

一维双相介质孔隙率的小波多尺度反演*

张新明^{1)†} 刘家琦²⁾ 刘克安²⁾

1) (哈尔滨工业大学深圳研究生院, 深圳 518055)

2) (哈尔滨工业大学, 哈尔滨 150001)

(2006 年 11 月 21 日收到, 2007 年 3 月 20 日收到修改稿)

基于多尺度的思想, 将小波多分辨分析和多尺度方法结合, 构造了小波多尺度反演方法, 并应用于一维双相介质孔隙率的反演. 利用小波变换, 将原始反问题分解为不同尺度上的一系列子反问题, 并按照尺度从粗到细的顺序依次求解. 在每一个尺度上, 都采用稳定、收敛快的正则化高斯牛顿法求解, 次一级尺度上求出的“全局最优解”作为上一级的初始解, 依次类推, 直到求出原始问题的真正的全局最优解. 将小波多尺度方法归结为三种不同算子(分解算子、求解算子、插入算子)的交替应用, 给出了小波多尺度反演算法的基本流程图, 并推导出当采用 Daubechies 紧支撑正交小波时, 小波多尺度算法涉及到的分解算子矩阵和插入算子矩阵. 通过与传统的正则化高斯牛顿法数值比较, 显示了小波多尺度法是一个大范围收敛方法, 数值模拟的结果也显示了该方法的有效性.

关键词: 双相介质, 反演, 小波多尺度方法, 孔隙率

PACC: 0340K, 4630M

1. 引言

流体饱和多孔介质理论考虑的是包含流体和固体的双相介质, 其假设固相是均匀、各向同性的弹性孔隙骨架, 在弹性孔隙骨架中充满了可压缩的粘滞流体. 1956 年, Biot 根据流体饱和多孔介质中弹性波的位移特性和吸收特性, 发展了 Gassman 的流体饱和多孔介质理论, 预测了流体饱和多孔介质中第二类 P 波(慢 P 波)的存在, 指出了粘滞力控制孔隙流体的相对运动是弹性波在孔隙介质传播过程中发生衰减的重要机理, 从而奠定了流体饱和多孔介质波动理论的基础^[1, 2]. 其后, 国内外的众多学者采用不同的方法对流体饱和多孔介质弹性波传播特征进行了细致研究^[3-5]. 相比于单相连续介质模型, 双相介质模型能更好地反映真实地层的物理力学状态, 能够更精细、更符合客观实际地描述地震波在地层中的传播机理, 对孔隙介质中波动现象的研究会更接近实际. 因此, 深入研究双相介质的参数反演方法具有较高的理论意义和广泛的工程意义.

反演方法一般是通过数值模拟结果和实际测量

值的最小二乘意义上的最佳拟合将参数估计问题归结为一个最优化问题的求解. 传统的局部优化方法和线性迭代法(如扰动方法^[6]、时卷正则迭代法^[7])都是基于牛顿迭代法, 是局部收敛的; 非线性全局优化方法(如遗传算法^[8]、模拟退火算法^[9]和混沌搜索方法^[10])本质上仍属于随机搜索, 当反演参数范围和个数增加时, 计算成本非常大, 而且计算后期, 局部搜索能力差, 导致搜索效率大大降低. 因此, 寻求一种高效快速的大范围收敛方法用于研究流体饱和多孔介质的参数反演是非常有必要的.

多尺度反演是近些年来提出的一个加快收敛速度、增强反演稳定性, 克服局部极小值影响, 搜索全局最小值的反演策略. 其主要思想是对目标函数进行多尺度分解, 按照从粗到细的原则, 在不同的尺度空间依次求解, 并以较粗一级尺度上得到的最优解作为较细一级尺度上问题求解的初值, 从而能够比较容易地得到原问题的全局最优解, 并能够克服局部极小值的影响. 此种方法等价于把通常一次性求解的一个适定性较差的大规模的反演系统分解为逐个求解待求量相互独立的、良好的、规模小得多的反演系统. Bunks 等^[11]采用多尺度反演策略, 用多重网格方法实现了 Marmousi 模型的地震波形反演, 结果

* 国家自然科学基金(批准号: 40374046)和哈尔滨工业大学跨学科交叉研究基金(批准号: HIT. MD 2002. 26)资助的课题.

