

扫描磁场中玻色-爱因斯坦凝聚体系的 奇异自旋隧穿*

王冠芳^{1)†} 刘 红^{2)‡}

1) 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

2) 北京物资学院物流学院, 北京 101149)

3) 北京物理所凝聚态物理国家实验室, 北京 100080)

(2007 年 4 月 16 日收到, 2007 年 5 月 22 日收到修改稿)

用平均场的方法, 研究了线性扫描磁场中自旋-1 玻色-爱因斯坦凝聚体系的自旋隧穿. 集中考虑⁸⁷Rb 这种典型的碱金属原子凝聚体, 根据外磁场扫描率的不同, 研究了它的隧穿动力学. 在慢扫描(即绝热条件)和快扫描条件下, 体系无隧穿现象. 对中等大小的扫描率, 发现隧穿现象, 且这个隧穿动力学对磁场扫描率非常的敏感, 表现为看似混沌的隧穿区的存在. 然而, 把这个看似混沌的区域放大, 发现在扫描率精度为 10^{-8} T/s 的量级上, 隧穿率对磁场扫描率的关系实际是有规律的类周期结构. 此外, 还发现, 实验上代表磁化率的一个守恒量会影响自旋隧穿. 对这些发现, 从理论上给出了合理的解释.

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚, 自旋, 隧穿

PACC: 0365, 0155, 7335

1. 引 言

在过去的十多年里, 玻色-爱因斯坦凝聚(BECs)一直是物理界最活跃的话题之一. 稀薄原子气体 BECs 的特点是相对弱的原子间相互作用的存在. 很多理论和实验工作研究了单模体系, 即仅用磁势阱囚禁基态超精细结构中的一个塞曼子能级, 包括 BEC-BCS^[1,2]、量子涡旋^[3-5]、光晶格中的凝聚体^[6]和低维量子气体^[7,8]. BECs 研究的一个重要前沿是向多组分体系延伸, 这为探索耦合的相互作用量子流体带来了独特的契机. 特别是, 有内部量子结构的原子 BECs, 有些实验用远离共振的光阱释放内部自旋自由度, 已经观察到了 $F=1$ 和 $F=2$ 的 BECs 的自旋性质^[9-13]. 甚至 $F=3$ 的玻色子凝聚体最近的理论工作也有所研究^[14]. 对 $F=1$ 的基态原子, 塞曼能级的解简并和与自旋有关的原子间相互作用^[10,15-20]导致了有趣的凝聚体自旋动力学, 其中自旋-1 体系的内部结构相对简单.

本文用平均场的方法研究自旋-1 的 BECs 的自旋动力学. 和以往固定外磁场的理论和实验研究(如文献 [19-21])不同, 本文强调外磁场的重要作用, 并令它随时间线性变化. 主要讨论碱金属玻色子⁸⁷Rb 的原子凝聚体, 根据不同的外磁场扫描率来研究它的隧穿动力学. 此外, 注意到一个代表磁化率的守恒量 m , 发现它会影响体系的隧穿动力学.

2. 模 型

在外磁场中, 自旋-1 的玻色-爱因斯坦凝聚体(BECs)由下列哈密顿来描述^[21]:

$$H = \int dr \left[\psi_i^\dagger \left(-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + v + E_i \right) \psi_i + \frac{c_0}{2} \psi_i^\dagger \psi_j^\dagger \psi_j \psi_i + \frac{c_2}{2} \psi_k^\dagger \psi_i^\dagger (F_\gamma)_j (F_\gamma)_l \psi_j \psi_l \right], \quad (1)$$

其中, 相同的指标求和, ψ_i^\dagger (ψ_i) 是原子在 r 位置的

* 国家自然科学基金(批准号: 10474008, 10604009), 国家基础研究计划(批准号: 2006CB921400), 中国工程物理研究院科学与技术基金和北京市属市管高等学校人才强教计划资助项目资助的课题.

