

一类关联混沌系统的分时切换混沌同步^{*}

刘扬正^{1)†} 姜长生¹⁾ 林长圣²⁾

1) 南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016)

2) 南京工程学院非线性物理研究所, 南京 211167)

(2007 年 4 月 19 日收到, 2007 年 5 月 14 日收到修改稿)

提出关联混沌系统分时切换混沌同步的思想. 利用线性反馈控制方法实现一类关联混沌系统中各个子系统与其复制系统间的分时切换混沌同步. 根据时变系统的稳定性理论, 得到了使各子系统都能实现混沌同步的反馈控制增益的取值范围. 数值仿真实验证明了理论分析的正确性和可行性.

关键词: 分时切换混沌同步, 线性反馈, 关联混沌系统

PACC: 0545

1. 引言

切换混沌同步技术具有系统的可选择性、实现的灵活性和传输信号的多样性, 能改善混沌同步保密通讯的安全性能, 现已成为混沌同步领域的研究热点之一^[1-7]. 文献 [1] 建构了能产生多种混沌序列的广义离散混沌系统, 通过对系统参数的选择实现系统间的切换, 并提出了利用广义混沌映射切换混沌同步实施保密通讯的方法; 文献 [2] 研究了多个连续混沌系统的时分同步问题, 由多个单一系统组成一个多混沌系统, 每一个子系统在某一时间段上都与其复制系统实现混沌同步, 驱动系统和响应系统双方的多混沌系统分时复用同步信道, 构成多混沌时分同步系统. 以上两种多混沌系统中子系统间的切换通过改变系统的参数实现, 实际操作并不方便. 为此, 研究者构建了包含多个子系统的关联混沌系统^[3-7]. 这类系统具有的共性是各个子系统的参数相同只是系统的非线性特性不同, 子系统间的切换可以通过开关改变系统的非线性特性实现. 针对一类可切换的关联混沌系统, 本文提出关联混沌系统分时切换混沌同步的思想. 利用线性反馈控制方法实现这类系统中各个子系统与其复制系统间的混沌同步. 将关联混沌系统作为驱动系统, 将其复制系统

作为响应系统, 将时间分成若干个时间段, 驱动系统和响应系统分时复用同一同步控制器和同步控制信道, 实现关联混沌系统的分时切换混沌同步. 根据时变系统的稳定性理论, 得到了使各子系统都能实现混沌同步的反馈控制增益的取值范围. 理论分析和数值仿真实验的结果表明, 关联混沌系统的分时切换混沌同步的正确性和可行性.

2. 理论分析

采用对混沌系统实施非线性反馈控制的方法, 对 Lorenz 系统^[8]及其变形系统^[9-20]进行改造, 由于被反馈回原三维系统的方式不同^[9-19], 文献 [3-7, 20] 构建了一类包含多个子系统的关联混沌系统, 这些子系统各自独立又相互联系, 子系统的参数相同, 只是系统的非线性特性不同, 利用系统选择器, 容易实现子系统间的相互切换. 以文献 [20] 中的关联混沌系统为研究对象, 探讨一类关联混沌系统的分时切换混沌同步问题.

首先定义关联混沌系统分时切换混沌同步. 假设驱动系统由包含 N 个子系统的关联混沌系统构成, N 个子系统之间可以利用系统选择器进行切换, 分别记为 A_i , $i = 1, 2, \dots, N$; 响应系统是驱动系统的复制系统, 也具有对应的 N 个关联混沌系统,

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 90405011), 江苏省自然科学基金(批准号: 07KJD120081)和南京工程学院自然科学基金(批准号: KXJ07068)资助的课题.

[†] E-mail: lyz64@njit.edu.cn, lyz_6410@163.com

分别记为 $B_i, i = 1, 2, \dots, N$.

定义 将时间 T 分成 N 个时间段, 若在 T_i 时间段内, A_i 与它对应的 B_i 能形成混沌同步, 也即驱动系统和响应系统中的 N 个子系统, 都能在相同的同步控制作用下, 分时复用同一同步控制信道, 利用系统选择器进行切换, 都能在相应的时间段内实现混沌同步, 将这种同步方式称为关联混沌系统分时切换混沌同步. 图 1 是关联混沌系统分时切换混沌同步的原理图.

