第 57 卷 第 11 期 2008 年 11 月
1000-3290/2008/57(11)/7252-05
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.57, No.11, November, 2008

高温超导体中约瑟夫森涡旋流阻的振荡效应*

尤育新† 赵志刚 王 进 刘 楣
(东南大学物理系, 南京 210096)
(2008 年 1 月 7 日收到; 2008 年 4 月 20 日收到修改稿)

通过数值计算耦合 sine-Gordon 方程组研究高温超导体中约瑟夫森涡旋的运动,得到约瑟夫森涡旋电压和流阻随平面磁场和驱动电流的变化规律.固定驱动电流,约瑟夫森涡旋电压和流阻随着磁场的增大出现周期性的振荡行为,振荡周期与每层约瑟夫森结中进入一个磁通量子相对应.分析和阐明了产生这种周期性振荡的原因.

关键词: 约瑟夫森涡旋, 涡旋格子, 高温超导
PACC: 7460E, 7470J, 7450

1. 引 言

铜氧化物超导体具有弱耦合层状结构的重要特征,在磁场中其输运性质表现出很强的各向异性.在外加磁场平行于超导体的铜氧面层时,磁通线将穿透非超导层,形成约瑟夫森涡旋(JV)格子.而垂直于平面的磁场形成的磁通被称为饼涡旋(PV)格子[1].每个约瑟夫森涡旋中心带有一个磁通量子,在垂直于平面方向加上一个驱动电流 γ,JV 运动是由平面内的超流和平面间本征约瑟夫森隧道电流构成的[2—4].

高温超导体中的约瑟夫森涡旋运动表现出特殊的输运性质,引起了近年来实验和理论工作者极大的研究兴趣[5—7]. 2002 年 Ooi 等人测量 $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+y}$ 单晶中的 JV 流阻[8],首先发现在一个较大的磁场范围内,JV 流阻随磁场的变化出现周期性的振荡行为,振荡周期为$\frac{\phi_0}{2sL}$, L 表示样品的平面宽度,s 表示 z 方向晶格长度.这种振荡周期与每两层结的区域增加一个磁通量子相对应.数值计算表明这种振荡是 JV 格子和 L 的匹配效应引起的[9].进一步的实验研究发现,在样品的平面宽度 L 与约瑟夫森穿透深度 λ_J 同数量级的实验样品中,JV 流阻会随着磁场的增大出现周期为 $H_p=\frac{\phi_0}{sL}$的振荡[10,11]. 周期 H_p 与每一层结中增加一个磁通量子相对应. JV 流阻的研究对基础理论和应用有重要作用[12].

本文通过数值计算 sine-Gordon 方程组,研究高温超导体中的约瑟夫森涡旋运动,得到 z 方向 JV 电压 V 随驱动电流 γ 和平行于平面磁场 h 的变化规律.发现在驱动电流增大到退钉扎临界电流 γ_d 时,部分 JV 退钉扎形成紊乱的塑性运动.在驱动电流增大到一个动力学临界电流 γ_m 时,JV 完全被融化并表现出一个稳定 JV 格子整体流动行为. 融化后形成的稳定 JV 流阻值表明在 z 方向存在很强的本征钉扎. 固定一个小的测量电流,增加磁场到一个临界磁场 h_m 后,JV 电压随着磁场的变化出现周期性振荡行为.这与实验上发现的高温超导体中 JV 流阻随磁场的变化出现周期性振荡行为相符合[10].我们分析了产生这种周期性振荡的原因.发现在样品中涡旋量子形成三角形 JV 格子,其线性运动产生了稳定的电压和流阻.当每两个约瑟夫森结中增加 1 个涡旋中心,三角形的 JV 格子周期性被破坏,相对应无序 JV 格子流动产生较小的电压和较低的流阻.由此 JV 流阻随磁场的增加产生了振荡行为,其振荡周期与每个约瑟夫森结中增加一个涡旋中心相对应 $\Delta h_p=1$. JV 格子流阻随磁场变化的振荡行为是由于边界对量子化磁通的调制,不同构型的 JV 格子流动形成不同流阻.

---

* 国家自然科学基金(批准号:10574021, 10647114),高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:20060286044)资助的课题.
† 通讯联系人. E-mail: tiki82@e172.com

2. 模型和方程

图 1 为高温超导体中约瑟夫森涡旋格子结构示意图. 高温超导体为层状结构,图中薄层为超导层(Cu-O 层),其厚度为 t. 两个超导层之间为载流子源层,其厚度为 d. z 方向一个本征约瑟夫森结厚度为晶格常数 $s=t+d$. 样品在 x 方向的宽度为 L. 当外加磁场 H 沿 y 方向,驱动电流密度 j 沿负 z 方向,磁通受到 x 方向的洛伦兹力 F 的作用而产生运动,引起约瑟夫森涡旋的变化. 我们研究驱动电流引起 JV 变化在 z 方向的传播引起的电压 V 和流阻 R_{JV}.

