

不确定 Chua's 电路的参数辨识与自适应同步*

李建芬¹⁾ 李农²⁾ 蔡理¹⁾ 张斌¹⁾

1) 空军工程大学理学院, 西安 710051)

2) 空军工程大学工程学院, 西安 710038)

(2007 年 12 月 26 日收到, 2008 年 7 月 10 日收到修改稿)

针对含有不确定参数的 Chua's 电路, 提出一种仅需传递单路信号实现混沌自适应同步的方法. 基于 Lyapunov 稳定性理论证明了该方法可使得两个 Chua 系统——驱动系统和未知参数的响应系统渐近地达到同步, 并且可以辨识出响应系统的未知参数. 数值计算结果表明了该方法的有效性.

关键词: 不确定 Chua's 电路, 混沌同步, 参数辨识, Lyapunov 函数

PACC: 0545

1. 引言

自从 Pecora 和 Carroll 于 20 世纪 90 年代初首先提出用 PC 方法^[1,2]实现混沌系统同步后, 混沌同步已经引起了学者们的广泛兴趣, 随之出现了多种同步方法^[3-12], 这些方法讨论的大都是参数已知或确定的混沌系统. 在实际应用中, 一般混沌系统的参数常常是未知或不确定的. 因此, 在参数未知的不确定混沌系统下实现混沌同步对实际的混沌系统至关重要. 近年来, 国内外一些学者对此作了深入的研究^[13-22]. 文献 [13] 研究了不确定 Chen 系统的自适应同步和参数辨识; 文献 [14] 设计了一种参数观测器, 对不确定 Rössler 系统中的未知参数进行了识别; 文献 [15] 基于自适应控制实现了不确定 Rössler 系统的同步控制; 文献 [16-21] 通过非线性反馈实现了对未知参数的估计与系统的同步; 文献 [22] 设计了普遍适用的参数自适应控制律, 使得两个结构相同但参数不同的混沌系统渐近地达到同步. 然而上述这些方法均需在驱动系统和响应系统之间传递多路信号.

本文针对不确定的 Chua's 电路, 提出一种仅需传递单路信号实现混沌自适应同步的方法. 设计的同步控制器与未知参数的自适应控制律采用同一个驱动信号, 该驱动信号为驱动系统状态变量的线性组合. 基于 Lyapunov 稳定性理论证明了该控制器可

使得两个 Chua's 电路——已知参数的驱动系统和未知参数的响应系统渐近地达到同步, 并且可以辨识出响应系统的未知参数. 由于本文提出的方法仅需传递单路信号实现不确定混沌系统的自适应同步, 比以往的方法有更高的实用性, 数值模拟结果证明了该方法的有效性.

2. 控制器的设计

Chua's 电路的归一化状态方程^[23]为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \alpha(x_2 - x_1) - 10f(x_1), \\ \dot{x}_2 &= x_1 - x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 &= -\beta x_2 - \gamma x_3, \end{aligned} \quad (1)$$

式中

$f(x_1) = bx + 0.5(a - b)[|x_1 + 1| - |x_1 - 1|]$, 其中 a, b 为分段线性电阻的归一化斜率. 当参数 $\alpha = 10, \beta = 14.31, \gamma = 0.12$ 时, 系统处于混沌态.

将系统 (1) 作为驱动系统, 响应系统为

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \alpha'(y_2 - y_1) - 10f(y_1) + u, \\ \dot{y}_2 &= y_1 - y_2 + y_3, \\ \dot{y}_3 &= -\beta'y_2 - \gamma'y_3, \end{aligned} \quad (2)$$

式中 α', β' 和 γ' 是在驱动-响应系统同步过程中需要辨识的未知参数, u 是同步控制器, 它控制驱动系统 (1) 和响应系统 (2) 渐近地达到同步.

