar{P}_i \\ \bar{E}_i^T W_i \bar{E}_i & < \bar{P}_i \end{bmatrix} < 0, \quad i \in I_1, \end{cases} \quad (9)$$

其中 $\{\bar{F}_i\}$ 和 $\{\bar{E}_i\}$ 分别表示连续矩阵和多面体单元界且具有零插值特性, 不确定系统 (5) 的任意轨道 $x(t) \in X$ 稳定, 并以指数形式收敛到平衡点原点.

证明请参见文献 18 [p125, Theorem 1].

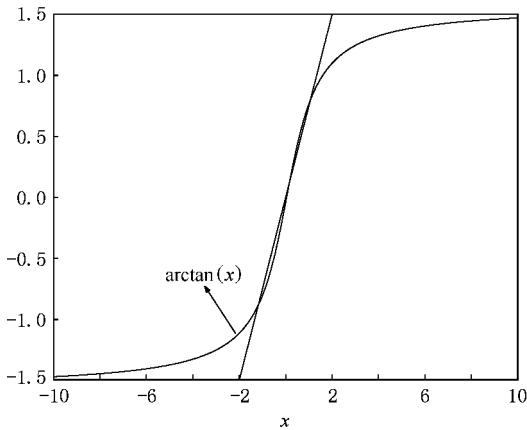


图2 分段线性函数逼近非线性函数 $\arctan(\cdot)$

注意到 (9) 式是一组关于变量 \bar{P}_i 和 ϵ_i 的线性矩阵不等式 (linear matrix inequalities, LMIs^[17]), 因此定理 1 的判别问题是一个 LMIs 的可行性问题, 为凸规划, 用 Matlab 中的 LMI 工具箱^[19]便可求解.

为了分析非线性系统 (1) 的稳定性, 注意到系统的非线性是由 $\arctan(x)$ 项引起, 将其用分段线性

而引入多面体单元界可以结合 S-procedure^[17]来判定 (8) 式的正定性.

对于不确定分段线性系统 (5) 的稳定性分析, 作者基于分段二次 Lyapunov 函数方法在文献 18 给出了以下定理.

定理 1 若存在常数 $\epsilon_i > 0$ 及对称矩阵 T, U_i 和 W_i , 其中 U_i 和 W_i 的元素均为非负, 记 $P_i = F_i^T T F_i, \bar{P}_i = \bar{F}_i^T T \bar{F}_i$, 满足

(仿射) 函数逼近, 如图 2 所示.

由此可将 $\arctan(\cdot)$ 描述成如下形式:

$$\arctan(x_1) = \begin{cases} -2k + \Delta_1, & x_1 < -2, \\ kx_1 + \Delta_2(x_1), & -2 \leq x_1 < 2, \\ 2k + \Delta_3, & 2 \leq x_1. \end{cases} \quad (10)$$

当取 $k = 0.75$ 时, 可以求得

$$\begin{aligned} |\Delta_1| &\leq 0.4, \quad |\Delta_3| \leq 0.4, \\ |\Delta_2(x_1)| &\leq 0.25|x_1|, \end{aligned} \quad (11)$$

记 $c^T = [1 \ 0 \ 0], x^T = [x_1 \ x_2 \ x_3]$, 由此可将系统 (1) 转化为如下形式的分段线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_1 x + a_1 + \Delta a_1, \\ x &\in X_1 \triangleq \{x \mid c^T x < -2\}, \\ \dot{x} &= (A_2 + \Delta A_2)x, \\ x &\in X_2 \triangleq \{x \mid -2 \leq c^T x < 2\}, \\ \dot{x} &= A_3 x + a_3 + \Delta a_3, \\ x &\in X_3 \triangleq \{x \mid 2 \leq c^T x\}, \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} A_1 = A_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a & -a & -a \end{bmatrix}, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.75b - a & -a & -a \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$a_1 = -a_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1.5b \end{bmatrix},$$

$$\Delta a_1 = M_1 H N_{a_1},$$

$$\Delta a_3 = M_3 H N_{a_3},$$

$$\Delta A_2 = M_2 H N_{A_2},$$

$$M_1 = M_2 = M_3 = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 1 \end{bmatrix},$$

$$N_{A_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.25b & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$N_{a_1} = N_{a_3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.4b \end{bmatrix}.$$