† E-mail: wanggf02@sina.com

第 i 个超精细态 ($|F=1, i=+1, 0, -1\rangle$, 于是有态 $|i\rangle$) 上的产生(湮灭)算符. M 是原子质量. 相互作用项 c_0 和 c_2 描述自旋-1 原子的弹性碰撞, 它们由总自旋为 0, 2 的两个自旋-1 的原子在共同的对称碰撞通道上的散射长度 a_0 和 a_2 组合得到, $c_0 = 4\pi\hbar^2(a_0 + 2a_2)/3M$, $c_2 = 4\pi\hbar^2(a_2 - a_0)/3M$. a_0 与自旋无关, a_2 与自旋有关. $F_{\gamma=xy,z}$ 是自旋-1 的矩阵元. 假设外磁场 B 沿量子化轴的方向 (\hat{z}), 原子在第 i 个态上的塞曼分裂为

$$E_{\pm} = -\frac{E_{\text{hf}}}{8} \mp g_I \mu_I B - \frac{E_{\text{hf}}}{2} \sqrt{1 \pm \xi + \xi^2}, \quad (2)$$

$$E_0 = -\frac{E_{\text{hf}}}{8} - \frac{E_{\text{hf}}}{2} \sqrt{1 + \xi^2}, \quad (3)$$

其中, E_{hf} 是超精细能级的辟裂, g_I 是核自旋为 I 的原子朗道 g 因子, μ_I 是核磁子. $\xi = (g_I \mu_I B + g_J \mu_B B) E_{\text{hf}} / g_J$ 是总角动量为 J 的价电子的朗道 g 因子, μ_B 是玻尔磁子.

在温度接近于零, 凝聚体总原子数 N 非常大时, 体系可以用平均场近似很好的描述. 对各向同性的玻色子气体, 在平均场方法和单模近似下, 场算符可以用 $\psi_i = a_i \phi(r)$ 来代替, 其中 a_i 代表原子在第 i 个超精细态上的概率幅. 令 $a_i = \sqrt{s_i} e^{i\theta_i}$, 体系可以由下列经典哈密顿来描述^[21]:

$$H_{\text{mf}} = E_+ s_1 + E_0 s_0 + E_- s_{-1} - d[(1 - s_1 - s_{-1})^2 + 4s_1 s_{-1} - 4(1 - s_1 - s_{-1})\sqrt{s_1 s_{-1}} \cos\theta], \quad (4)$$

其中 $\theta = \theta_1 + \theta_{-1} - 2\theta_0$, $c = c_2 \int dr |\phi(r)|^4$. 用正则变换(扔掉一些微不足道的常数), 可以把 H_{mf} 变为下列更简洁的形式:

$$H_c = 2cs_0[(1 - s_0) + \sqrt{(1 - s_0)^2 - m^2} \cos\theta] + d(1 - s_0). \quad (5)$$

正则变量 s_0, θ 满足以下方程组:

$$\dot{s}_0 = \frac{4c}{\hbar} s_0 \sqrt{(1 - s_0)^2 - m^2} \sin\theta, \quad (6)$$

$$\dot{\theta} = -\frac{2d}{\hbar} + \frac{4c}{\hbar} (1 - 2s_0) + \frac{4c(1 - s_0)(1 - 2s_0) - m^2}{\sqrt{(1 - s_0)^2 - m^2}} \cos\theta, \quad (7)$$

其中 $m = s_{-1} - s_1$ 是守恒量, 代表磁化率, $\delta = (E_+ + E_- - 2E_0)/2$. 图 1 给出 δ 与外磁场 B 之间的关系.

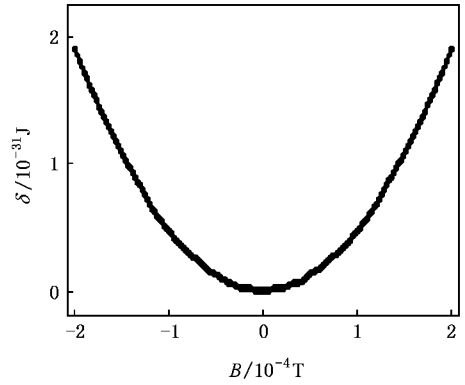


图 1 在外磁场 B 中, 原子在态 $|i\rangle$ ($i = +1, 0, -1$) 上的超精细塞曼分裂的组合 δ 的变化

3. ^{87}Rb 原子凝聚体的自旋隧穿

作为自旋动力学之一, 自旋隧穿一直是理论和实验研究感兴趣的问题. 本节将研究线性扫描磁场中自旋-1 的 BECs 体系的自旋隧穿. 因为 ^{87}Rb 原子凝聚体已经在实验上实现了, 并且有很多关于它的研究, 所以本文主要讨论 ^{87}Rb 原子凝聚体的自旋隧穿.