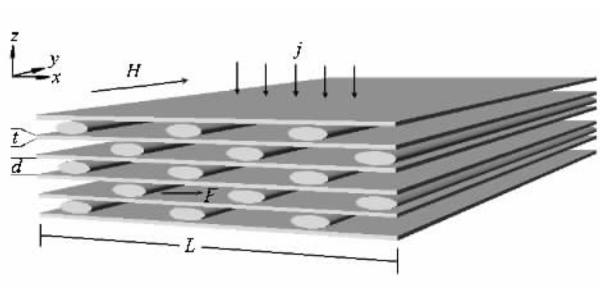

图 1　高温超导体中约瑟夫森涡旋格子结构示意图

首先在 x-z 平面上选取一个 x 方向的宽为 L, z 方向含有 N 个约瑟夫森结的系统,该系统有 N 层非超导层和 $N+1$ 层超导层. 定义 $\phi_i(x,\tau)$为与第 i 个约瑟夫森结相邻两超导层之间的规范不变相位差. $\phi_i(x,\tau)$是时间 τ 位置 x 的函数,相位差 $\phi_i(x,\tau)$的变化满足 sine-Gordon 动力学方程组[13]

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\begin{pmatrix}\phi_1\\ \\ \phi_i\\ \\ \phi_N\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & S & & & 0\\ S & 1 & S & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & S & 1 & S\\ 0 & & & S & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}J_1\\ \\ J_i\\ \\ J_N\end{pmatrix}, \tag{1}$$

式中 N 维方阵表达了相邻约瑟夫森结之间的耦合. J_i 为穿过第 i 个约瑟夫森结的 z 方向规格化电流密度. S 表示相邻结的耦合强度,其表达式为

$$S=-\frac{\lambda_{\mathrm{L}}}{d\sinh(t/\lambda_{\mathrm{L}})+2\lambda_{\mathrm{L}}\cosh(t/\lambda_{\mathrm{L}})}, \tag{2}$$

式中 λ_{L} 为伦敦穿透深度. 采用电阻电容分路(RCSJ)模型,规格化电流密度 J_i 表达式为

$$J_i=\frac{\partial^2\phi_i}{\partial\tau^2}+\alpha\frac{\partial\phi_i}{\partial\tau}+\sin\phi_i-\gamma, \tag{3}$$

式中右侧第一项 ϕ_i 关于时间 τ 的二阶导数为位移电流项. 第二项为正常电流项, $\alpha=\sqrt{\hbar/(2ej_{\mathrm{c}}R^2C)}$ 为阻尼系数,其中 j_{c}, R, C 分别表示约瑟夫森结的临界电流密度、单位面积的正常结电阻和结电容. 第三项为约瑟夫森隧道电流项. 第四项 γ 为 z 方向驱动电流密度, $\gamma=j/j_{\mathrm{c}}$. 以上公式中电流值由临界电流密度 j_{c} 规格化,位置 x 和时间 τ 分别由约瑟夫森穿透深度 $\lambda_{\mathrm{J}}=\sqrt{\hbar/[2e\mu_0 j_{\mathrm{c}}(d+2\lambda_{\mathrm{L}})]}$ 及约瑟夫森等离子频率 $\omega_{\mathrm{p}}=\sqrt{2ej_{\mathrm{c}}/(\hbar C)}$ 规格化.

假设外加磁场为均匀磁场,方程(1)中不包含磁场项,磁场只出现在边界条件中. 方程(1)在 x 方向的边界条件为

$$\left.\frac{\partial\phi_i}{\partial x}\right|_{x=0,L}=\frac{H}{j_{\mathrm{c}}\lambda_{\mathrm{J}}}\equiv h\frac{2\pi}{L}, \tag{4}$$

式中 h 表示每个本征约瑟夫森结中含有的 JV 中心的个数. 我们所取的参数为 $S=-0.4997$, $\alpha=0.1$, $N=5$, $L=5$. 用有限差分方法求解非线性偏微分方程组(1), 得到某一时刻、某一位置约瑟夫森电压是相位差 $\phi_i(x,\tau)$的时间变化率$\frac{\partial\phi_i(x,\tau)}{\partial\tau}$. 对时间 τ 和位置 x 求$\frac{\partial\phi_i(x,\tau)}{\partial\tau}$的系综平均值,得到第 i 个约瑟夫森结电压为

$$\omega^i=\lim_{\tau\to\infty}\frac{1}{L(\tau-\tau_0)}\int_{\tau_0}^{\tau}\int_0^L\frac{\partial\phi_i}{\partial\tau}\mathrm{d}x\mathrm{d}\tau. \tag{5}$$