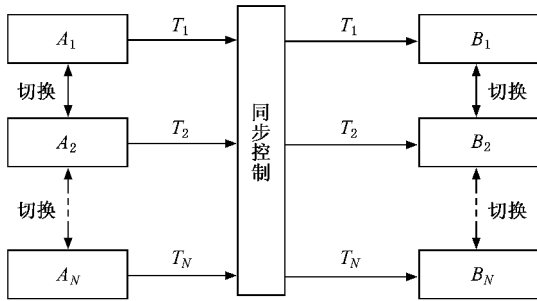


图 1 关联混沌系统分时切换混沌同步的原理图

下面讨论文献 [20] 中四个关联混沌系统的分时切换混沌同步问题. 驱动方为四个可切换的关联混沌系统, 响应方为这四个可切换的关联混沌系统的复制系统. 当系统选择器选取文献 [20] 中的子系统 (1) 时, 利用线性反馈控制实现子系统 (1) 与其复制系统的混沌同步. 驱动系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{11} &= a(y_{11} - x_{11}) + y_{11}z_{11}, \\ \dot{y}_{11} &= bx_{11} - 10x_{11}z_{11}, \\ \dot{z}_{11} &= -cz_{11} + 10x_{11}y_{11}, \end{aligned} \quad (1)$$

利用线性反馈控制方法实现驱动系统 (1) 和响应系统 (2) 的混沌同步, 线性反馈控制器 $u_{1i}(t) = k_{1i}e_{1i}$ ($i = 1, 2, 3$) 施加在响应系统上, 则响应系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{12} &= a(y_{12} - x_{12}) + y_{12}z_{12} + u_{11}, \\ \dot{y}_{12} &= bx_{12} - 10x_{12}z_{12} + u_{12}, \\ \dot{z}_{12} &= -cz_{12} + 10x_{12}y_{12} + u_{13}, \end{aligned} \quad (2)$$

式中 k_{1i} ($i = 1, 2, 3$) 为反馈控制增益, $e_{11} = x_{11} - x_{12}$, $e_{12} = y_{11} - y_{12}$, $e_{13} = z_{11} - z_{12}$ 为系统误差变量. 为了获得能够实现驱动系统与响应系统混沌同步的线性反馈控制增益 k_{1i} 的取值范围, 用 (1) 式减 (2) 式得到误差系统方程:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{11} &= -(a + k_{11})e_{11} + (a + z_{11})e_{12} + y_{12}e_{13}, \\ \dot{e}_{12} &= (b - 10z_{11})e_{11} - k_{12}e_{12} - 10x_{12}e_{13}, \end{aligned}$$

$$\dot{e}_{13} = 10y_{11}e_{11} + 10x_{12}e_{12} - (c + k_{13})e_{13}, \quad (3)$$

定理 1 对于混沌系统 (1) 和系统 (2), 存在有限值 $\tilde{k}_{1i}$, 在线性反馈控制作用下, 当反馈控制增益 $k_{1i} > \tilde{k}_{1i}$ 时, 二混沌系统实现完全混沌同步.

证明 由 (3) 式可知, 原点是误差系统的零点. 误差系统 (3) 是一个线性时变系统, 将其表达为 $\dot{e} = A(t)e$ 的形式, 则线性时变矩阵为

$$A_1(t) = \begin{bmatrix} -a - k_{11} & a + z_{11} & y_{12} \\ b - 10z_{11} & -k_{12} & -10x_{12} \\ 10y_{11} & 10x_{12} & -c - k_{13} \end{bmatrix} \quad (4)$$

根据文献 [21] 线性时变系统的稳定性理论, 误差系统 (3) 式全局渐近稳定的充分条件为

$$\begin{aligned} -k_{11} - a + |b - 10z_{11}| &< 0, \\ -k_{12} + |a + z_{11}| &< 0, \\ -k_{13} - c &< 0, \\ (-k_{11} - a + |b - 10z_{11}|) \wedge (-k_{13} - c) &> 100m_1^2, \\ (-k_{12} + |a + z_{11}|) \wedge (-k_{13} - c) &> 100m_1^2, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $m_1 = \max\{|x_{12}|, |y_{11}|\}$, 由于系统处于混沌状态, 系统变量在有限的范围内变化, 因而存在有限值 $\tilde{k}_{1i}$ ($i = 1, 2, 3$), 当反馈控制增益 k_{1i} 满足 $k_{1i} > \tilde{k}_{1i}$ 时