令驱动-响应系统之间的误差变量为

* 陕西省自然科学基金(批准号: 2005F20)资助的课题.

$$\begin{aligned} e_1 &= x_1 - y_1, \\ e_2 &= x_2 - y_2, \\ e_3 &= x_3 - y_3, \end{aligned}$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{y}_1, \\ \dot{e}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{y}_2, \\ \dot{e}_3 &= \dot{x}_3 - \dot{y}_3, \end{aligned}$$

故由驱动系统(1)和响应系统(2),可得误差系统如下:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \alpha(x_2 - x_1) - 10f(x_1) - \alpha'(y_2 - y_1) \\ &\quad + 10f(y_1) - u, \\ \dot{e}_2 &= e_1 - e_2 + e_3, \\ \dot{e}_3 &= -\beta x_2 - \gamma x_3 + \beta' y_2 + \gamma' y_3. \end{aligned} \quad (3)$$

对于响应系统(2)的参数不确定性,本文采用了自适应控制方法,可使得驱动系统(1)和响应系统(2)达到同步,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = 0.$$

这里

$$e = (e_1, e_2, e_3).$$

本文设计的控制器为

$$\begin{aligned} u &= k(s - s') \\ &= k(e_1 + e_2 + e_3) \\ &= k \sum_{i=1}^3 e_i, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 s 为驱动信号,

$$\begin{aligned} s &= x_1 + x_2 + x_3, \\ s' &= y_1 + y_2 + y_3. \end{aligned}$$

未知参数的更新规则为

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}' &= \delta(y_2 - y_1) \sum_{i=1}^3 e_i, \\ \dot{\beta}' &= -\delta y_2 \sum_{i=1}^3 e_i, \\ \dot{\gamma}' &= -\delta y_3 \sum_{i=1}^3 e_i. \end{aligned} \quad (5)$$

定理 驱动系统(1)与包含不确定参数的响应系统(2),若选择同步控制器 u 为(4)式,参数的更新规则为(5)式,则从任意初始值出发均可以达到同步.

证明 选择 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2}(e_1 + e_2 + e_3)^2 + \frac{1}{2\delta}(e_\alpha^2 + e_\beta^2 + e_\gamma^2) \geq 0,$$

可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \left(\sum_{i=1}^3 e_i \right) (\dot{e}_1 + \dot{e}_2 + \dot{e}_3) \\ &\quad + \frac{1}{\delta} (e_\alpha \dot{e}_\alpha + e_\beta \dot{e}_\beta + e_\gamma \dot{e}_\gamma) \\ &= \left(\sum_{i=1}^3 e_i \right) [\alpha(e_2 - e_1) - 10f(x_1) \\ &\quad - f(y_1)] - k(e_1 + e_2 + e_3) + e_1 - e_2 \\ &\quad + e_3 - \beta e_2 - \gamma e_3 \\ &\quad + \left(\sum_{i=1}^3 e_i \right) [(y_2 - y_1)e_\alpha - y_2 e_\beta \\ &\quad - y_3 e_\gamma] + \frac{1}{\delta} (e_\alpha \dot{e}_\alpha + e_\beta \dot{e}_\beta + e_\gamma \dot{e}_\gamma). \end{aligned}$$

这里 δ 为自适应增益系数.由于

$$\begin{aligned} \dot{e}_\alpha &= \dot{\alpha} - \dot{\alpha}' = -\dot{\alpha}', \\ \dot{e}_\beta &= \dot{\beta} - \dot{\beta}' = -\dot{\beta}', \\ \dot{e}_\gamma &= \dot{\gamma} - \dot{\gamma}' = -\dot{\gamma}', \end{aligned}$$

由(5)式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \left(\sum_{i=1}^3 e_i \right) [\alpha(e_2 - e_1) - 10f(x_1) - f(y_1)] \\ &\quad - k(e_1 + e_2 + e_3) + e_1 - e_2 + e_3 \\ &\quad - \beta e_2 - \gamma e_3 \\ &= \left(\sum_{i=1}^3 e_i \right) [\alpha(e_2 - e_1) - 10f(\xi)e_1 \\ &\quad - k(e_1 + e_2 + e_3) + e_1 - e_2 + e_3 \\ &\quad - \beta e_2 - \gamma e_3] \\ &= (e_1 + e_2 + e_3) \mathbb{I}(-\alpha - 10f(\xi) \\ &\quad - k + 1)e_1 + (\alpha - k - 1 - \beta)e_2 \\ &\quad + (-k + 1 - \gamma)e_3]. \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} a &= (-\alpha - 10f(\xi) - k + 1), \\ b &= (\alpha - k - 1 - \beta), \\ c &= (-k + 1 - \gamma), \end{aligned}$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= (e_1 + e_2 + e_3) \mathbb{I}ae_1 + be_2 + ce_3 \\ &= ae_1^2 + be_2^2 + ce_3^2 + (a + b)e_1e_2 \\ &\quad + (a + c)e_1e_3 + (c + b)e_3e_2 \\ &\leq ae_1^2 + be_2^2 + ce_3^2 + \frac{a+b}{2}(e_1^2 + e_2^2) \\ &\quad + \frac{a+c}{2}(e_1^2 + e_3^2) + \frac{c+b}{2}(e_3^2 + e_2^2) \\ &= \left(2a + \frac{c+b}{2}\right)e_1^2 + \left(2b + \frac{a+c}{2}\right)e_2^2 \end{aligned}$$

