

混沌蚂蚁群算法设计 T-S 模糊系统^{*}

李丽香[†] 彭海朋 杨义先

(北京邮电大学信息安全中心, 网络与交换技术国家重点实验室, 北京 100876)

(2007 年 4 月 23 日收到 2007 年 5 月 13 日收到修改稿)

介绍了混沌蚂蚁群算法, 然后利用该算法设计 T-S 模糊系统, 给出了具体的设计过程, 并成功地将其应用于非线性动态系统辨识和自适应模糊控制, 最后给出了数值仿真, 数值仿真表明该方法是有用的.

关键词: 混沌蚂蚁群算法, T-S 模糊系统, 非线性动态系统辨识, 自适应控制

PACC: 0545

1. 引 言

模糊系统建模是根据操作过程中的输入-输出数据利用模糊逻辑建立模糊数学模型的过程. 最近几年, 基于模糊推理的建模方法大概分为以下几类: (1) 基于模糊关系模型的模糊推理建模方法^[1]; (2) 基于模糊神经网络的模糊建模方法^[2]; (3) 基于 Takagi 和 Sugeno 的模糊线性函数模型的建模方法^[3]; (4) 模糊基函数模型^[4]等. 与其他模型相比, Takagi 和 Sugeno (T-S) 模糊系统模型本质上是一种非线性模型, 易于在很大的空间范围内表达复杂系统的动态特性. 该模型具有结构简单、逼近能力强、便于采用传统的控制策略设计相关的控制器、易于工程应用人员理解等优点, 因而越来越受到人们的重视, 目前已成为模糊系统建模中的常用模型^[5].

在过去 20 年内, 人们提出了大量的设计模糊系统参数的学习算法. 其中大多数方法, 如反向传播算法^[6]、Simplex 算法^[7]、最小方差算法^[4]、自适应学习算法^[8]和扩展卡尔曼滤波器算法^[9], 这些算法本质上都属于基于梯度的局部搜索算法, 都需要相对平滑的搜索空间和可导的目标函数. 即使在导数的梯度信息存在的情况下, 这些算法在存在多个局部最优解的情况下, 也经常会陷入局部最优. 这些算法适用于特定的目标函数、特定类型的模糊推理和特定的成员函数的情况^[9].

近年来, 人们热衷于研究跟导数无关的模糊系统参数的学习算法, 如聚类算法^[5]、神经网络^[10]、遗传算法^[11]、胞映射^[12]、模糊等价配给^[13]、诱导学习算法^[14]等. 这些算法的优点是不需要目标函数必须可导, 因而可以应用的目标函数的范围较广. 基于神经网络的模糊系统学习算法在一定程度上受到神经元网络本身特点的制约, 如网络复杂性增加、学习速度慢、有时很难获得全局最优解. 遗传算法已被应用于模糊系统, 它具有在复杂空间中的全局搜索能力. 遗传算法也有“过早成熟”和收敛速度较慢的缺点^[8]. 徐海等人^[15]应用粒子群算法和改进的粒子群算法来优化模糊系统, 以便提取模糊规则和优化隶属度函数参数. 粒子群算法的优点是收敛速度快, 但也存在着算法精度较低、易发散等缺点.

混沌蚂蚁群算法是受自然界单个蚂蚁的混沌行为及整个蚂蚁种群自组织行为的启发, 最近提出的一种跟导数无关的混沌优化方法, 具有混沌动态搜索和群体行为智能搜索的特点. 在混沌蚂蚁群算法处理优化问题中, 蚂蚁种群的单个个体同它们的邻居交换信息并且从邻居的经验中受益, 从而达到探索搜索空间中有希望的区域的目的, 目前该算法已经被应用到函数优化^[16]、混沌系统参数辨识^[17]、比例-积分-微分 (PID) 参数整定^[18]等领域.

由于混沌蚂蚁群算法具有全局优化搜索的能力, 同时具有较高的精度, 我们提出了将模糊系统和混沌蚂蚁群算法相结合, 采用混沌蚂蚁群算法来设

^{*} 国家重点基础研究发展计划 (973) 项目 (批准号 2007CB310704), 国家自然科学基金 (批准号 60673098), 国家自然科学基金委员会与香港研究资助局联合科研基金 (批准号 60731160626), 教育部科学技术研究重点项目 (批准号 205033) 和北京市自然科学基金 (批准号: 4062025) 资助的课题.