(例如由 (5) 式可取 $k_{11} > \frac{100m_1^2}{c + k_{13}} + |b - 10z_{11}| - a$, $k_{12} > \frac{100m_1^2}{c + k_{13}} + |a + z_{11}|$, $k_{13} > -c$), 线性时变

系数矩阵 $A_1(t)$ 的所有特征值具有负实部, 因此误差系统 (3) 式的零解一致渐近稳定. 也就意味着在线性反馈控制的作用下, 驱动系统 (1) 与响应系统 (2) 实现混沌同步. 定理得证.

当系统选择器选取文献 [20] 中的系统 (4) 时, 利用线性反馈控制实现该子系统与其复制系统的混沌同步. 驱动系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{21} &= a(y_{21} - x_{21}) + y_{21}^2, \\ \dot{y}_{21} &= bx_{21} - 10x_{21}z_{21}, \\ \dot{z}_{21} &= -cz_{21} + 10x_{21}^2. \end{aligned} \quad (6)$$

响应系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{22} &= a(y_{22} - x_{22}) + y_{22}^2 + u_{21}, \\ \dot{y}_{22} &= bx_{22} - 10x_{22}z_{22} + u_{22}, \\ \dot{z}_{22} &= -cz_{22} + 10x_{22}^2 + u_{23}, \end{aligned} \quad (7)$$

用 (6) 式减 (7) 式得到误差系统方程:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{21} &= -(a + k_{21})e_{21} + (a + 2y_{21})e_{22} - e_{22}^2, \\ \dot{e}_{22} &= (b - 10z_{21})e_{21} - k_2 e_{22} - 10x_{22}e_{23}, \quad (8) \\ \dot{e}_{23} &= 20x_{21}e_{21} - 10e_{21}^2 - (c + k_{23})e_{23}, \end{aligned}$$

定理 2 对于混沌系统(6)和系统(7),存在有限值 $\tilde{k}_{2i}$,在线性反馈控制作用下,当反馈控制增益 $k_{2i} > \tilde{k}_{2i}$ 时,二混沌系统实现完全混沌同步.

证明 由(8)式可知,原点是误差系统的零点.误差系统(8)是一个非线性时变系统,将其表达成 $\dot{x} = A(t)x + O(x, t)$ 的形式^[22]:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{e}_{21} \\ \dot{e}_{22} \\ \dot{e}_{23} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -(a + k_{21}) & a + 2y_{21} & 0 \\ b - 10z_{21} & -k_{22} & -10x_{22} \\ 20x_{21} & 0 & -(c + k_{23}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{21} \\ e_{22} \\ e_{23} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -e_{22}^2 \\ 0 \\ -10e_{21}^2 \end{bmatrix}, \quad (9) \end{aligned}$$

时变线性矩阵:

$$A_2(t) = \begin{bmatrix} -a - k_{21} & a + 2y_{21} & 0 \\ b - 10z_{21} & -k_{22} & -10x_{22} \\ 20x_{21} & 0 & -c - k_{23} \end{bmatrix} \quad (10)$$

根据文献[22]非线性系统的线性化稳定性理论,由于系统处于混沌状态,矩阵 $A_2(t)$ 满足有界性,当线性时变系数矩阵 $A_2(t)$ 满足所有特征值具有负实部的条件时,误差系统(8)零解一致渐近稳定,由文献[21]线性时变系统的稳定性理论,当反馈控制增益 $k_{2i} (i = 1, 2, 3)$ 满足下列条件:

$$\begin{aligned} -k_{21} - a + |b - 20z_{21}| &< 0, \\ -k_{22} + |a + 2y_{21}| &< 0, \\ -k_{23} - c &< 0, \\ (-k_{21} - a + |b - 20z_{21}|) &\wedge (-k_{23} - c) > 200m_2^2, \\ (-k_{22} + |a + 2y_{21}|) &\wedge (-k_{23} - c) > 200m_2^2, \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $m_2 = \max\{|x_{21}|, |x_{22}|\}$,很明显,存在有限值 $\tilde{k}_{2i} (i = 1, 2, 3)$,当反馈控制增益 k_{2i} 满足 $k_{2i} > \tilde{k}_{2i}$ 时(例如取 $k_{21} > \frac{200m_2^2}{c + k_{23}} + |b - 20z_{21}| - a$, $k_{22} > \frac{200m_2^2}{c + k_{23}} + |a + 2y_{21}|$, $k_{23} > -c$),线性时变系数矩阵 $A_2(t)$ 的所有特征值具有负实部,且非线性项 $O(e, t) = [-e_{22}^2 \ 0 \ -10e_{21}^2]^T$ 对所有的 t 有 $O(0, t) = 0$,且

$$\lim_{\|e\| \rightarrow 0} \frac{\|O(e, t)\|}{\|e\|} = 0 \text{ 对 } t \text{ 一致成立. 因此误差系}$$

统(8)的零解一致渐近稳定.

当系统选择器分别选取文献[20]中的系统(2)和系统(3)时,同理可得,利用线性反馈控制实现系统(2)和系统(3)各自与其复制系统的混沌同步的反馈控制增益的阈值.

定理 3 对于文献[20]中的一类关联混沌系统,如果驱动系统中子系统 A_i 与响应系统中对应的子系统 B_i 都能在相同的控制方法作用下形成混沌同步,则存在同一控制方法,使驱动系统和响应系统分时复用同一同步控制信道实现关联混沌系统分时切换混沌同步.

证明 由定理 1,定理 2 知,在 T_1 时间段内,在线性反馈控制下,当反馈控制增益 $k_{1i} > \tilde{k}_{1i}$ 时,驱动系统中子系统 A_1 与响应系统中对应的子系统 B_1 实现混沌同步;在 T_2 时间段内,在线性反馈控制下,当反馈控制增益 $k_{2i} > \tilde{k}_{2i}$ 时,驱动系统中子系统 A_2 与响应系统中对应的子系统 B_2 在线性反馈控制下实现混沌同步;……取 $\tilde{k}_{Mi} = \max\{\tilde{k}_{ji}\}_{j=1,2,3,4; i=1,2,3}$.当反馈控制增益 $k_{ji} > \tilde{k}_{Mi}$ 时,在线性反馈控制下,驱动系统中子系统 A_i 与响应系统中对应的子系统 B_i 都能形成混沌同步,因此,在同一个线性反馈控制器的作用下,存在共同的反馈控制增益取值,使驱动系统和响应系统分时复用同一同步控制信道,实现多混沌系统分时切换混沌同步.定理得证.

3. 数值实验

对文献[20]中的关联混沌系统切换混沌同步进行数值实验,取关联混沌系统的共同参数为^[20] $a = 10, b = 40, c = 2.5$,各个子系统变量设定的相同初值为 $x_1(0) = y_1(0) = z_1(0) = 1.6, x_2(0) = y_2(0) = z_2(0) = 0.1$ 时,采用四阶龙格-库塔法,采样步长为 0.01 s .驱动系统与响应系统中四个子系统按文献[20]中的排序,利用系统选择器,每隔 40 s 在子系统间进行一次切换操作,在线性反馈控制器的作用下,当反馈控制增益 $k_1 = 5, k_2 = 5, k_3 = 0$ 时,驱动系统与响应系统中各子系统实现切换混沌同步的情况如图 2 所示.

在线性反馈控制器的作用下,当反馈控制增益 $k_1 = 10, k_2 = 10, k_3 = 0$ 时,驱动系统与响应系统中各

子系统实现切换混沌同步的情况如图 3 所示.

数值实验的过程和结果表明 ,要成功地实现关联混沌系统的切换混沌同步 ,需要注意以下问题 :

1)驱动系统与响应系统需要通过通讯协议实现双方子系统间的切换.通讯协议约定每次切换发生的时间 ,以保证切换操作的一致性.时间段的分割 ,可以采取等时方式 ,也可采取不等时方式 ,这完全取决于通讯协议的约定.