由于混沌吸引子的有界性,可将状态空间考虑成 $X \triangleq \{x \mid -20 \leq c^T x < 20\}$,利用文献[16]提供的关于连续矩阵和多面体单元界的构造方法,构造系统(12)的连续矩阵和多面体单元界矩阵如下:

$$\bar{E}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 20 \end{bmatrix},$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{E}_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 20 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix},$$

$$\bar{F}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

利用定理1,当系统参数取 $a = 4.6, b = 4.5$ 时,利用 Matlab7.0 的 LMI 工具箱的 feasp 函数,可以求得满足 LMI(9)的一组可行解如下:

$$\epsilon_1 = \epsilon_3 = 212.4386, \epsilon_2 = 148.7480,$$

$$T = \begin{bmatrix} 0.2056 & 0 & -0.0317 & 0.0733 & 0.0810 \\ 0 & 0.2056 & 0.0317 & -0.0733 & -0.0810 \\ -0.0317 & 0.0317 & 0.6914 & 0.5989 & 0.1344 \\ 0.0733 & -0.0733 & 0.5989 & 1.0727 & 0.1691 \\ 0.0810 & -0.0810 & 0.1344 & 0.1691 & 0.1006 \end{bmatrix},$$

从而证明此时系统(1)是稳定的.取初始点 x_0 坐标为 (8.64) ,仿真得到系统(1)状态曲线如图3所示.

事实上,当参数 $a \geq 4.6, b = 4.5$ 时,均可用定理1验证系统的全局稳定性,并且系统以指数形式收敛到原点.

2.2.2. 平衡点

令系统(1)的右端为零,即

$$x_2 = 0, x_3 = 0, \arctan(x_1) = \frac{a}{b} x_1,$$

其中方程 $\arctan(x_1) = \frac{a}{b} x_1$ 为超越方程,零是其中的平凡解.对于非平凡解,其解析形式无法得到,只能求得数值解.注意到

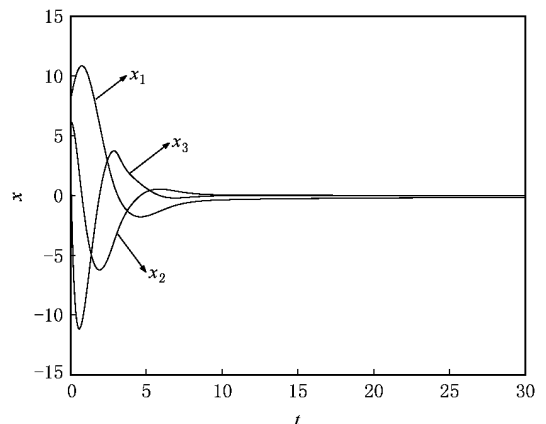


图3 当 $a = 4.6, b = 4.5$ 时系统状态曲线

$$\frac{d}{dx_1} \arctan(x_1) = \frac{1}{1+x_1^2},$$

可知 $\arctan(x_1)$ 的导函数在 $x_1 = 0$ 处达到最大值, 最

大值为 1, 因此若 $a \geq b$, 即 $\frac{a}{b} \geq 1$ 时, 系统具有唯一

平衡点 $S_0(0, 0, 0)$; 若 $a < b$, 即 $\frac{a}{b} < 1$ 时, 系统具有三个平衡点

$$S_0(0, 0, 0), S_1(x_{10}, 0, 0), S_2(-x_{10}, 0, 0),$$

其中 x_{10} 为超越方程 $\arctan(x_1) = \frac{a}{b}x_1$ 的值为正的解.

对于参数 (2) 式, 因 $a < b$, 故系统存在三个平衡点, 并可求得超越方程 $\arctan(x_1) = \frac{a}{b}x_1$ 的值为正的数值解 $x_{10} = 15.0442$.