[†] E-mail: li_lxlixiang2003@163.com

计模糊系统. 然后用设计的模糊系统来逼近动态系统中未知的非线性部分的动态特性, 并将其应用于非线性动态系统辨识和追踪控制.

2. T-S 模糊系统模型

著名的 T-S 模糊系统通常由四部分组成, 即模糊规则库、单值模糊产生器、基于模糊规则的模糊推理机和模糊输出的解模糊器. 其中每一部分都有多种实现方法. 图 1 给出了 T-S 模糊系统的框架图. 本文研究带有乘积推理机、单值模糊器、中心平均解模糊器和高斯隶属度函数的 T-S 模糊系统, 其具体形式为

g(x) = \frac{\sum_{l=1}^E \bar{y}^l \left[\prod_{i=1}^s \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right) \right]}{\sum_{l=1}^E \left[\prod_{i=1}^s \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right) \right]}, \quad (1)

其中 E 固定不变, $\bar{y}^l$, $\bar{x}_i^l$ 和 σ_i^l 是自由变化的实值参数. 尽管模糊系统的结构已经选定为(1)式, 但由于参数 $\bar{y}^l$, $\bar{x}_i^l$ 和 σ_i^l 还未确定, 所以模糊系统并未设计好. 一旦参数 $\bar{y}^l$, $\bar{x}_i^l$ 和 σ_i^l 确定了, 模糊系统也就设计好了, 即模糊系统的建立和确定模糊系统(1)式中的参数 $\bar{y}^l$, $\bar{x}_i^l$ 和 σ_i^l 是等价的.

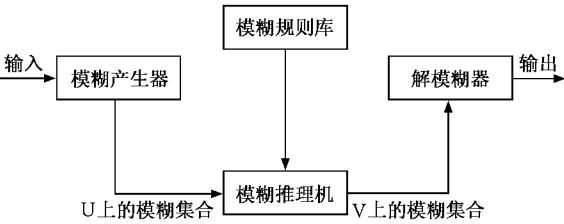


图 1 T-S 模糊系统框架图

3. 混沌蚂蚁群算法

蚂蚁是我们熟悉的社会昆虫, 自然界中蚂蚁种群表现出强大的自组织能力和通讯能力, 受蚂蚁种群行为启发产生的优化算法, 大多都是基于随机搜索机理的概率理论发展而来的. 近年来生物学家却发现单个蚂蚁的行为是混沌的^[19]. 从动力学的角度来说, 单个蚂蚁的混沌行为和种群强大的自组织能力之间必然存在着某种内在的关系. 单个蚂蚁的混沌行为和整个蚂蚁种群的智能组织行为是对周围生存环境的适应性的一种自然选择, 这些行为有利于找到食物和蚂蚁的生存. 文献[19]中提出了一个一

维的混沌映射来描述单个蚂蚁的混沌动力学. 受自然界蚂蚁行为的启发, 在文献[16]中我们将蚂蚁混沌动力学、群组织和优化机理进行巧妙的结合给出了一个基于群智能理论的优化方法, 即混沌蚂蚁群算法(CAS), 其具体的数学模型的定义如下:

\mu_i(n) = \mu_i(n-1)^{(1+r_i)},

\theta_{id}(n) = \left(\theta_{id}(n-1) + \frac{7.5}{\psi_{id}} V_i \right) \times \exp\left((1 - \exp(-a\mu_i(n))) \right) \times \left(3 - \psi_{id} \left(\theta_{id}(n-1) + \frac{7.5}{\psi_{id}} V_i \right) \right) - \frac{7.5}{\psi_{id}} V_i + \exp(-2a\mu_i(n) + \delta) \times (p_{id}(n-1) - \theta_{id}(n-1)), \quad (2)

其中, μ_i 表示蚁群系统的组织变量, 且 $\mu_i(0) = 0.999$; r_i 表示组织因子; θ_{id} 表示第 i 个蚂蚁的 d 维状态, $d = 1, 2, \dots, L$, L 表示优化空间的维数, $i = 1, 2, \dots, N$, N 表示蚂蚁数; $p_{id}(n-1)$ 表示第 i 个蚂蚁和它的邻居在 $n-1$ 步内找到的最好位置. ψ_d 是常数, 用来调整 θ_{id} 的搜索范围, V_i 决定了蚂蚁混沌动力学行为方程的吸引子在相空间移动的比例大小, 一般可以令 $V_i = 1/2$, δ 为常数且 $0 \leq \delta \leq 2/3$, a 是一个很大的正常数, 比如取 $a = 200$.