$$+ \left(2c + \frac{a+b}{2} \right) e_3^2.$$

由此可见,若选择合适的 k 值,使得

$$2a + \frac{c+b}{2} < 0,$$

$$2b + \frac{a+c}{2} < 0,$$

$$2c + \frac{a+b}{2} < 0,$$

则有

$$\dot{V}(t) < 0$$

成立. 据 Lyapunov 稳定性理论,此时误差系统(3)在原点渐近稳定,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = 0$, 驱动系统(1)和响应系统(2)可达到同步.

驱动系统(1)与响应系统(2)的初始点分别选取为 $x(0)=[-0.05 \ 0.1 \ 0]$, $y(0)=[0 \ 0 \ 0]$, 为使驱动系统(1)处于混沌状态,选取参数 $\alpha = 10$, $\beta = 14.31$, $\gamma = 0.12$, 响应系统(2)的初始参数 $[\alpha'(0), \beta'(0), \gamma'(0)]=[1 \ 1 \ 1]$, 系数 $k = \delta = 20$.

模拟结果如图1—图3所示,其中图1为驱动系统(1)和响应系统(2)的状态变量随时间的变化曲线,图2为同步误差曲线,响应系统(2)的参数收敛曲线示于图3. 由此可见:当 t 约为 20 s 时,系统(1)和系统(2)的 x_1 与 y_1 , x_2 与 y_2 , x_3 与 y_3 分别达到了同步, e_1 , e_2 和 e_3 基本稳定在零点;同时,响应系统(2)的未知参数 α' , β' 和 γ' 的值分别收敛于 $\alpha = 10$, $\beta = 14.31$ 和 $\gamma = 0.12$.