3.1. 自旋隧穿窗口

在本文的研究中, 磁场随时间线性变化, 即 $B = \alpha t$, α 是磁场扫描率, t 是扫描时间. 扫描磁场远离 Feshbach 共振, 以保证在扫描过程中原子间相互作用基本上保持一个常数. 在后面的计算中, 磁场的范围取为 $[-B_0, B_0]$, 且 $B_0 = 2 \times 10^{-4} \text{T}$. 这样取的 B_0 足够的大, 以保证在扫描开始和结束时不同组分之间的耦合可以被安全地忽略掉, 自旋隧穿率可以被很好的定义^[22] (以图 2 为例). 假设开始(即在 $-B_0$ 处)自旋-0 组分上的布居率为 s_0^{Initial} , 那么外磁场从 $-B_0$ 扫描到 B_0 后, 自旋-0 组分上最后的布居率(即 s_0^{Final}) 是多少呢. 为了知道 s_0^{Final} , 用四到五阶的 Runge-Kutta 法直接数值解常微分方程组(6)(7).

为了方便且不失一般性, 以 s_0 的初始布居率取 0.5 为例, 通过画 s_0 随瞬时磁场 B 的演化, 可以看到自旋隧穿过程. 图 2 就对不同的扫描率 1.0×10^{-4} , 1.01×10^{-4} 和 $1.05 \times 10^{-4} \text{T/s}$, 分别画了 s_0 随瞬时磁场 B 的演化. 对每个 α 取几个磁化率常量作为对比. 图 2 中可以看到, 自旋隧穿主要发生在 $B=0$ 附近的一个小窗口内. 同时还可见到隧穿过程对外磁

场的扫描率非常敏感.此外,守恒的磁化率 m 影响着隧穿过程和最终的隧穿率.如图 2 中第一行所示,在外磁场扫描一次后,随着磁化率从 0 变化到 0.3,自旋-0 组分上 BECs 原子的布居率 s_0 和它的初态相比从被加强变到被减弱.

磁化率参数对自旋隧穿的影响,可以由方程组 (6)(7) 来粗略的理解.这个方程组给出,布居率 s_0 的变化受到守恒的磁化率常量的限制,即 $|1 - s_0| > |m|$.

为了解释为什么自旋隧穿主要发生在磁场为零(即 $B = 0$)附近的一个小窗口内,本文用与最近工作^[27]中同样的方法,计算体系的本征值和本征态.解体系的本征方程,得到其本征值或叫本征能量.图 3(a)画出了线性情况下(即 $c = 0$)的本征能量.图 3(b)画出了非线性情况下(即 $c \neq 0$)的本征能量.在 $c = 0$ 时,体系有三条能级,它们在 $B = 0$ 附近交叉;这三条能级分别是 $\epsilon_1 = E_+ + c$, $\epsilon_2 = E_0 + c$, $\epsilon_3 = E_- + c$,且它们分别对应着 $m = -1, 0, 1$.当 $c \neq 0$ 时,中间能级 ϵ_2 辟裂成两条,即 $\epsilon_{2a} = (E_+ + E_-)/2 - c$ (图 3(b)中的三角形), $\epsilon_{2b} = E_0 - c$ (图 3(b)中的圆圈),它们分别对应着 $m = (E_+ - E_-)/4c$ 和 $m =$

0 . ϵ_{2a} 对应着 $s_0 = 0$ 的态,而 ϵ_{2b} 对应着 $s_0 = 1$ 的那些态. ϵ_{2a} 与 ϵ_{2b} 看似简并,但图 3(b)中的插图表明它们实际上是非简并的.更进一步地,通过研究这个奇异体系的经典哈密顿的极值能量,同时发现一个有趣的现象.给体系加上非线性之后,对同样的 m 极值能量与体系的本征值并不相同.以 $m = 0$ 为例,为了得到极值能量的准确位置,用 H_{min} 来计算并得到它的两个极值: $H_{\text{min}1} = E_0$ 和 $H_{\text{min}2} = \delta/2 + \delta^2/16c + E_0 + c$,它们被画在图 3(c)中.由于这些能级在 $B = 0$ 附近非常接近,能级间的隧穿就容易发生在这个区域.此外,本文的计算结果还揭示了,这些近简并的解仅出现在 $(-0.16 \times 10^{-4} \text{ T}, 0.16 \times 10^{-4} \text{ T})$ 的磁场范围内.这意味着隧穿应主要发生在这个区域内.这个分析结果与图 2 中 s_0 发生跳跃的区域相符合.这样就解释了为什么隧穿主要发生在 $B = 0$ 附近的一个小共振窗口内.