首先给出蚂蚁间距离的数学定义, 设两个蚂蚁 i 和 j 的位置分别为 $(\theta_{i1}, \dots, \theta_{iL})$ 和 $(\theta_{j1}, \dots, \theta_{jL})$, 则蚂蚁 i 和 j 间的距离为 $\sqrt{(\theta_{i1} - \theta_{j1})^2 + \dots + (\theta_{iL} - \theta_{jL})^2}$, 其中 $i \neq j, i, j = 1, \dots, N$.

令在搜索空间中距离蚂蚁 i 最近的 M 个蚂蚁作为蚂蚁 i 的邻居, 其中 $M < N$. 由于最优信息 p_{id} 是在蚂蚁和它的邻居中传递的, 显然当蚂蚁数 N 为偶数时, 如果 $M \geq N/2$ 时, 算法会收敛到同一值; 当蚂蚁数 N 为奇数时, 如果 $M \geq (N-1)/2$ 时, 算法会收敛到同一值. 反之, 算法可能会不收敛到同一值.

在(1)式中, r_i 和 ψ_d 是两个重要的参数, r_i 影响了系统的收敛速度, 如果 r_i 很大那么算法的收敛速度太快, 系统不经混沌搜索过程直接收敛, 此时很难找到系统的最优解或次最优解. 如果 r_i 太小, 那么将导致算法运行时间过长. 如果 $r_i = 0$, 那么系统将一直处于混沌态而不会收敛到最优解或次最优解. 通常我们选取 $0 < r_i \leq 0.5$, 比如 $r_i = 0.1 + 0.1 * \text{rand}()$, 其中 $\text{rand}()$ 表示取值在 $[0, 1]$ 之间的一个随机数.

$\psi_d > 0$ 决定了系统的搜索范围,如果 ψ_d 很大那么算法搜索范围会很小,如果 ψ_d 很小那么搜索范围会很大,设搜索范围为 $\left[-\frac{\omega_d}{2}, \frac{\omega_d}{2}\right]$, 那么 ψ_d 和 ω_d 之间存在一个近似关系 $\omega_d \approx 7.5/\psi_d$.

4. 利用 CAS 设计 T-S 模糊系统

4.1. 设计步骤

假定给出如下输入-输出数据对:

$$(x_0^k; y_0^k), k = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

式中

$$x_0^k \in U = [\alpha_1, \beta_1] \times \dots \times [\alpha_n, \beta_n] \subset R^n, \\ y_0^k \in V = [\alpha_y, \beta_y] \subset R.$$

设计的目的是由(3)式所给定的输入-输出数据对,设计一个形如(1)式的模糊系统 $\hat{g}(x)$, 使得如下拟合误差最小:

$$e = \sum_{j=1}^P [\hat{g}(x_0^j) - y_0^j]^2, \quad (4)$$

其中 P 表示从 P 个输入-输出数据对,即确定参数 $\bar{y}^l, \bar{x}_i^l$ 和 σ_i^l 使得(4)式中的误差 e 最小.

采用混沌蚂蚁群算法进行模糊系统设计的具体步骤如下.

1) 模糊系统结构的确定和初始参数的设置. 选择形如(1)式的模糊系统,并确定模糊系统的参数 E , 设定模糊系统的初始参数 $\bar{y}^l(0), \bar{x}_i^l(0), \sigma_i^l(0)$;

2) 根据给定的输入-输出数据对 $(x_0^p; y_0^p), p = 1, 2, \dots, P$, 在学习的第 q 阶段,把输入 x_0^p 作为模糊系统(1)的输入,计算模糊系统的输出和相应的拟合误差;

3) 调整参数. 采用混沌蚂蚁群算法计算要调整的参数 $\bar{y}^l(q), \bar{x}_i^l(q)$ 和 $\sigma_i^l(q)$;

4) 令 $q = q + 1$ 返回步骤 2) 重新计算,直到误差 $|\hat{g} - y_0^p|$ 小于一个很小的数或者迭代满足一个预先设定的迭代步数.

5) 令 $p = p + 1$, 返回步骤 2) 重新计算. 即用下一个输入-输出数据对 $(x_0^{p+1}; y_0^{p+1})$ 来调整模糊系统的参数;

6) 系统模型验证. 如果有必要的话,令 $p = 1$, 并且重新计算步骤 2) 到步骤 5), 直至所设计的模糊系统令人满意. 对于动态系统辨识问题这一步是不可行的, 因为该问题给出的输入-输出数据对是以实时

方式一一对应的. 而对于模式识别问题, 因为其输入-输出数据对是离线的, 所以这一步通常是可行的.