将系统 (1) 在平衡点 S 处线性化, 求得 Jacobian 矩阵, 即

$$J_s = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a + b(1+x_{1s}^2) & -a & -a \end{bmatrix}.$$

当参数取 (2) 式时, 对于平衡点 S_0 , 即对应 $x_{1s} = 0$,

由 $|\lambda I - J_s| = 0$ 求得 J_s 对应的特征值为

$$\lambda_1 = 1.3724,$$

$$\lambda_2 = -0.9112 + j1.4563,$$

$$\lambda_3 = -0.9112 - j1.4563,$$

因为 λ_1 为正实数, λ_2, λ_3 为一对共轭复根, 因此平衡点 S_0 为一不稳定的鞍焦点.

对于非零平衡点 S_1, S_2 , 即分别对应 $x_{1s} = \pm 15.0442$, 均求得 J_s 对应的特征值为

$$\lambda_1 = -0.6943,$$

$$\lambda_2 = 0.1222 + j0.7776,$$

$$\lambda_3 = 0.1222 - j0.7776,$$

此时 λ_1 为负实数, 而 λ_2, λ_3 为一对具有正实部的共轭复根, 因此平衡点 S_1, S_2 均为不稳定的鞍焦点.

2.2.3. 对称性

系统 (1) 具有对称性. 通过变换

$$(x_1, x_2, x_3) \rightarrow (-x_1, -x_2, -x_3) \quad (13)$$

后, 系统保持不变. 变换式 (13) 可表示为

$$K: R^3 \rightarrow R^3, x \mapsto Kx,$$

$$K = \begin{bmatrix} -1 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{bmatrix},$$

满足

$$f(Kx) = Kf(x),$$

即系统关于原点对称, 并且这种对称性对所有参数均成立. 由图 1 可以观察到这种关于原点的对称性.

2.2.4. 耗散性

由于散度

$$\nabla V = \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_3} = -a,$$

当 $a > 0$ 时, 系统 (1) 是耗散的, 并以指数形式

$$\frac{dV}{dt} = e^{-at},$$

进行收敛, 即当 $t \rightarrow +\infty$ 时, 包含系统轨线的每个小体积元 V 以指数速率 e^{-at} 收缩到零, 导致系统所有的轨线最终会被限制在一个体积为零的极限子集上, 其极限运动将收敛到一个体积为零的吸引子上, 这也说明了吸引子的存在性.

2.2.5. Lyapunov 指数 (LE) 谱与分岔图

情况 1 固定参数 $b = 4.5$, 改变 $a, a \in [0.4, 1]$.

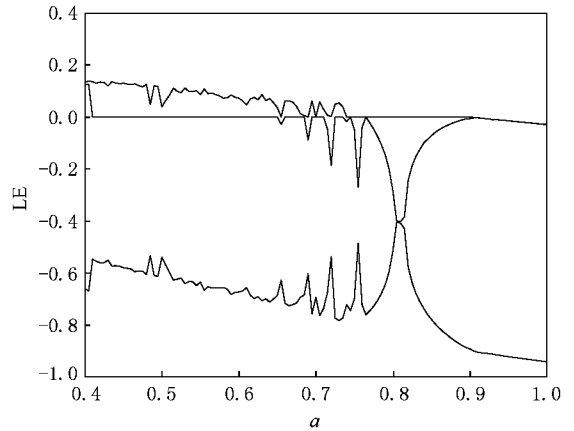


图 4 当 a 变化时系统的 LE 谱

当 a 在 $[0.4, 1]$ 变化时, 系统的 LE 谱如图 4 所示. 对参数 (2) 式, 即 $a = 0.45, b = 4.5$, 求得 LE 谱为 $LE_1 = 0.1304, LE_2 = 0, LE_3 = -0.58$, 表明此时系统为混沌的. 当 $a \in [0.4, 0.41]$ 时, 有两个大于零的 LE 和一个小于零的 LE, 此时系统为不稳定的; 当 $a \in [0.41, 0.65]$ 时, 有一个大于零的 LE 和一个等于零的 LE, 此时系统为混沌的; 当 $a \in [0.65, 0.74]$ 时, 最