2)每次切换后 ,驱动系统与响应系统达到混沌同步需要一定的时间 ,这段时间的长短取决于对系统的控制强度.相同的同步控制增益 ,各个的子系统达到同步的时间也有所差异.如图 2 3 所示.

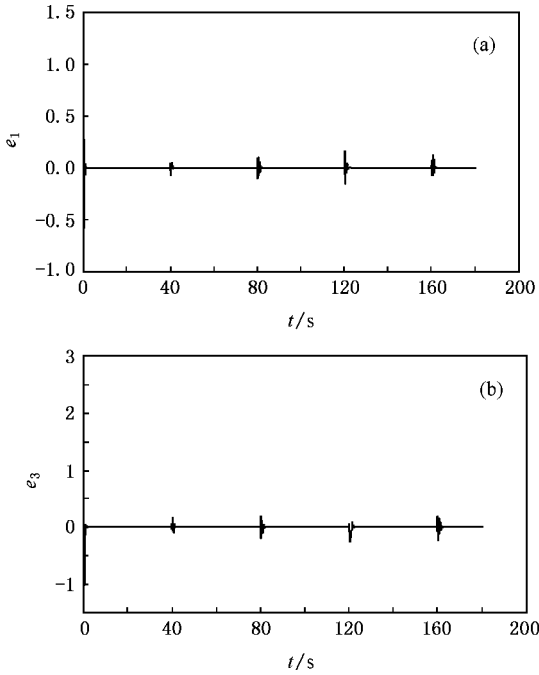


图 2 关联混沌系统切换混沌同步的误差

3)理想的切换开关 ,状态转换所用的时间趋近于零.实际工作中 ,开关状态的转换需要一点时间 ,由此可能引起系统的振颤.

通过关联混沌系统各子系统间的分时切换 ,响

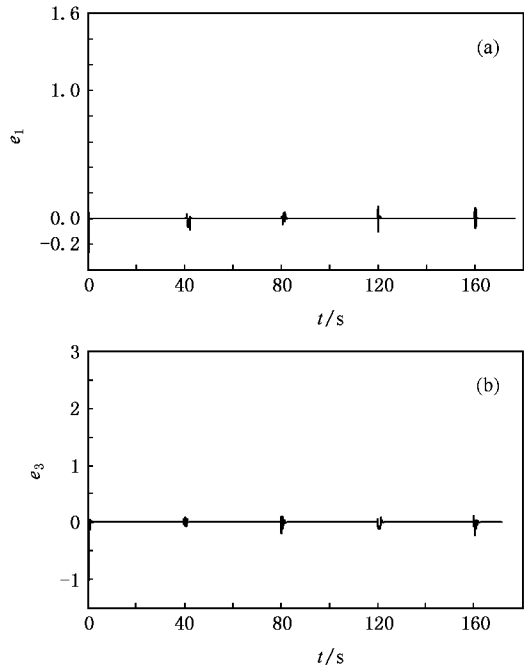


图 3 关联混沌系统切换混沌同步的误差

应系统与驱动系统实现混沌同步存在多种选择 ,这种选择的多样性 ,导致了传输信道中混沌同步信号变化的多样性^[1—7 20].将这种关联混沌系统分时切换混沌同步技术应用到保密通讯 ,能改善保密通讯的安全性能.

4. 结 论

本文利用系统变量线性反馈控制方法 ,实现了一类包含四个子系统的关联混沌系统的分时切换混沌同步.根据时变系统的稳定性理论 ,得到了使各个子系统都能到达混沌同步的反馈控制增益的取值范围 ,各个子系统在同一反馈控制器作用下 ,分时复用同一同步控制信道.通过通讯协议 ,各子系统间的切换导致传输信道中混沌信号的多样性 ,有利于改善保密通讯的安全性能.