† E-mail: xinmingxueshu@hitsz.edu.cn

显示当采用逐尺度分解时,迭代反演方法更为有效. Eric 等^[12]将多尺度分解和随机方法用于线性反演问题的求解,得到较好的结果. Pessel 等^[13]基于多重网格思想,采用模拟退火算法从大到小逐尺度实现了电阻率层析成像反演,利用基于灵敏度分析的决定策略,保证了电阻率模型有效信息的充分利用. Akcelik 等^[14]采用多尺度分解策略同时对拥有时间特征的源函数和拥有空间特征的介质参数进行尺度分解,将多尺度 Newton-Krylov 方法应用于二维、三维波动方程的参数反演,获得了良好的结果.

小波分析是一种多分辨分析方法,具有良好的时频域局部性,并可将问题分解到一系列的嵌套空间进行求解. 将小波分析与多尺度反演思想相结合所形成的小波多尺度方法能够充分地利用小波变化特有的性质,通过不同尺度空间之间的联系给出良好的反演方向和反演环境(减少噪声参与反演),从而增加反演的稳定性和收敛性. 杨丽华等^[15],孟鸿鹰等^[16]研究了一维波动方程参数逐尺度反演,侯遵泽等^[17]利用多尺度方法快速计算重力异常,获得了中国大陆地壳中相对密度差异的空间分布结果. 马坚伟等^[18]基于小波变换讨论了二维地震波形多尺度反演问题,将地震参数反演转化为小波域重要系数的优化问题,有效改善了反演过程中的局部极值问题,并基于褶积模型推导出多尺度约束最小二乘解,提出了小波域多尺度联合反演方法. 徐义贤等^[19]利用小波变换理论中的多尺度分析方法将大地电磁反问题分解为依赖于尺度变量的反问题序列,按照尺度从大到小的次序依次求解,有效地改善了传统广义逆反演方法易陷入局部极小的弊端. 裴正林等^[20,21]将小波多尺度思想引入到井间层析成像,提出了小波多尺度井间地震层析成像方法,很好地解决了非线性成像的难题,提高了图像的质量和分辨率. 韩波等^[22]基于多尺度分析思想,有效地改进了局部极小和计算量大的问题,结合正则化方法克服了反问题的不适定性,并采用小波多尺度方法逐尺度反演了二维声波方程的速度,获得了良好的效果.

本文正是基于多尺度的思想,将小波多分辨分析和多尺度反演方法相结合,应用于流体饱和和多孔隙介质模型孔隙率的反演,在利用小波变换分解的每一尺度上都采用传统的正则化高斯牛顿法进行求解,解决了在反演过程中出现的不适定性和多极值问题,从而得到较好的反演结果.

2. 小波多尺度算法

小波多尺度算法由三个部分组成:第一部分是原始问题分解到不同尺度上的算子,称之为分解算子(restriction operator);第二部分是在每一个分解后的尺度上进行反演计算的算子,称之为求解算子(relaxation operator);小波多尺度方法中采用正则化高斯牛顿(Regularized Gauss-Newton)算子作为求解算子;第三部分是将粗尺度上得到的解映射到较细尺度上的算子,称之为插入算子(prolongation operator). 通过采用分解算子和插入算子来实现粗尺度空间和细尺度空间之间的转换.

下面,将详细地介绍空间尺度转换所采用的插入算子和分解算子.

2.1. 分解算子和插入算子

用分解算子和插入算子表示不同尺度空间之间的转换,分解算子将一个变量由较细的尺度空间分解到较粗的尺度空间,插入算子则将一个变量由较粗的尺度空间插入到较细的尺度空间.

在描述这些算子之前,首先来定义我们采用的空间符号.本文中“空间”表示进行优化计算的尺度空间,用 V 表示.例如 V_j 表示尺度为 j 的尺度空间.最粗的空间尺度是 V_0 ,最细空间尺度是 V_J .

令 V_j 表示弹性波方程反演问题原问题所在的尺度空间, $\{V_j, 0 \leq j \leq J-1\}$ 表示尺度分解后得到的子尺度空间.