为了明显的表现出图 2 展现的 $B = 0$ 附近的自旋隧穿,图 3(a)(b)横轴的单位取为 10^{-6} T ,图 3(c)横轴的单位取为 T .

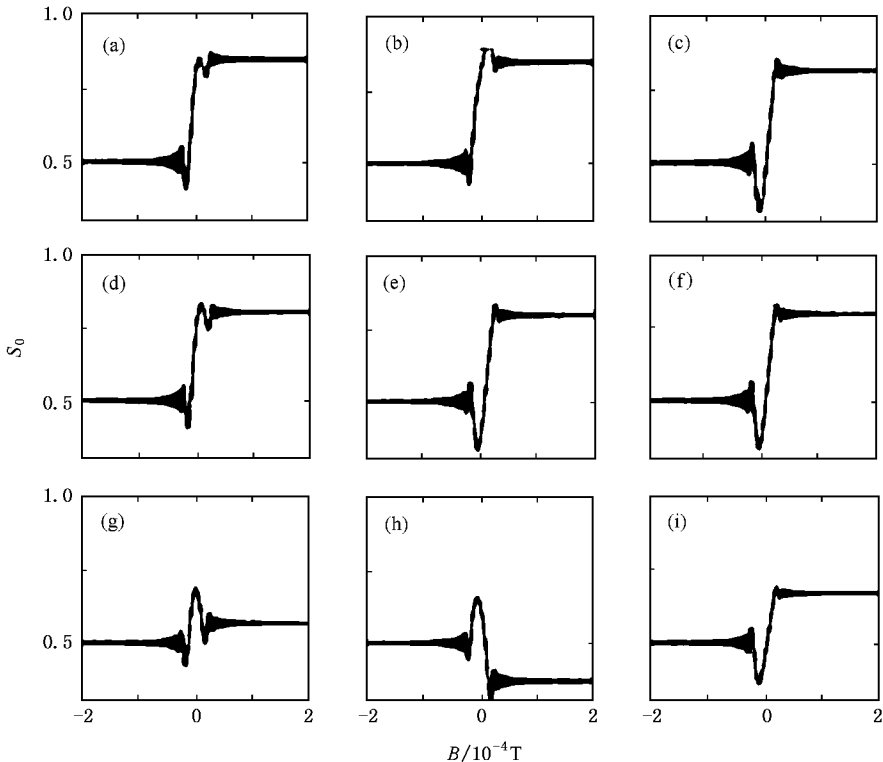


图 2 $c = -3.13 \times 10^{-34} \text{ J}$ 时, s_0 (其在 $-B_0 = -2 \times 10^{-4} \text{ T}$ 时的初值取为 0.5) 随扫描磁场 B 的变化 (a) $m = 0.0$, $\alpha = 1.0 \times 10^{-4} \text{ T/s}$ (b) $m = 0.0$, $\alpha = 1.01 \times 10^{-4} \text{ T/s}$ (c) $m = 0.0$, $\alpha = 1.05 \times 10^{-4} \text{ T/s}$ (d) $m = 0.1$, $\alpha = 1.0 \times 10^{-4} \text{ T/s}$ (e) $m = 0.1$, $\alpha = 1.01 \times 10^{-4} \text{ T/s}$ (f) $m = 0.1$, $\alpha = 1.05 \times 10^{-4} \text{ T/s}$ (g) $m = 0.3$, $\alpha = 1.0 \times 10^{-4} \text{ T/s}$ (h) $m = 0.3$, $\alpha = 1.01 \times 10^{-4} \text{ T/s}$ (i) $m = 0.3$, $\alpha = 1.05 \times 10^{-4} \text{ T/s}$