我们定义由驱动电流 γ 引起的涡旋相位在 z 方向传播的平均速度为平均结电压 $V\equiv\frac{1}{N}\sum_1^N\omega^i$. z 方向上下两个界面的 JV 电压越大, JV 流阻越大 $R_{\mathrm{JV}}=V/\gamma$. 因此流阻越大 JV 电压越高表示位相运动在本征约瑟夫森结中的隧穿阻力越大,磁通在 z 方向运动被钉扎在结上而产生的电压越大.

3. 结果和讨论

首先, 我们计算了磁场 h 分别等于 0,0.5 和 1 三种情况下 JV 电压 V 随电流 γ 的变化关系,表示在图 2 中. 图中 $h=0$ 的数据用方块符号表示、$h=0.5$ 用圆圈符号表示、$h=1$ 用三角符号表示,符号之间用直线连接以示清晰.

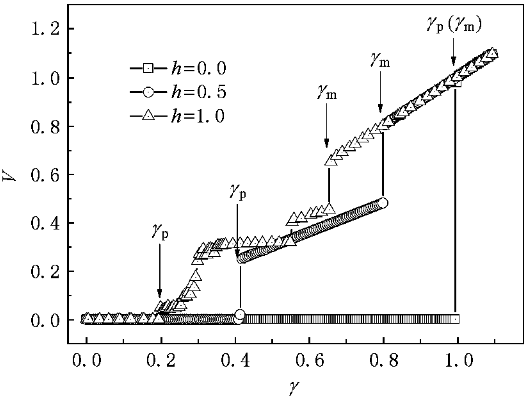

图 2　不同磁场下 JV 电压 V 随驱动电流 γ 的变化曲线

我们从图 2 中的 V-γ 曲线形状来分析 JV 格子运动. 首先定义 γ_d 为退钉扎临界电流密度. 当驱动电流 $\gamma < \gamma_d$ 时,涡旋被钉扎. 当驱动电流 $\gamma > \gamma_d$ 时,涡旋开始运动产生了有限电阻. 由于在一个强关联涡旋系统中存在很强的钉扎效应,当驱动电流较弱时,只有很少部分涡旋被融化开始运动,表现出较小的黏滞阻力. 随着被融化涡旋数量的增加阻力也增大. 当驱动电流增大到一个临界电流 γ_m 时,涡旋全部被融化. 因此我们定义 γ_m 为 JV 格子的动力学融化临界电流密度. 当 $\gamma > \gamma_m$,全部融化的涡旋在相互作用下形成关联格子的集体运动. JV 格子的集体运动与驱动电流成线性关系,流阻为一稳定的常数值. 从图 2 中的 V-γ 曲线可以看出:1) 在没有外磁场情况下 $\gamma_d = \gamma_m = 1$,这说明涡旋对的退钉扎临界电流与融化临界电流相同且最大,它就等于超导的临界电流密度. 2) 在磁场增加到 $h = 0.5$ 和 1,退钉扎临界电流密度 γ_d 分别减小到 0.4 和 0.2, 融化电流密度 γ_m 分别减小到 0.8 和 0.65. 这是由于当进入超导体的磁场密度增加,涡旋之间相互作用使在较小的驱动电流作用下更容易被驱动和融化. 3) 当驱动电流在 $\gamma_d < \gamma < \gamma_m$ 区间时,由于涡旋运动产生了有限电阻,但仍然有部分涡旋被钉扎,运动状态表现为塑性流动状态,流阻随驱动电流的增大表现为复杂的行为. 同时随着磁场越大,涡旋塑性流动状态越复杂. 当驱动电流 $\gamma > \gamma_m$ 时,涡旋全部被融化形成了关联格子的集体运动,电压随电流的增大成线性增加关系,流阻表现为一个稳定的常数值. 高温超导体 JV 格子动力学相变和相图还有待于进一步的研究.