假设原问题定义在尺度 J 上,逐尺度分解即是原问题分解到其他粗糙的尺度上.令 V_j 表示原始问题所在尺度空间, V_{j-1} 表示将原问题分解到的较粗尺度空间. I'_{j-1} 表示将原问题从 V_j 分解到 V_{j-1} ,可以称为分解算子:

$$I'_{j-1} : V_j \rightarrow V_{j-1}. \quad (1)$$

一旦问题被分解到尺度 $J-1$,就可以采用某种方法进行求解.尺度 $J-1$ 上采用的反演方法用符号 R^{J-1} 表示,尺度 J 上采用的反演方法用符号 R^J 表示,通常都采用收敛速度较快,迭代稳定的传统反演方法,如:正则化高斯牛顿法、梯度法等.

当尺度 $J-1$ 上的最优解求出后,将其嵌入到尺度 J 中,作为此尺度下迭代反演的初始值. I_j^{-1} 表示将尺度 $J-1$ 上的最优解插入到尺度 J ,可以称为插入算子:

$$I_J^{-1} : V_{J-1} \rightarrow V_J. \quad (2)$$

两层小波多尺度算法的示意图见图 1.

对于小波多尺度方法,分解算子和插入算子均来源于小波多分辨分析的 Mallat 分解算法和合成算法.下面给出采用紧支撑正交小波-Daubechies N 小波时,得到的分解算子矩阵和插入算子矩阵.

一维分解算子矩阵:

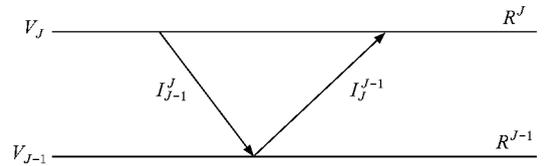


图 1 两层小波多尺度算法

$$I_{J-1}^J = \begin{pmatrix} \bar{h}_{1-2N-\chi(1-N)} & \bar{h}_{2-2N-\chi(1-N)} & \cdots & \cdots & \bar{h}_{-1-\chi(1-N)} & \bar{h}_{-\chi(1-N)} \\ \bar{h}_{1-2N-\chi(2-N)} & \bar{h}_{2-2N-\chi(2-N)} & \cdots & \cdots & \bar{h}_{-1-\chi(2-N)} & \bar{h}_{-\chi(2-N)} \\ \bar{h}_{1-2N-\chi-1} & \bar{h}_{2-2N-\chi-1} & \cdots & \cdots & \bar{h}_{-1-\chi-1} & \bar{h}_{0-\chi-1} \\ \bar{h}_{1-2N} & \bar{h}_{2-2N} & \cdots & \cdots & \bar{h}_{-1} & \bar{h}_0 \\ \bar{g}_{1-2N-\chi(1-N)} & \bar{g}_{2-2N-\chi(1-N)} & \cdots & \cdots & \bar{g}_{-1-\chi(1-N)} & \bar{g}_{-\chi(1-N)} \\ \bar{g}_{1-2N-\chi(2-N)} & \bar{g}_{2-2N-\chi(2-N)} & \cdots & \cdots & \bar{g}_{-1-\chi(2-N)} & \bar{g}_{-\chi(2-N)} \\ \bar{g}_{1-2N-\chi-1} & \bar{g}_{2-2N-\chi-1} & \cdots & \cdots & \bar{g}_{-1-\chi-1} & \bar{g}_{0-\chi-1} \\ \bar{g}_{1-2N} & \bar{g}_{2-2N} & \cdots & \cdots & \bar{g}_{-1} & \bar{g}_0 \end{pmatrix},$$

一维插入算子矩阵:

$$I_J^{J-1} = \begin{pmatrix} h_{1-2N-\chi(1-N)} & h_{1-2N-\chi(2-N)} & \cdots & h_{1-2N-\chi-1} & h_{1-2N} & g_{1-2N-\chi(1-N)} & g_{1-2N-\chi(2-N)} & \cdots & g_{1-2N-\chi-1} & g_{1-2N} \\ h_{2-2N-\chi(1-N)} & h_{2-2N-\chi(2-N)} & \cdots & h_{2-2N-\chi-1} & h_{2-2N} & g_{2-2N-\chi(1-N)} & g_{2-2N-\chi(2-N)} & \cdots & g_{2-2N-\chi-1} & g_{2-2N} \\ \cdots & \cdots \\ h_{-1-\chi(2-N)} & h_{-1-\chi-1} & \cdots & h_{-1-\chi-1} & h_{-1} & g_{-1-\chi(1-N)} & g_{-1-\chi(2-N)} & \cdots & g_{-1-\chi-1} & g_{-1} \\ h_{-\chi(1-N)} & h_{-\chi(2-N)} & \cdots & h_{0-\chi-1} & h_0 & g_{-\chi(1-N)} & g_{-\chi(2-N)} & \cdots & g_{0-\chi-1} & g_0 \end{pmatrix}.$$