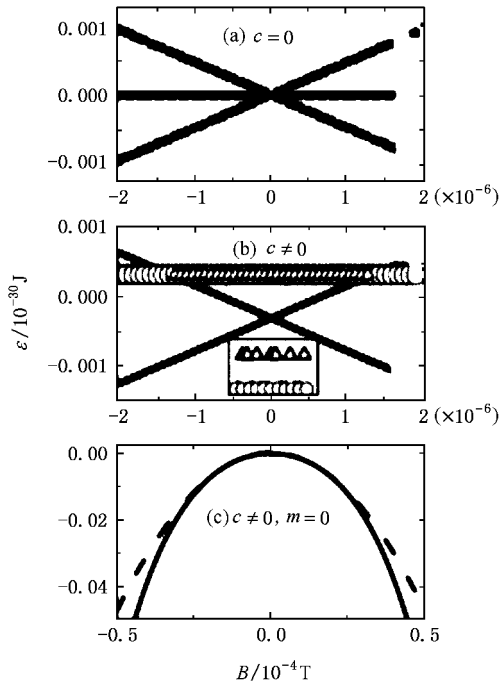


图3 体系的本征值 (a) $c=0$, m 不同的情况 (b) $c = -3.13 \times 10^{-34}$ J, m 不同的情况, 其中三角形代表 ε_{2a} , 圆圈代表 ε_{2b} , 插图表明 ε_{2a} 和 ε_{2b} 是非简并的; (c) $c = -3.13 \times 10^{-34}$ J, $m=0$ 时体系的极值能量, 其中虚线代表 H_{mf1} , 实线代表 H_{mf2}

3.2. 奇异自旋隧穿

本小节通过研究线性扫描磁场中 ^{87}Rb 原子凝聚体的隧穿率, 可发现一个奇怪的现象, 本文把它定义为奇异自旋隧穿.

因为大部分理论和实验研究的是零磁化率的情况, 所以我们也主要计算 $m=0$ 时的隧穿率. 为方便并不失一般性, 以 s_0 的初始布居率取 0.5 为例, 进行计算. 图 4(a) 画出了, 不同磁场扫描率下, $B_0 = 2 \times 10^{-4}$ T 时 s_0 的终值, 即 s_0^{Final} . 此图表明, 根据扫描率 α 的不同对自旋隧穿的讨论可以分成三部分.

1) 当 $\alpha \rightarrow 0$ 时, s_0^{Final} 几乎和初条件 $s_0^{\text{Initial}} = 0.5$ 相等, 体系看似没有变化. 隧穿率随磁场扫描率的变化图几乎是一条直线, 这意味着外磁场从 -2×10^{-4} T 缓慢地扫描到 2×10^{-4} T 后, 体系没有发生隧穿现象.

相平面图 5 表明, 对一个固定的外磁场, 体系的运动是周期的. 根据绝热理论^[23], 如果外磁场的扫描率比相平面中瞬时周期轨道的频率小, 体系将经历绝热演化. 因此在 $\alpha \rightarrow 0$ 时, 我们认为体系随扫描磁场的缓慢变化是绝热的. 由于 α (即能级的塞曼分

裂) 随磁场的扫描而变化, 因此经典哈密顿 (5) 也随之变化. 而 δ 对磁场关系的对称性 (见图 1) 导致经典哈密顿 (5) 在磁场扫描一次后没有发生变化. 因此, $s_0^{\text{Final}} \sim s_0^{\text{Initial}}$.

2) 当 $\alpha \rightarrow \infty$ 时, s_0^{Final} 的值仍然趋于初值 s_0^{Initial} . 这种情况下, 磁场扫描率非常快, 磁场变化的时间比体系运动的周期短得多. 对磁场的变化, 体系来不及作出反应. 因此在快扫描条件下没有隧穿现象也是可以理解的.

3) 当 α 中等大小时, 有趣的现象出现了. 这种情况下, 我们发现 s_0^{Final} 随磁场扫描率迅速变化, 这表明自旋隧穿发生, 隧穿率对磁场扫描率非常敏感且看似混沌^[24-26]. 然而对精度更高的 α , 看似混沌的隧穿率实际上是有规律的. 图 4(b)(c)(d) 画出了图 4(a) 在 $\alpha = 1.55 \times 10^{-4}$ T/s 附近的放大图. 这些图表明在更精确的精度更高的 α 附近, 不规则的图线变成了带有周期结构的图形.

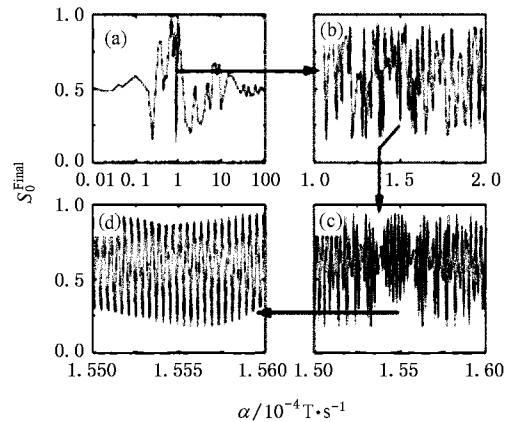


图4 $m=0.0$, $c = -3.13 \times 10^{-34}$ J, ^{87}Rb 原子凝聚体的隧穿率 (b) 是 (a) 在中等扫描率的磁场下的放大 (c) 是 (b) 相应部分的放大 (d) 是 (c) 相应部分的放大

上面的现象具有普遍性, 与 s_0 的初值无关. 这一点, 在我们最近的工作中通过研究初值 s_0^{Initial} 与 s_0^{Final} 之间的关系得到了证明^[28].