对于初始条件的设置, 我们的算法由于是全局算法, 所以对初始参数要求很宽松, 一般给出大致的搜索范围就可以了. 对于梯度法等局部优化算法, 对初始参数要求很严, 如果所选择的初始参数接近最优参数, 则算法就很可能收敛于最优解, 否则算法可能收敛于一个非最优解甚至不收敛.

4.2. 在非线性动态系统辨识中的应用

系统辨识是根据传感器测量结果确定一个合适的系统模型的过程, 这一过程之所以重要, 是因为工程中的许多方法都要依赖于系统模型. 由于模糊系统是一种强有力的万能逼近器, 所以把它作为非线性系统的辨识模型是合适的^[20]. 我们将采用通过混沌蚂蚁群算法设计的模糊系统来逼近动态系统中未知的非线性部分动态的特性.

考虑如下非线性动态系统:

$$y(k+1) = f(y(k), \dots, y(k-n+1); \\ u(k), \dots, u(k-m+1)), \quad (5)$$

式中 f 是一个要辨识的未知函数, u 和 y 分别是系统的输入和输出, n 和 m 是正整数.

令 $\hat{f}$ 为形如(1)式的模糊系统. 用 $\hat{f}$ 取代(5)式中的 f , 于是可得下面的辨识模型:

$$\hat{y}(k+1) = \hat{f}(y(k), \dots, y(k-n+1); \\ u(k), \dots, u(k-m+1)).$$

该问题的输入-输出数据对是 $(x_0^{k+1}; y_0^{k+1})$, 其中

$$x_0^{k+1} = (y(k), \dots, y(k-n+1); u(k), \dots, \\ u(k-m+1)), \\ y_0^{k+1} = y(k+1), k = 0, 1, 2, \dots.$$

辨识的目的是调整 $\hat{f}$ 中的参数, 使得当 k 趋于无穷时, 辨识模型 $\hat{y}(k+1)$ 的输出收敛于真实系统 $y(k+1)$ 的输出. 此时(1)式中的 n 在这里等于 $n+m$.

4.3. 在自适应控制系统中的应用

本节将上面设计的模糊系统作为离散时间非线性动态系统的自适应模糊控制器的基本组成单元. 考虑如下非线性动态系统:

$$y(k+1) = f(y(k), y(k-1)) + u(k), \quad (6)$$

式中 f 是一个未知的非线性函数, 控制的目标是根

据上面设计的模糊系统设计一个控制器 u ,使得闭环系统的输出 y 能跟踪下面的参考模型的输出 y_m :

$$y_m(k+1) = 0.6y_m(k) + 0.2y_m(k-1) + r(k), \tag{7}$$

式中 $r(k) = \sin(2\pi k/25)$. 即需保证 $e(k) = y(k) - y_m(k)$ 在 k 趋于无穷大时收敛于 0.

如果函数 f 已知,则可用下式来构造控制器:

$$u(k) = -f(y(k), y(k-1)) + 0.6y(k) + 0.2y(k-1) + r(k). \tag{8}$$

合并(6)–(8)式,可得

$$e(k+1) = 0.6e(k) + 0.2e(k-1).$$

由此可得 $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$,然而因为 f 未知,所以控制器(8)还不能实现.为了解决这一问题,把(8)式中的 f 用模糊系统(1)来取代,即用下面的控制器:

$$u(k) = -\hat{f}(y(k), y(k-1)) + 0.6y(k) + 0.2y(k-1) + r(k),$$

其中 $\hat{f}$ 为形如(1)式的模糊系统, $x = (y(k), y(k-1))^T$. 这样可用下面的差分方程来描述闭环系统的动态特性:

$$y(k+1) = f(y(k), y(k-1)) - \hat{f}(y(k), y(k-1)) + 0.6y(k) + 0.2y(k-1) + r(k).$$

这样整个控制系统的控制器由辨识器和控制器两部分组成. 辨识器利用模糊系统 $\hat{f}$ 来逼近未知函数 f ,然后把 $\hat{f}$ 复制到控制器中. 该方法可以推广到其他情况.