2.2. 求解算子

求解算子采用正则化高斯牛顿方法.

对于任意线性或非线性算子方程,其数值求解最终涉及到求解方程组

$$Ax = b \quad (3)$$

的问题.我们知道(3)式等价于求如下泛函:

$$L(x) = \|A(x) - b\|^2 \quad (4)$$

的全局极小解 \$x^*\$,并使得 \$L(x^*)=0\$.

考虑 Tikhonov 正则化方法^[23](4)式可以用下式近似逼近:

$$\text{Min} \|A(x) - b\|^2 + \alpha_1 \|Lx\|^2. \quad (5)$$

再采用正则化高斯牛顿法^[24]就可以找到(5)式的极小值,\$L\$是单位矩阵,\$\alpha_1\$是正则化参数,通常通过经验选取合适的正则化参数.

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k, \\ \Delta x^k = -[A'(x^k)]^{-1} [A'(x^k)(A(x^k) - b) + \alpha_1 L^T L]^{-1} \\ \times [A'(x^k)(A(x^k) - b) + \alpha_1 L^T L^k],$$

算法中 \$A'(x)\$是正演算子函数的 Jacobi 矩阵.对于流体饱和和多孔隙介质波动方程,由于它的计算非常复杂,因此采用差分方法离散近似,即 \$A'(x)\$的第 \$j\$ 列由

$$(A(x + \Delta e_j) - A(x)) / \Delta, \quad j = 1, 2, \dots$$

近似,其中 \$e_j\$ 是单位矩阵的第 \$j\$ 列向量,\$\Delta\$ 是任意小的整数.

综上所述,流体饱和和多孔隙介质波动方程小波多尺度反演算法基本框架图见图 2,图中,算法 1 为流体饱和和多孔隙介质弹性波方程正演数值模拟;算法 2 为小波多尺度算法分解算子;算法 3 为小波多尺度算法求解算子;算法 4 为小波多尺度算法插入

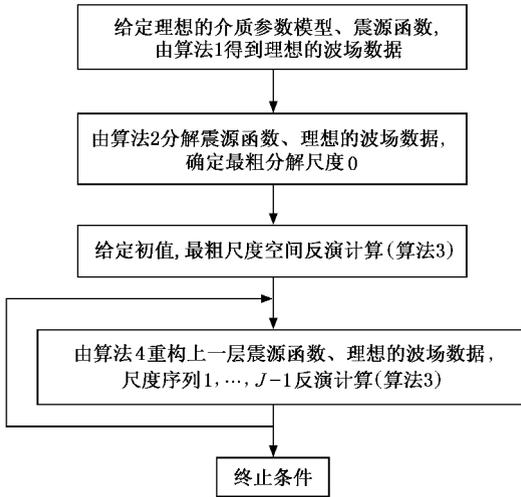


图2 小波多尺度算法基本框架图

算子；尺度终止条件选择为判断是否达到最精细尺度。多层尺度空间小波多尺度算法的流程图见图3。

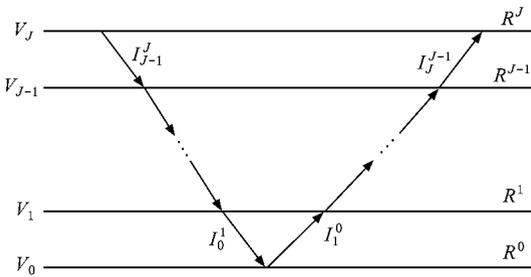


图3 多尺度空间流程图

3. 小波多尺度反演数值模拟

3.1. 控制方程

一维流体饱和多孔介质的动力学控制方程可以写为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left((\lambda + 2\mu + \alpha^2 M) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha M \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) = \rho \ddot{u} + \rho_f \ddot{\omega} - f_1, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha M \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(M \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) = \rho_f \ddot{u} + m \ddot{\omega} - f_2, \quad (7)$$