3.3. 奇异自旋隧穿的解释

本文通过理论分析和经典哈密顿 H_c 的相平面^[29] 对自旋 BECs 的奇异自旋隧穿做进一步研究, 并给出上面观察到的 ^{87}Rb 原子凝聚体的奇异自旋隧穿的一些解释.

图 5 对不同的 δ/c 画出了 ^{87}Rb 原子凝聚体的哈密顿 (5) 的相平面. 在这些相平面中, 看到两个不同

的动力学区域:1)跑相位区域,在这个区域内,相对相位 θ 随时间单调变化.2)振荡相位区域,在这个区域, θ 随时间在一个固定点附近振荡.随着 δ/c 的变化,这两个区域的面积发生变化.特别地,在共振窗口外,相平面内全部是水平的直线,如图5(d)所证明的那样.这表明,对一个固定的磁场,相对相位随时间沿直线运动,同时自旋-0 态上的布居率几乎保持不变.随着磁场的扫描,相位 θ 不断的累积,直到磁场进入 $B=0$ 附近的共振窗口,在这发生图2中看到的布居率跳跃.扫描过程中,总相位的累积决定跳跃的高度,因此影响着最终的隧穿率,并且相位对磁场扫描率非常的敏感.为了证明这一点,我们认为跳跃就发生在磁场为零时.考虑方程(7)右边第一项,认为这一项对相位的变化起主要贡献.把 δ 在 $B=0$ 附近做极数展开,结果取到三阶,可以发现 δ 与 B 之间是平方的关系,即 $\delta \approx \rho B^2$, 其中

$$\rho = \frac{g_1^2 \mu_1^2}{16 E_{\text{hf}}} + \frac{g_1 \mu_1 g_1 \mu_B}{8 E_{\text{hf}}} + \frac{g_1^2 \mu_B^2}{16 E_{\text{hf}}}, \quad (8)$$

于是得到

$$\theta_1 = -\frac{2}{3\hbar} \rho \alpha_1^2 t_1^3 = -\frac{2\rho B_0^3}{3\hbar \alpha_1}, \quad (9)$$

其中 α_1 是磁场扫描率, t_1 是磁场从 $-B_0$ 扫描到 0 所用的时间.考虑扫描率稍有不同的另一个磁场从 $-B_0$ 扫描到 0 的情况,其扫描率记为 α_2 .这两个过程,总相位累积之差可以这样估算

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = \frac{2\rho}{3\hbar} \left(\frac{B_0^3}{\alpha_1} - \frac{B_0^3}{\alpha_2} \right). \quad (10)$$

于是,可以估计出图4(d)中那些有规律的隧穿率的周期 α_p (其量纲与 α 相同)则有

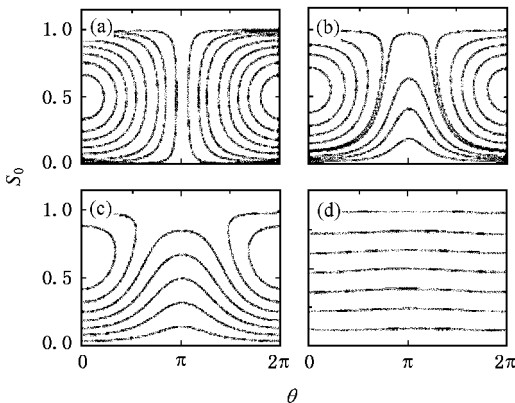


图5 $c = -3.13 \times 10^{-34} \text{ J}$, $m = 0.0$, 对不同的外磁场 B , ^{87}Rb 原子凝聚体的经典哈密顿的相平面 (a) $B = 0.0 \times 10^{-4} \text{ T}$, $\delta/c = 0$; (b) $B = 0.05 \times 10^{-4} \text{ T}$, $\delta/c = 0.36$; (c) $B = 0.09 \times 10^{-4} \text{ T}$, $\delta/c = 1.16$; (d) $B = 0.5 \times 10^{-4} \text{ T}$, $\delta/c = 38.0$

$$\alpha_p = \frac{3\Delta\theta\hbar\alpha^2}{2\rho B_0^3}, \quad (11)$$

其中 $\Delta\theta = 2\pi$.