5. 数值仿真

5.1. 非线性动态系统辨识

辨识对象满足如下方程:

$$y(k+1) = 0.3y(k) + 0.6y(k-1) + g[u(k)],$$

式中的未知函数为

$$g(u) = 0.6\sin(\pi u) + 0.3\sin(3\pi u) + 0.1\sin(5\pi u).$$

在辨识时, $E = 10$,同时选取蚂蚁总数为 $N = 20$,邻居数为 $M = 19$, $\delta = 2/3$, $a = 200$, $\phi_d = 7.5/4$, $r_i = 0.1 + 0.1 * \text{rand}()$,选取学习算法终止条件为 $n = 200$,此时 $u(k) = \sin(2\pi k/200)$. 图 2 给出了系统的输出和辨识模型的输出,由图 2 可以看出用本方法实现了很好的辨识.

为了和文献[15]的结果比较,我们采用文献

[15]中符合度的定义,比较的结果如表 1.

表 1 各算法的符合度比较

方法	PSO	GA	PSOnew	CAS
符合度	0.8663	0.9496	0.9674	0.9945

5.2. 自适应模糊控制

下面我们用一个非线性系统和一个混沌系统来进行数值研究.

例 1 在本例中考虑如下非线性系统^[20]:

$$y(k+1) = \frac{y(k)y(k-1)[y(k) + 2.5]}{1 + y^2(k) + y^2(k-1)}.$$

在辨识时, $E = 10$,同时选取蚂蚁总数为 $N = 20$,邻居数为 $r_i = 0.1 + 0.01 * \text{rand}()$, $M = 19$, $a = 200$, $\delta = 2/3$, $\phi_d = 7.5/4$,选取学习算法终止条件为 $n = 200$,控制器和辨识器同时从 $k = 0$ 开始运作. 图 3 给出了这一仿真的输出结果 y 和 y_m ,由图 3 可以看出用本方法实现了很好的追踪效果.

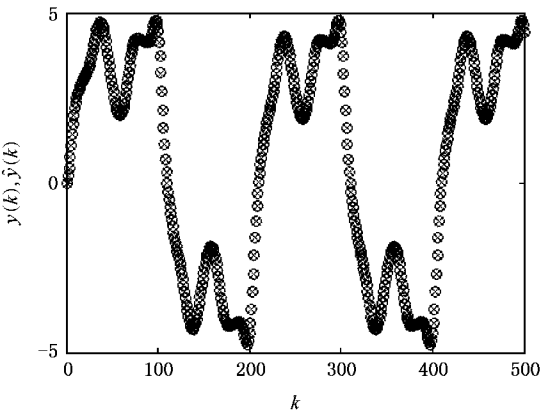


图 2 系统的输出 y (圈)和辨识模型的输出 $\hat{y}$ (叉)

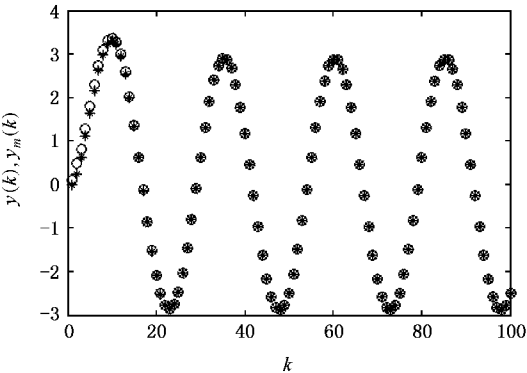


图 3 闭环系统的输出 y (圈)和参考轨迹 y_m (叉)

例 2 在本例中考虑如下混沌系统^[21,22]:

$$y(k+1) = 1 + 1.4y^2(k) - 0.3y(k-1).$$

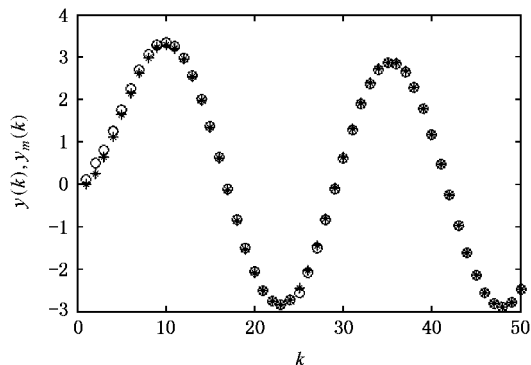


图4 闭环系统的输出 y (圈)和参考轨迹 y_m (叉)

在辨识时, $E = 10$, 同时选取蚂蚁总数为 $N = 20$, 邻

居数为 $M = 19$, $r_i = 0.05 + 0.01 * \text{rand}()$, $a = 200$, $\delta = 2/3$, $\psi_d = 7.5/18$, 选取学习算法终止条件为 $n = 300$, 控制器和辨识器同时从 $k = 0$ 开始运作. 图4给出了这一仿真的输出结果 y 和 y_m , 由图4可以看出用本方法实现了很好的追踪效果.