大 LE 时而大于零,时而等于零,此时系统为混沌与周期运动交替出现,即当最大 LE 大于零的时候,系统处于混沌状态,当最大 LE 等于零的时候,系统为周期运动;当 $a \in [0.74, 0.91]$ 时,最大 LE 等于零,此时系统为周期运动;当 $a \in [0.91, 1]$ 时,最大 LE 小于零,此时系统根据不同的初值分别收敛到非零平衡点 S_1, S_2 .

取 $x_3 = 0$ 这个截面,当 $a \in [0.41, 1]$ 时, x_2 的分岔图如图 5 所示.由分岔图也可判断出类似于上述根据 LE 谱得到的分析结果.例如由图 5 可知,当 $a \in [0.91, 1]$ 时, x_2 的值收敛到零.

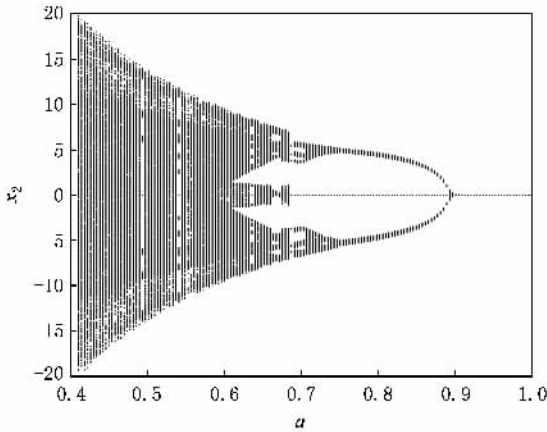


图 5 当 a 变化时 x_2 的分岔图

情况 2 固定参数 $a = 0.45$ 改变 $b, b \in [2, 7]$.

当 b 在 $[2, 7]$ 变化时,系统的 LE 谱如图 6 所示.当 b 在 2.35 和 2.55 附近时最大 LE 等于零,系统为周期运动;对其他的参数 b ,有一个大于零的 LE 和一个等于零的 LE,系统为混沌的.

取 $x_3 = 0$ 这个截面,当 $b \in [2, 3]$ 时, x_2 的分岔图如图 7 所示.由分岔图也可判断出当 $b \in [2.3, 2.6]$ 时,系统周期运动的存在.

在以上分析中,当最大的 LE 等于零时系统为周期运动,如图 8 所示.

2.2.6. Poincaré 截面

Poincaré 截面方法是观察与分析系统复杂的动力学行为的一种直观而有效的方法. Poincaré 截面的选取不能包含系统的轨线,也不能与轨线相切.