上面的分析与数值计算的结果一致.在图6中,画了 $\alpha = 1.55 \times 10^{-4} \text{ T/s}$ (圆点)和 $\alpha = 2.55 \times 10^{-4} \text{ T/s}$ (方块)附近 α_p 和 B_0 的关系,发现它们和(11)式给出的结果非常符合.从(11)式还可以看出,如果扫描率的精度小于周期 α_p ,通常隧穿率是在不同的周期时记录下的随机图,因此它们看上去是混乱的(图4(a)).只有当扫描率的精度取到和隧穿率的周期 α_p 可比时,有规律的隧穿率才能被看到(图4(d)).

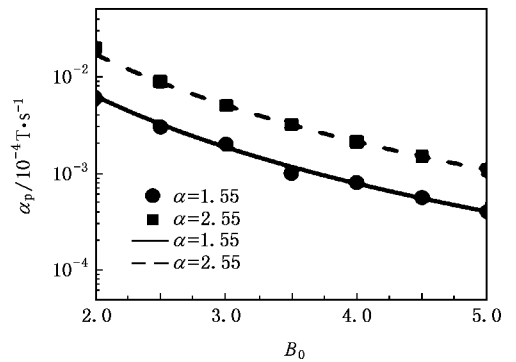


图6 在 $\alpha = 1.55 \times 10^{-4} \text{ T/s}$ 和 $\alpha = 2.55 \times 10^{-4} \text{ T/s}$ 附近, α_p 和 B_0 的关系.圆点和方块是数值结果,实线和虚线是(11)式计算的解析结果.纵轴取了对数

4. 结 论

综上所述,本文用平均场的方法,从理论上研究了线性扫描磁场中自旋-1 的玻色-爱因斯坦凝聚体的隧穿动力学.根据外磁场扫描率的不同,研究了碱金属玻色原子 ^{87}Rb 凝聚体的隧穿动力学.特别地,在一定的参数范围内,发现了奇异自旋隧穿.自旋-0 态上的最终概率幅对扫描率非常的敏感.在这样的自旋 BECs 体系中,隧穿主要发生在磁场接近于零的一个小共振窗口内.磁场扫描到零之前,总相对相位的累积强烈地影响着自旋隧穿动力学.用这个图像,我们给出了自旋隧穿现象的合理解释.此外,还发现了守恒的磁化率对自旋隧穿动力学的影响.希望本文的研究能引起大家对自旋隧穿实验更多的关注.

感谢刘杰研究员和傅立斌研究员对本文的指导,与牛谦教授和吴飙教授的有益讨论,一并致谢.