边界条件：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) &= \frac{\partial u}{\partial x}(L, t) = 0 \\ \frac{\partial \omega}{\partial x}(0, t) &= \frac{\partial \omega}{\partial x}(L, t) = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

初始条件：

$$u(x, 0) = \dot{u}(x, 0) = \omega(x, 0) = \dot{\omega}(x, 0) = 0, \quad (9)$$

附加条件：

$$u(0, t) = g(t). \quad (10)$$

其中涉及到的各参数物理意义表示如下： u 为固相位移， ω 为液相对于固相的相对位移， K_b 为骨架体变模量， K_s 为固体体变模量， ρ_s 为固体密度， ρ_f 为液体密度， K_f 为液体体变模量， β 为孔隙率， λ_b 为拉梅系数， a 为饱和多孔介质压缩性的常数， m 被称为有效流体密度， $g(t)$ 是地表测量数据。在各个参数已知情况下，方程(6)–(9)就构成了一维流体饱和多孔介质的正演问题；而若其中一个或几个参数不知道的情况下，方程(6)–(10)就构成了对未知参数进行反演的反问题。

3.2. 数值算例

给定一个理想的较复杂的孔隙率模型，如图4所示。震源函数选择频率为40 Hz的雷克子波，地层介质参数选择如下：

$$\begin{aligned} \mu &= 4.32 \times 10^6, \lambda_b = 3.3568 \times 10^6, \\ K_f &= 2.25 \times 10^6 \text{ Pa}, K_s = 6.296 \times 10^6 \text{ Pa}, \\ \rho_f &= 1.000 \text{ kg/m}^3, \rho_s = 2.400 \text{ kg/m}^3. \end{aligned}$$

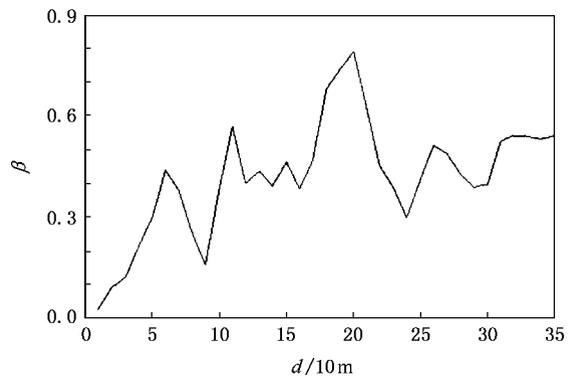


图4 理想孔隙率模型

对于流体饱和多孔介质一维波动方程，采用小波有限元法^[25]进行正演数值模拟。在给定地质参数的情形下，通过小波有限元法可以求得求解区域内任意点的波场位移值，其中也包括流体饱和多孔介质表面固相地震位移响应 $u(0, t)$ 。而由小波有限元法得到 $u(0, t)$ 的过程，可以定义为一个向量值函数 $A: \beta \rightarrow u_x$ ，结合附加条件(10)，孔隙率 β 的反演计算就可以转化为求解下述问题：

$$\text{Min} \| A(\boldsymbol{\beta}) - \tilde{G} \|^2, \quad (11)$$

其中, $\| \cdot \|$ 是 $L - 2$ 范数, $\boldsymbol{\beta}$ 是离散化的孔隙率 $\beta(x)$ 按照一定的顺序形成的一维向量, \mathbf{u}_x 为固相位移值 $u(0, t)$ 按照适当的顺序形成的一维向量, \tilde{G} 是孔隙率 β 取真值时正演计算得到的求解区域表面的地震响应 $\tilde{g}(t)$ 按照与 \mathbf{u}_x 相同的顺序形成的一维向量.