[1] Zhang J S , Xiao X C 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2121 (in Chinese)
[张家树、肖先赐 2001 物理学报 **50** 2121]
[2] Zhang Y , Chen T Q 2005 *J. UEST China* **34** 763 (in Chinese)
[张 勇、陈天麒 2005 电子科技大学学报 **34** 763]
[3] Liu Y Z , Fei S M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1035 (in Chinese) [刘 扬正、费树岷 2006 物理学报 **55** 1035]
[4] Liu Y Z , Lin C S , Fei S M 2006 *Syst. Engin. Elect.* **28** 591 (in Chinese) [刘扬正、林长圣、费树岷 2006 系统工程与电子技术 **28** 591]
[5] Liu Y Z , Fei S M , Li P 2005 *Syst. Engin. Elect.* **27** 1448 (in Chinese) [刘扬正、费树岷、李 平 2005 系统工程与电子技术 **27** 1448]

- [6] Liu Y Z , Jiang C S , Lin C S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 707 (in Chinese) [刘扬正、姜长生、林长圣 2007 物理学报 **56** 707]
- [7] Liu Y Z , Jiang C S , Lin C S , Jiang Y M 2007 *Chin. Phys.* **16** 660
- [8] Lorenz E N 1963 *J. Atoms Sci.* **20** 130
- [9] Ueta T , Chen G 2000 *Int. J. Bifur. Chaos* **10** 1917
- [10] Lü J , Chen G 2002 *Int. J. Bifur. Chaos* **12** 659
- [11] Lü J , Chen G , Zhang S 2002 *Chaos Solitons Fract* **14** 669
- [12] Liu C , Liu T , Liu L , Liu K 2004 *Chaos Solitons Fract* **22** 1031
- [13] Wang J Z , Chen Z Q , Yuan Z Z 2006 *Chin. Phys.* **15** 1216
- [14] Chen H K , Lee C I 2004 *Chaos Solitons Fract* **21** 957
- [15] Lian K Y , Liu P 2000 *IEEE Trans. Circ. Syst. I* **47** 1418
- [16] Wang G Y , Qiu S S , Xu Z Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3295 (in Chinese) [王光义、丘水生、许志益 2006 物理学报 **55** 3295]
- [17] Liu L , Su Y C , Liu C X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3933 (in Chinese) [刘凌、苏燕辰、刘崇新 2006 物理学报 **55** 3933]
- [18] Wang J Z , Chen Z Q , Yuan Z Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3956 (in Chinese) [王杰智、陈增强、袁著祉 2006 物理学报 **55** 3956]
- [19] Wang F Z , Qi G Y , Chen Z Q , Zhang Y H , Yuan Z Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4005 (in Chinese) [王繁珍、齐国元、陈增强、张宇辉、袁著祉 2006 物理学报 **55** 4005]
- [20] Liu Y Z , Jiang C S , Lin C S , Xiong X , Shi L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3107 (in Chinese) [刘扬正、姜长生、林长圣、熊星、石磊 2007 物理学报 **56** 3107]
- [21] Min F H , Wang Z Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4026 (in Chinese) [闵富红、王执铨 2005 物理学报 **54** 4026]
- [22] Liu Y Z , Fei S M 2005 *Acta Phys. Sin.* **55** 3486 (in Chinese) [刘扬正、费树岷 2005 物理学报 **55** 3486]

Division time chaos switch-synchronization for a class interrelated chaotic systems^{*}

Liu Yang-Zheng^{1,†} Jiang Chang-Sheng¹ Lin Chang-Sheng²

¹ *College of Automatic Engineering , Nanjing University of Aeronautics and Astronautics , Nanjing 210016 , China*

² *Institute of Nonlinear Physics , Nanjing Institute of Technology , Nanjing 211167 , China*

(Received 19 April 2007 ; revised manuscript received 14 May 2007)

Abstract

The method of division time chaos switch-synchronization for a class of interrelated chaotic systems is proposed. The division time chaos switch-synchronization between each chaotic subsystem and its duplicate system is achieved via linear feedback control. Based on the theory of stability of time-varying systems , the range of feedback gain for synchronization of these interrelated chaotic systems is derived. Numerical simulation shows the effectiveness and feasibility of the method.

Keywords : division time chaos switch-synchronization , linear feedback control , the interrelated chaotic system

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 90405011) , the Natural Science Foundation of Jiangsu Province , China (Grant No. 07KJD120081) and the Natural Science Foundation of Nanjing Institute of Technology , China (Grant No. KXJ07068) .

[†] E-mail : lyz64@njit.edu.cn , lyz_6410@163.com