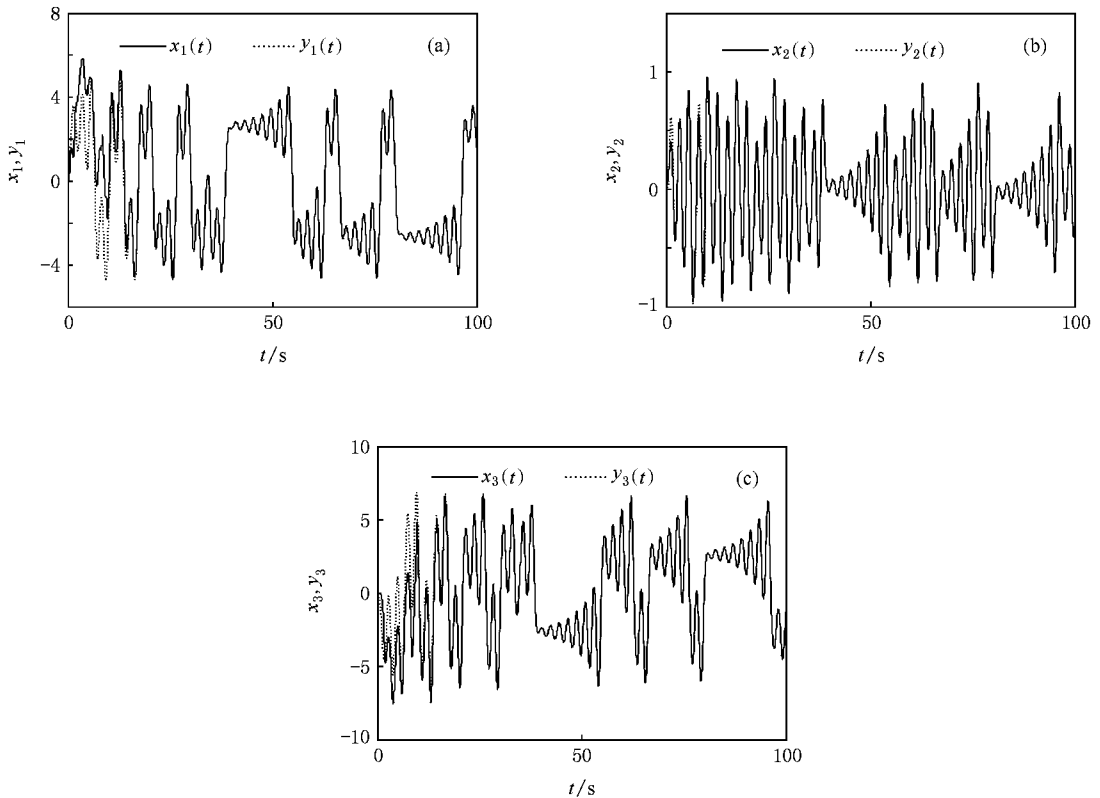


图1 在控制器(4)式的作用下,驱动系统(1)和响应系统(2)的同步过程 (a) x_1 与 y_1 的同步曲线 (b) x_2 与 y_2 的同步曲线, (c) x_3 与 y_3 的同步曲线

3. 讨 论

本文提出的方法在理论上也可以推广到其他的一些混沌系统. 考虑混沌系统 $\dot{x} = f(x, p)$, 设驱动系统和响应系统的参数矩阵分别为

$$P = \text{diag}[p_i],$$

$$Q = \text{diag}[q_i],$$

则驱动系统为

$$\dot{x} = f(x, p) = h(x) + Pg(x), \quad (6)$$

响应系统为

$$\dot{y} = f(y, q) = h(y) + Qg(y) + u. \quad (7)$$

这里 $p_i > 0, q_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$; $h(\cdot), g(\cdot) \in R^n$ 为状态变量的函数向量; Q 是在混沌同步过程中需