考虑到上述问题的不适定性, 采用 Tikhonov 正则化方法, 则公式 (11) 化为

$$\text{Min} \| A(\boldsymbol{\beta}) - \tilde{G} \|^2 + \alpha_1 \| L\boldsymbol{\beta} \|^2, \quad (12)$$

其中 L 是单位矩阵, α_1 是正则化参数, 再采用正则化高斯牛顿法就可以找到 (12) 式的极小值:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\beta}^{k+1} &= \boldsymbol{\beta}^k + \Delta\boldsymbol{\beta}^k, \\ \Delta\boldsymbol{\beta}^k &= -[A'(\boldsymbol{\beta}^k)^T A'(\boldsymbol{\beta}^k) + \alpha_1 L^T L]^{-1} \\ &\quad \times [A'(\boldsymbol{\beta}^k)(A(\boldsymbol{\beta}^k) - \tilde{G}) + \alpha_1 L^T L\boldsymbol{\beta}^k]. \end{aligned}$$

Daubechies 小波作为一类应用广泛, 较为成熟的小波, 具有紧支撑性、正交性、消失矩特性、正交归一化性等许多优良的性质, 这些特有的性质都有利于一维双相介质弹性波方程正演模拟和孔隙率反演计算的有效进行. 同时, Daubechies 小波导数的连续性是由其消失矩的阶数决定的^[26], 也就是其导数的连续性是随着支集的增加而增大的, 在求解高阶微分方程时需要增加支集的长度来满足对函数连续性的要求, 但消失矩阶数和支集的增加不可避免的会使计算复杂化, 增加计算工作量.

对于一维双相介质孔隙率的多尺度反演, 综合

考虑计算复杂度和计算精度, 正演模拟和反演计算都采用消失矩阶数为 4 的紧支撑 Daubechies 小波 DB4, 最大分解尺度为 6, 在每一个尺度上采用正则化高斯牛顿法, 正则参数 $\alpha_1 = 10^{-5}$, 反演结果见图 5, 其中实线表示孔隙率真值, 虚点线表示给定的反演初值, 虚线是多尺度反演结果. 逐尺度反演过程见图 6. 由图 6 可以看到多尺度反演结果中清晰地显示了反演结果由粗尺度向精细尺度的演化过程, 随着尺度的逐步精细化过程, 目标函数的细节部分不断地得到恢复, 对应着的反演结果也在逐步精细化. 针对于此理想模型, 单独采用正则化高斯牛顿法无法收敛.