- [1] Regal C A , Greiner M , Jin D S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 40403
- [2] Zwierlein M W , Stan C A , Schunck C H , Raupach S M F , Kerman A J , Ketterle W 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 120403
- [3] Matthews M R , Anderson B P , Haljan P C , Hall D S , Wieman C E , Cornell E A 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 2498
- [4] Madison K W , Chevy F , Wohlleben W , Dalibard J 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 806
- [5] Raman C , Abo-Shaeer J R , Vogels J M , Xu K , Ketterle W 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 210402
- [6] Greiner M , Mandel O , Esslinger T , Hansch T W , Bloch I 2002 *Nature (London)* **415** 39
- [7] Olshani M 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 938
- [8] Gorlitz A , Vogels J M , Leanhardt A E , Raman C , Gustavson T L , Abo-Shaeer J R , Chikkatur A P , Gupta S , Inoué S , Rosenband T , Ketterle W 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 130402
- [9] Myatt C J , Burt E A , Christ R W , Cornell E A , Wieman C E 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 586
- [10] Stenger J , Inoué S , Stamper K D M *et al* 1998 *Nature (London)* **396** 345
- [11] Miesner H J , Stamper K D M , Stenger J *et al* 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 2228
- [12] Stamper K D M , Miesner H J , Chikkatur A P *et al* 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 661
- [13] Chang M S , Hamley C D , Barrett M D , Sauer J A , Fortier K M , Zhang W , You L , Chapman M S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 140403
Xu Z , Zhou S Y , Qu Q Z , Liu H , Zhou S Y , Wang Y Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5643 (in Chinese) [徐 震、周蜀渝、屈求智、刘华、周善钰、王育竹 2006 物理学报 **55** 5643]
- [14] Roberto B D , Ho T L 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 190405
- [15] Stamper K D M , Andrews M R , Chikkatur A P *et al* 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2027
- [16] Yan K Z , Tan W H 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1909 (in Chinese) [闫珂柱、谭维翰 2000 物理学报 **49** 1909]
Barrett M , Sauer J , Chapman M S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 10404
- Hu Z F , Du C G , Li S Q 2003 *Chinese Physics* **12** 708
- [17] Ohmi T , Machida K 1998 *J. Phys. Soc. Jpn.* **67** 1822
Ma Y , Fu L B , Yang Z A , Liu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5623 (in Chinese) [马 云、傅立斌、杨志安、刘 杰 2006 物理学报 **55** 5623]
Liu Z Z , Yang Z A 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1245 (in Chinese) [刘泽专、杨志安 2007 物理学报 **56** 1245]
- [18] Ho T L 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 742
Lu J 2004 *Chin. Phys.* **13** 811
- [19] Law C K , Pu H , Bigelow N P 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5257
- [20] Pu H , Law C K , Raghavan S , Eberly J H , Bigelow N P 1999 *Phys. Rev. A* **60** 1463
- [21] Zhang W X , Zhou D L , Chang M S , Chapman M S , You L 2005 *Phys. Rev. A* **72** 13602
- [22] Liu J , Fu L B , Ou B Y *et al* 2002 *Phys. Rev. A* **66** 23404
- [23] Liu J , Wu B , Niu Q 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 170404
- [24] Liu J , Zhang C W , Raizen M G , Niu Q 2006 *Phys. Rev. A* **73** 13601
- [25] Liu J , Wang W G , Zhang C W , Niu Q , Li B W 2005 *Phys. Rev. A* **72** 63623
- [26] Liu J , Wu B , Fu L B , Roberto B *et al* 2002 *Phys. Rev. B* **65** 224401
Liu J , Wang W , Zhang C , Niu Q , Li B 2005 *Phys. Rev. A* **72** 63623
Liu J , Wan W G , Zhang C W , Niu Q , Li B W 2006 *Phys. Lett. A* **353** 216
- [27] Wang G F , Ye D F , Fu L B , Chen X Z , Liu J 2006 *Phys. Rev. A* **74** 33414
- [28] Wang G F , Fu L B , Zhao H , Liu J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5003 (in Chinese) [王冠芳、傅立斌、赵 鸿、刘 杰 2005 物理学报 **54** 5003]
- [29] Wang G F , Fu L B , Liu J 2006 *Phys. Rev. A* **73** 13619

Irregular spin tunneling for Bose-Einstein condensates in a sweeping magnetic field^{*}

Wang Guan-Fang^{1)†} Liu Hong^{2)B)}

1) *Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China*

2) *Logistics School, Beijing Wuzi University, Beijing 101149, China*

3) *Beijing National Laboratory of Condensed Matter Physics, Institute of Physics, Beijing 100080, China*

(Received 16 April 2007 ; revised manuscript received 22 May 2007)

Abstract

With a mean-field treatment, the spin tunneling of spin-1 Bose-Einstein condensates in a linearly sweeping magnetic field is investigated. We focus on a typical alkali Bose atoms ^{87}Rb condensate and study its tunneling dynamics under different sweeping rates of external magnetic field. In the adiabatic (i.e., slowly sweeping) and sudden (i.e., fast sweeping) limits, no tunneling is observed. In the case of moderate sweeping rates, the tunneling dynamics is found to be very sensitive to the sweeping rate, showing a chaotic-like tunneling regime. By magnifying the apparently chaotic regime, however, we find interestingly that the plot becomes resolvable at a resolution of 10^{-8}T/s where the tunneling probability with respect to the sweeping rate shows a regular pseudo-periodic pattern. Moreover, a conserved quantity standing for the magnetization in experiments is found which can dramatically affect the above picture of the spin tunneling. Theoretically, we give a reasonable interpretation to the above findings.

Keywords : Bose-Einstein condensate, spin, tunneling

PACC : 0365, 0155, 7335

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10474008, 10604009), the National Basic Research Programme of China (Grant No. 2006CB921400), Science and Technology Fund of CAEP, and Funding Project for Academic Human Resources Development in Institutions of Higher Learning Under the Jurisdiction of Beijing Municipality.

[†] E-mail : wanggf02@sina.com