随后,我们固定驱动电流 $\gamma = 0.2$,计算 JV 电压 V 随磁场 h 的变化曲线表示在图 3 中. 从图中的 V-h 曲线形状可以发现当磁场小于 0.6 时涡旋被钉扎,当磁场等于 0.6 时部分涡旋退钉扎开始运动引起耗散电阻. 我们定义引起涡旋开始运动的磁场为退钉扎临界磁场 h_d ($=0.6$). 同时我们还定义引起涡旋全部退钉扎的磁场为融化临界磁场 h_m ($=5$). 当磁场在 $h_d < h < h_m$ 范围内,部分涡旋退钉扎,运动成塑性流动状态. 当磁场增大到 $h > h_m$,并在一个比较大的范围内,融化后的涡旋运动形成关联格子的集体弹性运动. 我们发现 JV 格子的关联运动电压 V 和电阻 R_{JV} 随磁场增加保持稳定状态,并随磁场的变化出现周期性振荡行为,振荡周期 h_p 稳定在 $h_p = 1$ 的值. 我们将图 3 中磁场在 $5 < h < 14$ 范围内的 V-h 曲线表示在插图中. 可以看出当磁场为 6 (a 点),7 (c 点)等值时,系统处于高电阻态,当磁场为 6.5 (b 点), 7.5 等值时, 系统处于低电阻态. 电阻变化振荡周期 $h_p = 1$.

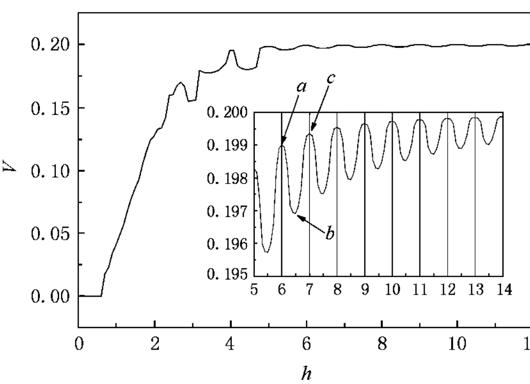

图 3　驱动电流 $\gamma = 0.2$ 时 JV 电压 V 随磁场 h 的变化曲线

为了解释电压随磁场周期性振荡的原因,我们将图 3 插图中磁场在 a, b, c 三点时的 JV 格子图像表示在图 4(a),(b) 和(c)中. 图 4(a)和(c)对应于系统处于高电阻态的涡旋位型,(b)对应于系统处在低电阻态的涡旋位型. 图中曲线为 $\sin\phi_i$ 表示约瑟夫森电流,JV 中心的位置由 $\sin\phi_i = 0$ 和 $\frac{\delta \sin\phi_i}{\delta x} < 0$ 决定.

首先,我们分析图 4 中 JV 格子的直观图像. 图 4(a)中 $h = 6$ 表示在 $x = 0$ 和 L 边界条件的作用下,使得每一层结中的涡旋相位变化在 $x = 0$ 到 L 之间包含 6 个完整的周期($\Delta\phi_i \equiv \phi_{i,x=L} - \phi_{i,x=0} = h2\pi$),即每一层结中包含 6 个涡旋中心. 从图中还可以看到在同一 x 位置上下两层结的涡旋相位差等于 π, JV 中心形成了周期性的三角形点阵格子. 而在图 4(b)中磁场增加到 $h = 6.5$ 时,第一层结中包含 6 个

涡旋中心，第二层结中包含 7 个涡旋中心，即在每两个结中增加一个涡旋中心．这种结构的变化使得在同一 x 位置上下两层结的相位差是无序的．这也就是说每当磁场增加 0.5，使得三角形的 JV 点阵改变成为无序格子态．图 4(c)中 $h=7$，磁场从 6 增加到 7 使得每一层结中含 JV 中心个数从 6 增加到 7，但仍然保持三角形的 JV 周期性结构．

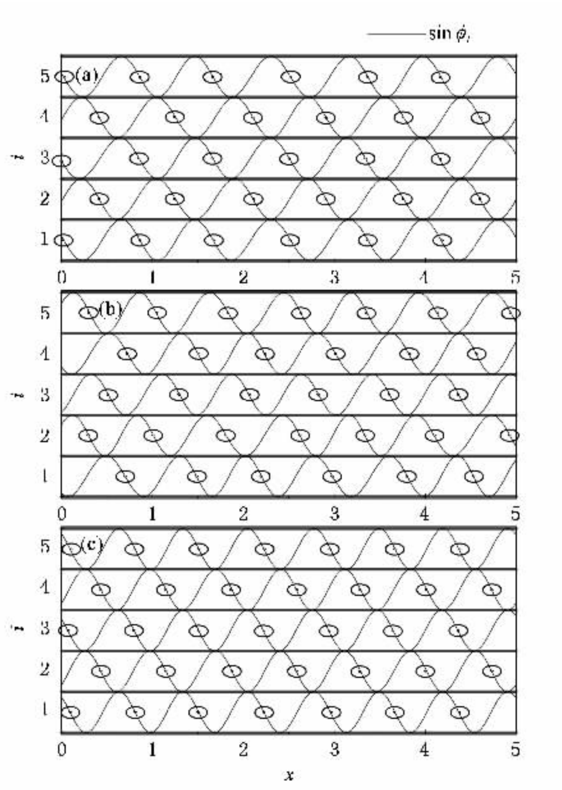

图 4　JV 格子图形(椭圆表示 JV 中心，曲线 $\sin\phi_i$ 表示约瑟夫森电流值、i 表示约瑟夫森结层、x 表示位置)