对参数(2)式,取过平衡点原点的某平面作截

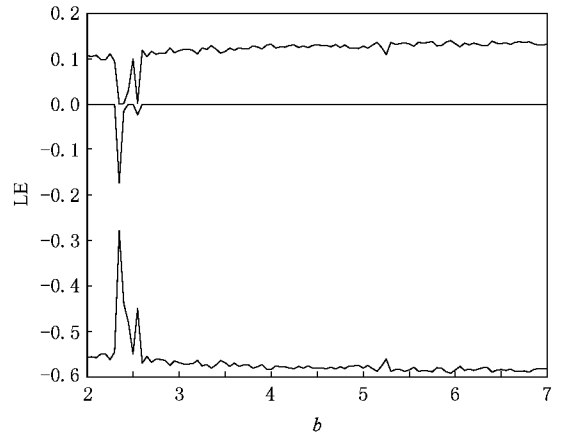


图 6 当 b 变化时系统的 LE 谱

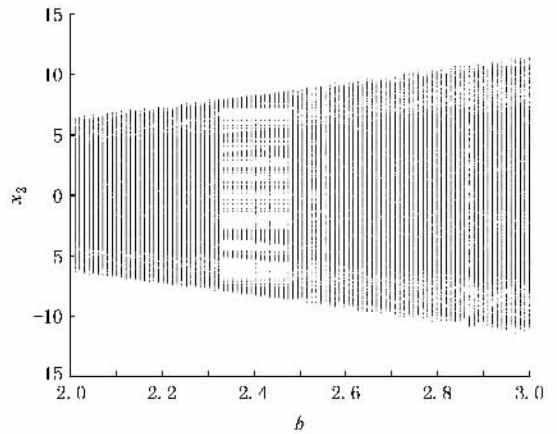


图 7 当 b 在 $[2, 3]$ 上变化时 x_2 的分岔图

面,得到 Poincaré 映像图 9.其中图 9(a)为过原点的截面 $x_3 = 0$ 上形成的 Poincaré 映像;图 9(b)为截面 $x_2 = 0$ 上形成的 Poincaré 映像;图 9(c)为过原点的截面 $x_1 = 0$ 上形成的 Poincaré 映像.由图可见,截面上的截点形成线状或片状的稠密点集,说明了此时系统的运动是混沌的.这也可从系统的 LE 谱(有一个大于零的 LE 和一个等于零的 LE)得到验证.

对 $a = 0.69, b = 4.5$,取过原点的平面 $x_3 = 0$ 作截面,得到 Poincaré 映像图 10.由图可知,截面上只有离散的 10 个点,表明此时系统是周期运动,这也可从图 8(a)所示的周期轨以及系统的 LE 谱(有一个等于零的 LE 和两个小于零的 LE)得到验证.



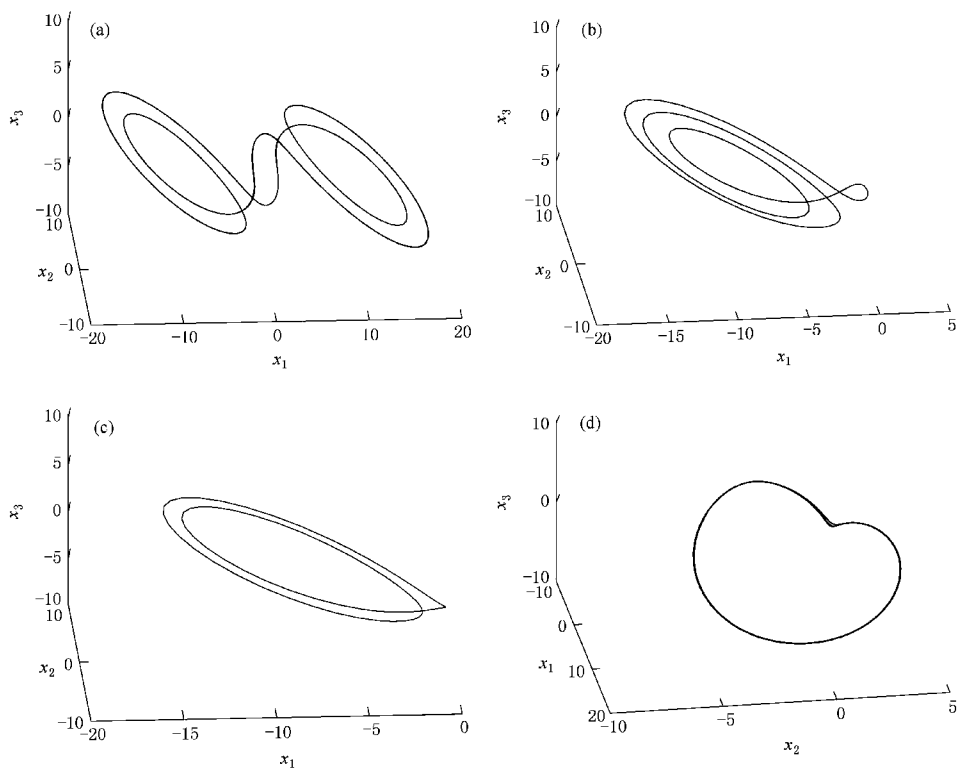


图 8 当 a, b 取不同参数时系统的周期轨 (a) $a=0.69, b=0.45$ (b) $a=0.72, b=4.5$ (c) $a=0.75, b=4.5$ (d) $a=0.45, b=2.55$