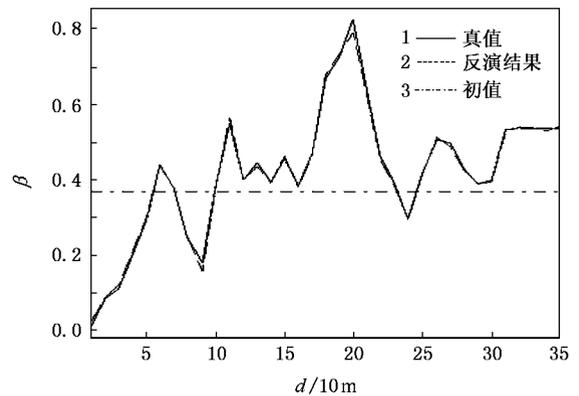


图 5 孔隙率的反演结果

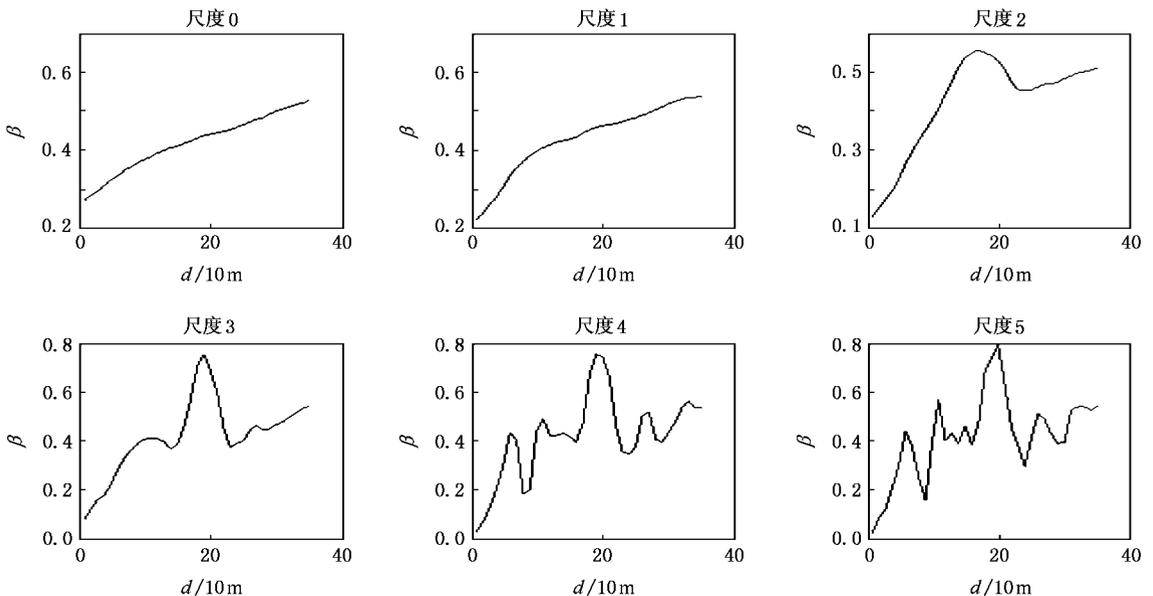


图 6 孔隙率的逐尺度反演结果

4. 结 论

本文基于小波分析的多分辨分析思想和多尺度反演思想,将两者结合构造了小波多尺度方法,并将之应用于流体饱和多孔介质弹性波方程介质参数的反演.在基于小波变换的多尺度分解后的每个尺度上均采用正则化高斯牛顿法以解决反问题的不适定性问题.结合小波分析的多尺度分解特性决定反演的正确方向,从而有效地解决孔隙率反演过程中的不适定性和局部极值问题,通过和传统正则化高

斯牛顿法相比,显示了小波多尺度法是一个有效的大范围收敛反演方法.

实际上,从本质上看,多尺度反演方法并不是一种独立的方法,而只是在原来的方法上加入了多尺度反演思想,其目的是为了给出一个好的反演方向和反演环境(减少噪声参与反演),以增加反演的稳定性和收敛性.因此,可以将多尺度反演的思想和传统的迭代反演方法(如高斯牛顿法、梯度法、时卷正则迭代法等)结合,克服传统反演方法的局部收敛性,从而达到大范围快速收敛的目的.