最后，我们从图 4 中 JV 格子图像解释流阻随磁场增加呈周期性振荡的原因．平行于 Cu-O 层的磁场从边界流入样品，磁通只能以量子化的整数进入结中．由于边界对量子化磁通的调制，进入的涡旋形成不同构型的约瑟夫森涡旋格子．在图 4(a)与(c)中，三角形周期性格子的整体运动时位相运动始终有序，所有 $V(x,\tau)$ 相叠加，形成 JV 流阻是一个稳定的高阻值．图 4(b)中，如果样品中每一层增加分数个涡旋量子，使得原周期性格子被破坏．这种结构的变化使得在同一 x 位置上下两层结的相位差是无序的．不同位置上的电压 $V(x,\tau)$ 有相消部分．JV 流阻是一个稳定的低阻值．在三角形格子情况下，平均每个结中增加整数个涡旋中心时为高阻态，平均每个结中增加半整数个涡旋中心时为低阻态．振荡周期 $h_p=1$ 对应于每层约瑟夫森结中增加一个涡旋．因此 JV 格子流阻随磁场变化的振荡行为是由于边界对量子化磁通的调制，不同构型的 JV 格子流动，$V(x,\tau)$ 的相互叠加和相消形成流阻的振荡行为．

4. 结　论

本文采用 sine-Gordon 方程组来研究高温超导体中的 JV 格子动力学，计算了 JV 运动电压随磁场和驱动电流的变化规律．得到当磁场密度增大到一个临界值后，JV 电压和流阻随着磁场的变化出现周期性振荡行为．我们研究了产生周期振荡时的 JV 格子位型，发现产生周期振荡的原因是由于边界条件的限制，约瑟夫森涡旋格子表现出不同的构型．高温超导层状结构导致了 z 方向很强的本征钉扎使涡旋流动表现出相干性．

[1] He G L，He Y W，Zhao Z G，Liu M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 839 (in Chinese)［何国良、贺延文、赵志刚、刘　楣 2006 物理学报 **55** 839］

[2] Bending Simon J，Dodgson Matthew J W 2005 *J. Phys.：Condens. Matter* **17** 955

[3] Kleiner R，Steinmeyer F，Kunkel G *et al* 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 2394

[4] Koshelev A E 2003 *Phys. Rev.* B **68** 094520

[5] Zhu B Y，Wang H B，Kim S M *et al* 2005 *Phys. Rev.* B **72** 174514

[6] Kadowaki K，Kakeya I，Yamamoto T *et al* 2006 *Physica C* **437-438** 111

[7] Nagao M，Urayama S，Kim S M *et al* 2006 *Phys. Rev.* B **74** 054502

[8] Ooi S，Mochiku T，Hirata K 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 247002

[9] Machida M 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 037701

[10] Hirata K，Ooi S，Sadki E H *et al* 2003 *Physica* B **329-333** 1332

[11] Yu S，Ooi S，Mochiku T *et al* 2005 *Physica* C **426-431** 56

[12] Bae Myung-Ho，Lee Hu-Jong，Choi Jae-Hyun 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 027002

[13] Saki S，Bodin P 1993 *J. Appl. Phys.* **73** 2411

Oscillations of Josephson-vortex flow resistance in high-T_c superconductors*

You Yu-Xin† Zhao Zhi-Gang Wang Jin Liu Mei

(*Department of Physics*, *Southeast University*, *Nanjing* 210096, *China*)

(Received 7 January 2008; revised manuscript received 20 April 2008)

Abstract

Using the coupled sine-Gordon equations, we investigate the motion of Josephson vortex in high-T_c superconductors. It is found that the oscillation behavior in the average voltage and resistance of Josephson vortex flow appear with the increasing of magnetic field in a fixed bias current. The period of the oscillation corresponds to the field, which has the magnitude of adding one Josephson vortex quantum per one intrinsic Josephson junction.

Keywords: Josephson-vortex, vortex lattice, High-T_c superconductors

PACC: 7460E, 7470J, 7450

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10574021, 10647114) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20060286044).

† Corresponding author. E-mail: tiki82@e172.com