6. 结 论

本文将 T-S 模糊系统的设计问题转化为便于混沌蚂蚁群算法处理的模糊系统参数优化问题, 充分发挥了混沌蚂蚁群算法的全局优化搜索能力. 并将混沌蚂蚁群算法设计的模糊系统用于模糊辨识和控制中, 数值仿真结果表明, 使用混沌蚂蚁群算法设计的模糊系统可以得到很好的模糊辨识和控制结果.

- [1] Chen J Q, Chen L J 1993 *Fuzzy Sets and Systems* **64** 63
- [2] Sun C T 1994 *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* **2** 64
- [3] Takagi T, Sugeno M 1985 *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics* **15** 116
- [4] Wang L X, Mendel J M 1992 *IEEE Trans. on Neural Networks* **3** 807
- [5] Chen J Q, Xi Y G, Zhang Z J 1998 *Fuzzy Sets and Systems* **98** 319
- [6] Wang L X, Mendel J M 1992 *IEEE International Conference on Fuzzy Systems* p1409
- [7] Egusa Y, Akahori H, Morimura A, Wakami N 1995 *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* **3** 351
- [8] Lin C K, Wang S D 1999 *Fuzzy Sets and Systems* **101** 343
- [9] Simon D 2002 *Fuzzy Sets and Systems* **132** 189
- [10] Figueiredo M, Gomide F 1999 *IEEE Trans. Neural Networks* **10** 815
- [11] Chen S M, Huang C M 2003 *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* **11** 495
- [12] Smith S, Comer D 1991 *IEEE Control Systems Mag.* **11** 18
- [13] Wu R, Chen S 1999 *IEEE Trans. Systems Man Cybernet-Part B* **29** 25
- [14] Castro J L, Zurita J M 1997 *Fuzzy Sets and Systems* **89** 193
- [15] Xu H 2000 *Computer Engineering and Applications* **7** 62 (in Chinese) [徐海 2000 计算机工程与应用 7 62]
- [16] Li L X, Yang Y X, Peng H P, Wang X D 2006 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **16** 2351
- [17] Li L X, Peng H P, Yang Y X, Wang X D 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 51 (in Chinese) [李丽香、彭海朋、杨义先、王向东 2007 物理学报 56 51]
- [18] Li L X, Peng H P, Yang Y X, Wang X D 2006 *Chinese Journal of Scientific Instrument* **27** 1104 (in Chinese) [李丽香、彭海朋、杨义先、王向东 2006 仪器仪表学报 27 1104]
- [19] Sole R V, Miramontes O, Goodwin B C 1993 *J. Theoretical Biology.* **161** 343
- [20] Wang L X 2003 *A Course in Fuzzy Systems and Control* (Beijing: Tsinghua University Press) (in Chinese) [王立新 2003 模糊系统与模糊控制教程(北京 清华大学出版社)]
- [21] Liu F C, Wang J, Peng H P, Li L X 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1954 (in Chinese) [刘福才、王娟、彭海朋、李丽香 2002 物理学报 51 1954]
- [22] Ren R, Xu J, Zhu S H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 555 (in Chinese) [任韧、徐进、朱世华 2006 物理学报 55 555]

T-S fuzzy system design by chaotic ant swarm algorithm^{*}

Li Li-Xiang[†] Peng Hai-Peng Yang Yi-Xian

(Information Security Center, State Key Laboratory of Networking and Switching Technology,
Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

(Received 23 April 2007 ; revised manuscript received 13 May 2007)

Abstract

In this paper, we introduce the chaotic ant swarm algorithm and present the successful application of the algorithm to the problem of designing fuzzy system that matches the desired input-output pairs. The resulting CAS-designed fuzzy systems models can be used to achieve the identification and adaptive control of dynamical systems. Simulation results show that the proposed method is effective.

Keywords : chaotic ant swarm algorithm, T-S fuzzy system, nonlinear dynamical system identification, adaptive control

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No.2007CB310704), the National Natural Science Foundation of China (Grant No.60673098), the National Natural Science Foundation of China and the Research Grants Council of Hong Kong Joint Research Scheme (Grant No. 60731160626), the Key Project of Chinese Ministry of Education (Grant No.205033), the Natural Science Foundation of Beijing, China (Grant No. 4062025).

[†] E-mail : li_lixiang2003@163.com