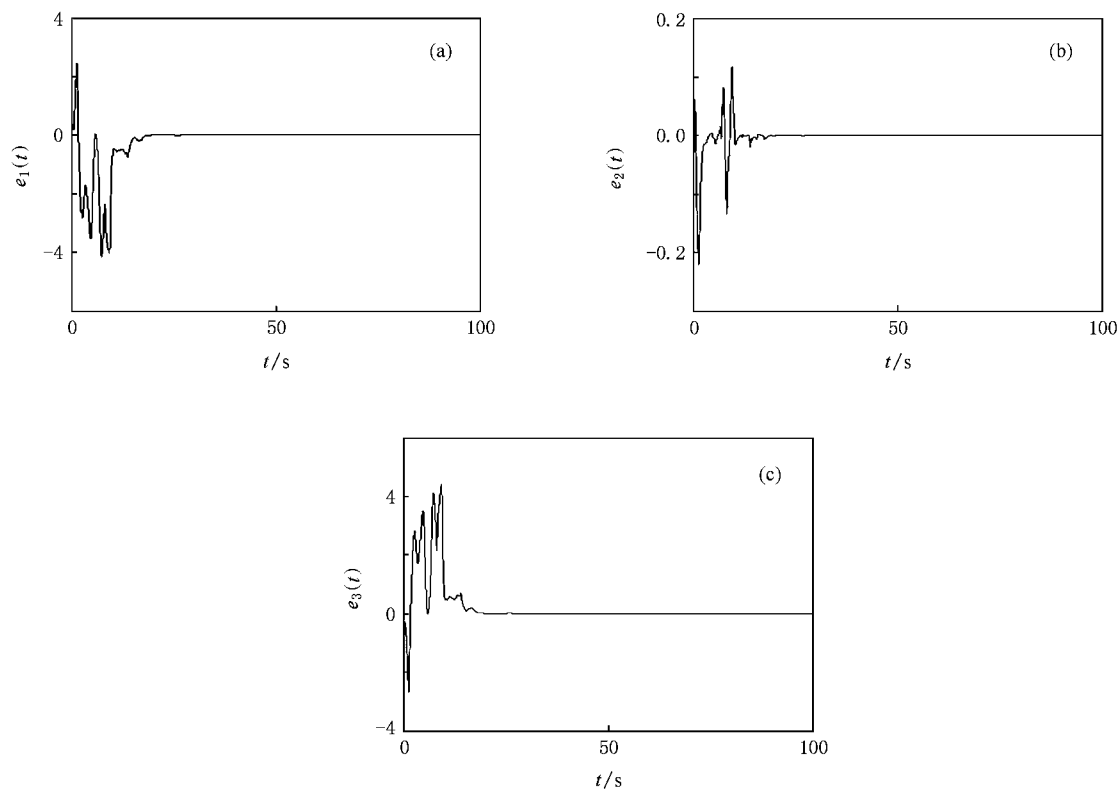


图2 系统1和系统2的同步误差曲线 (a) e_1 随时间 t 的变化 (b) e_2 随时间 t 的变化 (c) e_3 随时间 t 的变化

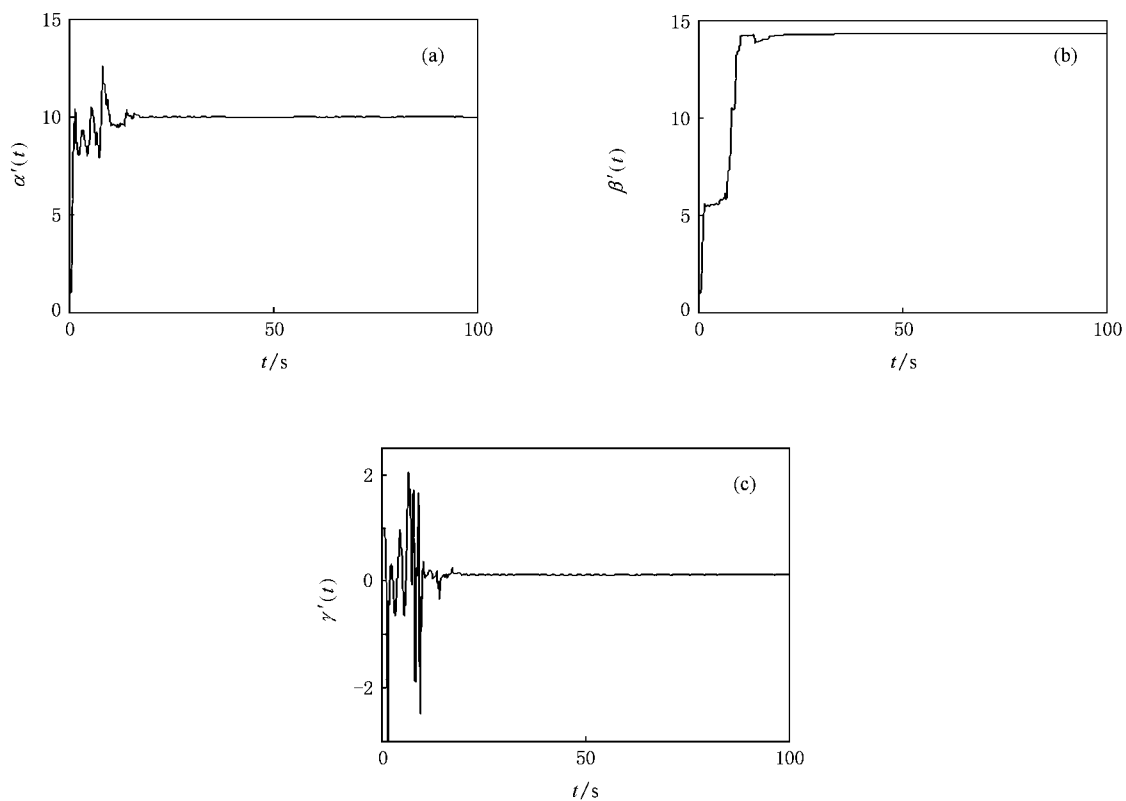


图3 响应系统2的参数收敛曲线 (a) α' 的收敛曲线 (b) β' 的收敛曲线 (c) γ' 的收敛曲线

要辨识的未知参数矩阵 ;同步控制器 $u = k \sum_{i=1}^n e_i$.

未知参数 Q 的更新规则为

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= rg_1(\mathbf{y}) \sum_{i=1}^n e_i, \\ \dot{q}_2 &= rg_2(\mathbf{y}) \sum_{i=1}^n e_i, \\ \dot{q}_n &= rg_n(\mathbf{y}) \sum_{i=1}^n e_i, \end{aligned} \quad (8)$$

式中 r 为自适应增益系数.

选择 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n e_i \right)^2 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2r} \varepsilon_i^2 \geq 0,$$

利用上述类似的方法可以证明 :当选取合适的 k 使

$$\sum_{i=1}^n e_i \sum_{i=1}^n [f_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}) - f_i(\mathbf{y}, \mathbf{p})]$$

$$-k \left(\sum_{i=1}^n e_i \right)^2 \leq 0$$

时 驱动系统(6)与包含不确定参数的响应系统(7)可以达到混沌同步.同时 辨识出响应系统(7)的未知参数.