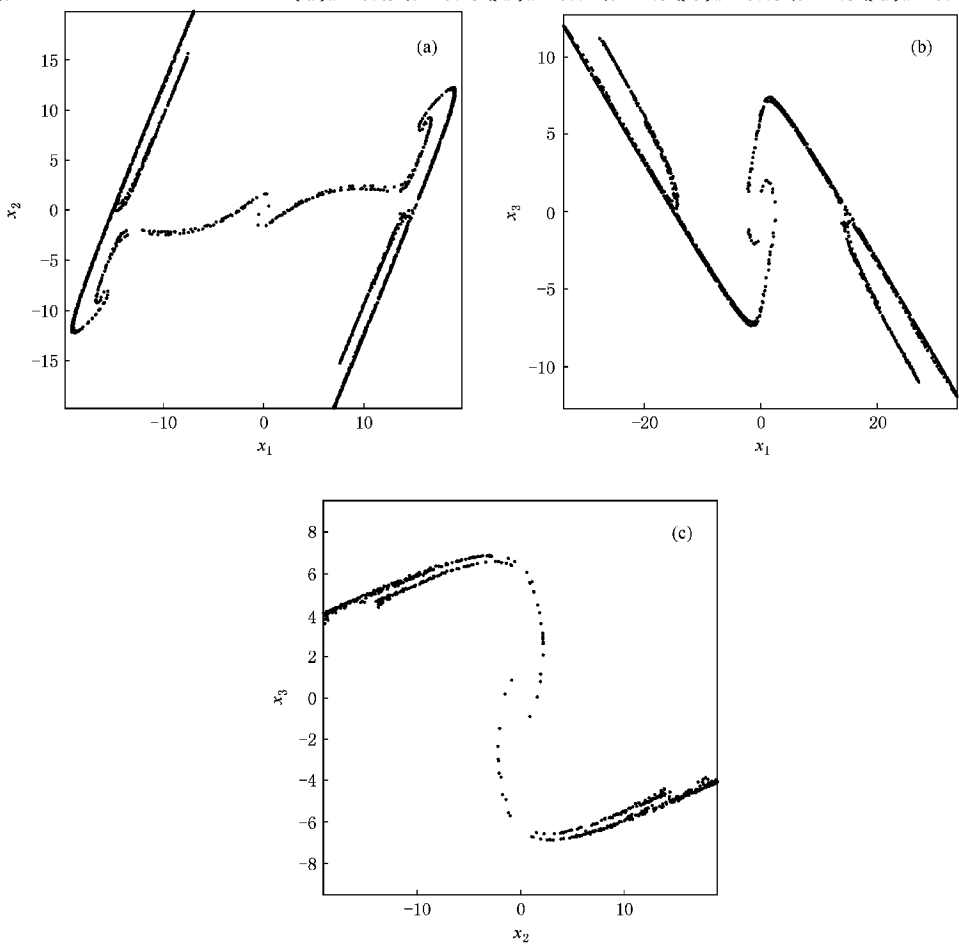


图 9 Poincaré 映像 (a) $x_3=0$ (b) $x_2=0$ (c) $x_1=0$

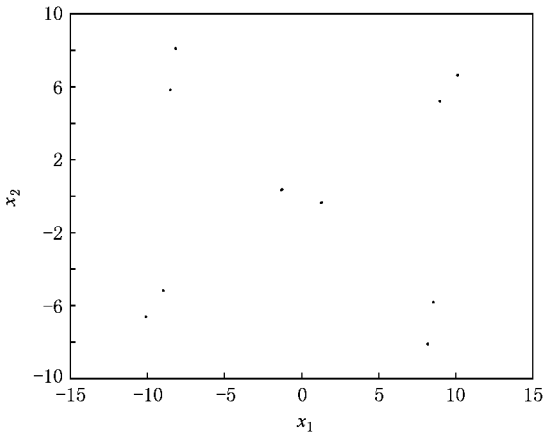


图 10 当 $a = 0.69, b = 4.5$ 时 Poincaré 映像

3. 结 论

本文研究了一个新的三维混沌系统. 通过将其转化成一类不确定分段线性系统, 从而利用线性矩阵不等式方法分析了系统的稳定性. 并通过理论计算、数值仿真、LE 谱、分岔图、Poincaré 截面图分析了系统的动力学性质, 验证了系统的混沌特性.