- [1] Biot M A 1956 *J. Acoust. Soc. Am.* **28** 168
- [2] Biot M A 1956 *J. Acoust. Soc. Am.* **28** 179
- [3] Pride S R , Garambois S 2002 *J. Acoust. Soc. Am.* **111** 697
- [4] Cui Z W , Wang K X , Cao Z L , Hu H S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3083 (in Chinese) [崔志文、王克协、曹正良、胡恒山 2004 物理学报 **53** 3083]
- [5] Guan W , Hu H S , Chu Z T 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 267 (in Chinese) [关 威、胡恒山、储昭坦 2006 物理学报 **55** 267]
- [6] Liu K A , Liu H W 1996 *J. Harbin Univers. Arc. Eng.* **29** 80 (in Chinese) [刘克安、刘宏伟 1996 哈尔滨建筑大学学报 **29** 80]
- [7] Liu K A , Liu H W , Guo B Q , Guan Y J , Gao X Y 1996 *Oil Geophys. Prosp.* **31** 410 (in Chinese) [刘克安、刘宏伟、郭保琦、管叶君、高兴有 1996 石油地球物理勘探 **31** 410]
- [8] Liu W G , Jin D Y 1998 *Harbin Inst. Technol.* **30** 1 (in Chinese) [刘维国、金大勇 1998 哈尔滨工业大学学报 **30** 1]
- [9] Wei P J , Zhang Z M , Han H 2002 *Eng. Mech.* **19** 128 (in Chinese) [魏培君、章梓茂、韩 华 2002 工程力学 **19** 128]
- [10] Wei P J , Zhang Z M , Han H 2002 *J. Comput. Mech.* **19** 398 (in Chinese) [魏培君、章梓茂、韩 华 2002 计算力学学报 **19** 398]
- [11] Bunks C , Saleck F M , Zaleski S , Chavent G 1995 *Geophysics* **60** 1457
- [12] Eric M , Willsky A S 1995 *Appl. Comput. Harm. Anal.* **2** 127
- [13] Pessel M , Gibert D 2003 *J. Geophys. Res* **108** 2054
- [14] Akcelik V 2002 *Doctoral Thesis* (Pittsburgh : Carnegie Mellon University)
- [15] Yang L H , Meng Z B 1995 *Chinese J. Geophys.* **38** 815 (in Chinese) [杨丽华、孟昭波 1995 地球物理学报 **38** 815]
- [16] Meng H Y , Liu G Z 1999 *Chinese J. Geophys.* **42** 241 (in Chinese) [孟鸿鹰、刘贵忠 1999 地球物理学报 **42** 241]
- [17] Hou Z Z , Yang W C , Liu J Q 1998 *Chinese J. Geophys.* **41** 642 (in Chinese) [侯遵泽、杨文采、刘家琦 1998 地球物理学报 **41** 642]
- [18] Ma J W , Yang H Z , Zhu Y P 2000 *Progress in Geophys.* **15** 55 (in Chinese) [马坚伟、杨慧珠、朱亚平 2000 地球物理学进展 **15** 55]
- [19] Xu Y X , Wang J Y 1998 *Chinese J. Geophys.* **41** 704 (in Chinese) [徐义贤、王家映 1998 地球物理学报 **41** 704]
- [20] Pei Z L , Yu Q F , Mu Y G 2002 *Oil Geophys. Prosp.* **37** 237 (in Chinese) [裴正林、余钦范、牟永光 2002 石油地球物理勘探 **37** 237]
- [21] Pei Z L , Mu Y G , Di B R , Wei J X 2003 *Chinese J. Geophys.* **46** 113 (in Chinese) [裴正林、牟永光、狄帮让、魏建新 2003 地球物理学报 **46** 113]
- [22] Fu H S , Han B 2004 *Inv. Probl. Sci. Eng.* **12** 643
- [23] Tikhonov A N , Aresenin V Y 1977 *Solutions of ill posed problems* (New York : Halsted Press of John Wiley & Sons) p258
- [24] Wang S D , Liu J Q 1996 *Geophys.* **61** 735
- [25] Zhang X M , Liu K A , Liu J Q 2005 *Chinese J. Geophys.* **48** 1156 (in Chinese) [张新明、刘克安、刘家琦 2005 地球物理学报 **48** 1156]
- [26] Han J G 2003 *Doctoral thesis* (Xi ' an : Xi ' an University of Architecture and Technology) (in Chinese) [韩建刚 2003 博士学位论文 (西安·西安建筑科技大学)]

Porosity inversion of 1-D two-phase medium with wavelet multiscale method^{*}

Zhang Xin-Ming^{1)†} Liu Jia-Qi²⁾ Liu Ke-An²⁾

¹⁾ *Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology, Shenzhen 518055, China*

²⁾ *Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China*

(Received 21 November 2006 ; revised manuscript received 20 March 2007)

Abstract

Based on the idea of multiscale approximation, a wavelet multiscale method is proposed by combining the wavelet analysis and multiscale inversion strategy, and applied to the inversion of porosity in the two-phase medium. The inverse problem is decomposed to multiple scales with wavelet transform and hence the original inverse problem is re-formulated to a set of sub-inverse problem corresponding to different scales and is solved successively according to the size of scale from the smallest to the largest. On each scale, regularized Gauss-Newton method is carried out, which is stable and fast, until the optimum solution of original inverse problem is found. The wavelet multiscale method is described as the combination of three operators: the restriction operator, the relaxation operator and the prolongation operator. And then the flow of wavelet multiscale method is outlined and the restriction operator matrix and the prolongation operator matrix obtained by adapting the compactly supported orthonormal wavelet Daubechies wavelets are deduced. The inversion results obtained by wavelet multiscale method are compared with those with traditional regularized Gauss-Newton method, the results of numerical simulation demonstrated that the method is an effective and widely convergent optimization method.

Keywords : two-phase medium, inversion, wavelet multiscale method, porosity

PACC : 0340K, 4630M

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40374046) and Interdisciplinary Research Foundation in Harbin Institute of Technology, China (Grant No. HIT.MD.2002.26).

[†] E-mail : xinmingxueshu@hitsz.edu.cn