4. 结 论

本文研究了不确定 Chua's 电路的自适应同步和参数辨识.与现有大多数方法不同的是 本文的方法采用单路信号成功地使驱动系统与未知参数的响应系统达到了自适应同步,并辨识出响应系统的未知参数.由于只需传递单路信号,因此具有更高的实用性.理论分析和数值模拟结果均证明了该方法的有效性.

- [1] Pecora L M , Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [2] Pecora L M , Carroll T L 1991 *Phys. Rev. A* **44** 2374
- [3] Kim K H , Park C W , Kim E , Park M 2005 *Phys. Lett. A* **334** 295
- [4] Liu F C , Wang J , Shi M 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2707 (in Chinese) [刘福才、王 娟、石 森 2002 物理学报 **51** 2707]
- [5] Zhang H , Ma X K , Yang Y , Xu C D 2005 *Chin. Phys.* **14** 86
- [6] Li F , Hu A H , Xu Z Y 2006 *Chin. Phys.* **15** 507
- [7] Guan X P , Fan Z P , Chen C L , Hua C C 2002 *Chaotic Control and Its Application on Secure Communication* (Beijing : National Defence Industry Press) Chapt9 (in Chinese) [关小平、范正平、陈彩莲、华长春 2002 混沌控制及其在保密通信中的应用 (北京 : 国防工业出版社) 第 9 章]
- [8] Wang X Y , Shi Q J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5591 (in Chinese) [王兴元、石其江 2005 物理学报 **54** 5591]
- [9] Li S H , Cai H X 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1687 (in Chinese) [李世华、蔡海兴 2004 物理学报 **53** 1687]
- [10] Tao C H , Lu J A 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5058 (in Chinese) [陶朝海、陆君安 2005 物理学报 **54** 5058]
- [11] Yu H J , Liu Y Z 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3029 (in Chinese) [于洪洁、刘延柱 2005 物理学报 **54** 3029]
- [12] Ma J , Liao G H , Mo X H , Li W X , Zhang P W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5585 (in Chinese) [马 军、廖高华、莫晓华、李维学、张平伟 2005 物理学报 **54** 5585]
- [13] Wang X Y , Wu X J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 605 (in Chinese) [王兴元、武相军 2006 物理学报 **55** 605]
- [14] Lü L , Guo Z A , Li Y , Xia X L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 95 (in Chinese) [吕 翎、郭治安、李 岩、夏晓岚 2007 物理学报 **56** 95]
- [15] Park J H 2005 *Chaos Solitons Fract.* **25** 333
- [16] Maybhat A , Amritkar R E 2000 *Phys. Rev. E* **61** 6461
- [17] Huang D , Guo R 2004 *Chaos* **14** 152
- [18] Chen S H , Lü J H 2002 *Phys. Lett. A* **299** 353
- [19] Liao T 1998 *Chaos Solitons Fract.* **9** 1555
- [20] Li Z , Han C Z , Shi S J 2002 *Phys. Lett. A* **301** 224
- [21] Chen S , Lü J 2002 *Chaos Solitons Fract.* **14** 643
- [22] Li N , Li J F , Liu Y P , Ma J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1404 (in Chinese) [李 农、李建芬、刘宇平、马 健 2008 物理学报 **57** 1404]
- [23] Chua L O , Komuro M , Matsumoto T 1986 *IEEE Trans. Circ. Syst. I* **33** 1073

Parameters identification and adaptive synchronization of uncertain Chua 's circuit *

Li Jian-Fen¹⁾ Li Nong²⁾ Cai Li¹⁾ Zhang Bin¹⁾

1 *Xi Institute of Science, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China*

2 *Xi Institute of Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China*

(Received 26 December 2007 ; revised manuscript received 10 July 2008)

Abstract

This paper addresses the adaptive synchronization of two Chua 's circuits with uncertain parameters by transmitting one single signal. Based on the Lyapunov stability theory, it is proved that the controller and update rule proposed in this paper can make the states of the driving system and the response system asymptotically synchronized, and with which the uncertain parameters of response system are identified. Numerical simulation results illustrate the effectiveness of proposed method.

Keywords : uncertain Chua's circuit, chaos synchronization, parameter identification, Lyapunov function

PACC : 0545