- [1] Chen G R , Dong X 1998 *From Chaos to Order : Methodologies , Perspectives and Applications* (Singapore : World Scientific)
- [2] Lorenz E N 1963 *J. Atmos. Sci.* **20** 130
- [3] Chen G R , Ueta T 1999 *Int. J. Bifurc. Chaos* **9** 1465
- [4] Lü J H , Chen G R 2002 *Int. J. Bifurc. Chaos* **12** 659
- [5] Lü J H , Chen G R , Čelikovský S 2002 *Int. J. Bifurc. Chaos* **12** 2917
- [6] Liu C X , Liu T , Liu K , Liu L 2004 *Chaos , Solitons & Fractals* **22** 1031
- [7] Liu W B , Chen G R 2004 *J. Southeast Univ.* **20** 477
- [8] Qi G Y , Chen G R , Du S Z *et al* 2005 *Physica A* **352** 295
- [9] Wang G Y , Qiu S S , Xu Z Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3295 (in Chinese) [王光义、丘水生、许志益 2006 物理学报 **55** 3295]
- [10] Wang J Z , Chen Z Q , Yuan Z Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3956 (in Chinese) [王杰智、陈增强、袁著祉 2006 物理学报 **55** 3956]
- [11] Liu L , Su Y C , Liu C X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1966 (in Chinese) [刘 凌、苏燕辰、刘崇新 2007 物理学报 **56** 1966]
- [12] Cai G L , Tan Z M , Zhou W H , Tu W T 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6230 (in Chinese) [蔡国梁、谭振海、周维怀、涂文桃 2007 物理学报 **56** 6230]
- [13] Wang G Y , Zheng Y , Liu J B 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3113 (in Chinese) [王光义、郑 艳、刘敬彪 2007 物理学报 **56** 3113]
- [14] Wang F Z , Chen Z Q , Wu W J , Yuan Z Z 2007 *Chin. Phys.* **16** 3238
- [15] Liu Y Z , Jiang C S , Lin C S , Sun H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5131 (in Chinese) [刘扬正、姜长生、林长圣、孙 晗 2007 物理学报 **56** 5131]
- [16] Johansson M 2003 *Piecewise Linear Control Systems* (Berlin : Springer)
- [17] Boyd S , El Ghaoui L , Feron E *et al* 1994 *Linear matrix inequalities in system and control theory* (Philadelphia : SIAM)
- [18] Zhang J X , Tang W S 2008 *J. Dyn. Control Syst.* **14** 121
- [19] Gahinet P , Nemirovski A , Laub A *et al* 1995 *The LMI Control Toolbox* (The Math works Inc.)

A new three-dimensional chaotic system^{*}

Zhang Jian-Xiong[†] Tang Wan-Sheng Xu Yong

(*Institute of Systems Engineering, Tianjin University 300072, China*)

(Received 15 October 2007; revised manuscript received 12 May 2008)

Abstract

This paper presents a new three-dimensional continuous autonomous chaotic system. The new system has two system parameters and a nonlinear term which takes the form of arc tangent function. The stability of the new system is investigated based on linear matrix inequality (LMI) method. And the complex dynamic properties are studied by theoretical analysis, numerical simulation, Lyapunov exponents spectrum, bifurcation diagrams and Poincaré section diagrams.

Keywords : chaotic system, stability, linear matrix inequalities, Lyapunov exponents spectrum

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 70471049) and the National Science Foundation for Post-doctoral Scientists of China (Grant No. 20060400705).

[†] E-mail : jxzhang@tju.edu.cn